Technische Universität Braunschweig

Institut für Holzbau

**Studienarbeit**

Thema:

Zum Biegedrillknicken von Holzbauteilen

Vorgelegt von: Simon Pie

Matrikelnummer: 4676201

Prüfer: Prof. Sieder

Betreuer: Michael Gerloff

Vorgelegt bei Institut für Baukonstruktion und Holzbau

Technische Universität Braunschweig

1 Aufgabe zum Biegedrillknicken von Holzbauteilen 2

2 Reverse Engineering der Dissertation 3

2.1 Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen 4

2.2 Die Föppelklammer 4

2.3 Normalkraft bei einaxiger Biegung 5

2.4 Moment bei einaxiger Biegung 9

2.5 Normalkraft bei zweiaxiger Biegung 9

2.6 Moment bei zweiaxiger Biegung 10

2.7 Gleichung für Volumeneffekt 13

2.8 Zusammenfassung 16

3 verwendete Makros 17

3.1 Hilfsfunxionen 18

3.2 Punktwolke 20

3.3 Isolinien 22

3.4 Adapter 24

4 Ergebnisse 29

4.1 Berechnung 29

4.2 Ergebnisse 34

4.3 Auswertung 45

4.4 der beste Fit 49

5 Schnittpunkt von Punkt und Punktwolke 53

6 Berücksichtigung Theorie zweiter Ordnung 64

6.1 Formeln in der Norm 72

6.2 Parameterstudie 74

6.3 Auswertung 82

6.4 Berücksichtigung des Einflusses von mz 87

6.5 Ausblick und weiterführende Arbeiten 94

7 Abbildungsverzeichnis 95

8 Liste der verwendeten Makros 97

# Aufgabe zum Biegedrillknicken von Holzbauteilen

In der Dissertation „Zum Tragverhalten druck- und biegebeanspruchte Holzbauteile“ (2008) von Hörsting werden für das Biegedrillknicken analytische Lösungen angegeben und mit FEM-Rechnungen sowie den Bemessungsgleichungen des damaligen Stands der Normung verglichen. Die Bemessungsgleichungen haben sich seit dem geändert und unterscheiden sich im Bereich des Biegedrillknickens von Biegestäben deutlich vom damaligen Stand der Normung. Aus diesem Grund sollen die aktuellen Bemessungsgleichungen mit den Untersuchungen von Hörsting verglichen und ggf. Anpassungen der Bemessungsgleichungen vorgeschlagen werden.

Im Einzelnen sind gefordert:

1. Vergleich der analytischen Lösungen nach Hörsting mit den Bemessungsgleichungen des EC5
2. Numerische Vergleichsrechnungen mit einem FEM-Programm unter Berücksichtigung der nach EC5 zulässigen Imperfektionen
3. Erstellung räumlicher und ebener Tragfähigkeitsdiagramme
4. Ermittlung der Abweichungen zwischen den analytischen Lösungen, den numerischen Lösungen und den Bemessungsgleichungen
5. falls notwendig, Vorschläge zur Verbesserung der Bemessungsgleichungen sowie der Beschränkung der Imperfektionen

# Reverse Engineering der Dissertation

Die Dissertation zum Tragverhalten druck- und biegebeanspruchter Holzbauteile von Herr Hörsting beinhaltet im vierten Kapitel analytisch hergeleitete Formeln. Mit diesen Formeln kann die Tragfähigkeit eines Rechteckquerschnittes unter Berücksichtigung des Plastizierens und des Volumeneffektes berechnet werden. Aus unbekannten Gründen befindet sich diese Arbeit in einen sehr schlechten Zustand, sodass das darin enthaltene Wissen nicht nutzbar ist. Folgende Probleme verhindern die Anwendung der Formeln:

* **ein Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen fehlt**  
  Ein Verzeichnis der Formelzeichen erspart zum einen Suchen und Blättern und verhindert, dass falsche Werte in die Formeln eingesetzt werden.
* **Fehler in den analytischen Gleichungen.**  
  Fehler machen Gleichungen unbrauchbar, da sie zu Ergebnissen führen, die nicht plausibel sind. Fehler senken außerdem das Vertrauen in die Arbeit, da dann jede Formel auf Richtigkeit überprüft werden muss. Um einen Fehler berichtigen zu können, wird eine Erwartung benötigt. Wurden Erwartungen zur Korrektur genutzt, dann können die Erwartungen nicht mehr als Erkenntnisse genutzt werden.
* **weitestgehend verloren gegangene Unterlagen**  
  Nachvollziehbare Unterlagen helfen gegen andere Probleme.
* **fehlende Rechenbeispiele mit konkreten Zahlen**  
  Rechenbeispiele sorgen dafür, dass die Gleichungen einsatzbereit sind und richtig angewendet werden. Bei langen Texten besteht die Gefahr, dass alle relevanten Details zwar gelesen, aber nicht alle gemerkt werden. In einem Rechenbeispiel werden alle nötigen Details zusammengefasst, die im Text verstreut sind. Beim Anwenden muss die Gleichung abgeschrieben werden, sodass Übertragungs- und Anwendungsfehler auftreten. Ein Rechenbeispiel liefert einen korrekten Wert, an dem geprüft werden kann, ob die Gleichung erfolgreich angewendet wurde. Fehlende Rechenbeispiele führen dazu, dass Details vergessen werden und daraus folgende Abweichungen von unter 20% nicht bemerkt werden.

Lediglich ein PDF-Dokument und Exceltabellen sind übrig geblieben. Das Dokument selbst befindet in einem guten Zustand und weist keinerlei digitale Verschleißspuren wie Schmutzflecken, verdrehte Seiten oder unlesbar pixlige Texte auf. Die Exceltabellen hatten ihren Zweck erfüllt und sind nicht auf spätere Nachvollziehbarkeit ausgelegt worden. Um die Gleichungen anwenden zu können ist ein Reserve Engineering notwendig.

Folgende Gleichungen müssen anwendbar gemacht werden

N= 4.12

zpl=

My= 4.16

εt,m= (εtkh+1-⟨(εt-κy·h)⟩kh+1)1/kh 4.27

Nx= 4.39

My= 4.41

Mz= 4.42

εt,m= 4.52

## Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen

Die in dieser Studienarbeit verwendeten Formelzeichen sind mit den Formelzeichen der Dissertation größtenteils kompatibel.

fm: Biegefestigkeit (Zugfestigkeit ist positiv)

fc: Druckfestigkeit (Druckfestigkeit ist auch positiv)

ft ;ft0: Zugfestigkeit

εc= -fc/E Druckdehnung (enthält einen negativen Wert)

εt= ft/E Zugdehnung (enthält einen positiven Wert)

My= Wy·fm Moment um die starke Axe

Mz= Wz·fm Moment um die schwache Axe

N= Normalkraft (Druck ist negativ)

A: Auslastung

my= My/MRdy Teilauslastung durch My

mz= Mz/MRdz Teilauslastung durch Mz

n= σ/fc = N/NRd (ist bei Druck negativ)

modN= Teilauslastung durch N (ist bei Zug und bei Druck positiv)

ky; kz: wählbare Hilfskrümmungen

## Die Föppelklammer

Die Föppelklammer stellt für den Bauingenieur eine Barriere dar, da dieses Symbol weder im ASCII-Zeichensatz, noch im erweiterten Unicode Zeichensatz für gängige Schriftarten enthalten ist. Symbole, die eine Eingabebarriere darstellen, werden in der Praxis häufig durch andere Symbole ersetzt. Aus ⟨⟩ wird z.B. <> oder Föppelklammer(). Deshalb wird die Föppelklammer in einen barrierefreien Ausdruck konvertiert. In dem Buch Schneider Bautabellen werden häufig die Symbole < und > (gesprochen kleiner als und größer als) mit der Bedeutung Min und Max verwendet. Da auch diese Zweideutigkeit zu Missverständnissen führen kann, werden in dieser Studienarbeit die Funxionen Min und Max verwendet.

Die Föppelklammer lässt sich durch Min und Max ersetzen.

⟨x⟩= Max(0;x)

⟨-(x)⟩= Min(0;x)

Damit ändern sich die Gleichungen zu:

N= 4.12

zpl=

My= 4.16

εt,m= (εtkh+1-Max(0;εt-κy·h)kh+1)1/kh 4.27

Nx= 4.39

My= 4.41

Mz= 4.42

εt,m= 4.52

## Normalkraft bei einaxiger Biegung

Für alle Zahlenbeispiele werden in diesem Kapitel diese Parameter eingesetzt

b= 100mm

h= 100mm

fm= 24N/mm²

fc= 21N/mm²

ft0= 14N/mm²

E= 10000N/mm²

ec= fc/E= 0,0021

et= ft0/E= 0,0014

Die einfachste aller Gleichungen berechnet die plastische Normalkraft eines Rechteckquerschnittes.

N=

Von dieser Gleichung ist zu erwarten, dass sie bei reinen Zug 140kN, bei reinen Druck 210kN und bei Biegung einen kleinen Wert liefert. Bei Zug ist ky=0 und bei Druck ist ky= ∞.

Nachrechnung für reinen Zug ky= 0,0000001

N=

N= 139500 N= 139,5kN

Die Gleichung liefert für reinen Zug einen plausiblen Wert

Nachrechnung für reinen Druck ky= 10

N=

N= -99999790000,025N = -99999790 kN

Läuft ky gegen Unendlich, dann liefert auch die Gleichung einen unendlich großen Wert.

Während bei der Erstellung einer Gleichung nur mathematische Herleitungen verwendet werden dürfen, stehen bei der Reparatur einer Gleichung auch Probierversuche zur Verfügung. Probieren ist mit deutlich weniger Zeitaufwand verbunden als neu herleiten. Daher wird zuerst probiert, dann die Gleichung studiert.

Bei einem unendlichen Wert kann es möglich sein, dass 2 Summanden einen gleich großen Wert haben. Es ist naheliegend, dass man bei einem Summanden das Vorzeichen ändert.

N= 10000·10000·(0,0014-500-499,9993)

Dies ist hier der Fall und das Vorzeichen eines Summanden wird geändert.

N=

N= 70000,0245N = 70 kN

Die Methode hat nicht zum erwarteten Wert von 210 geführt. Daher muss die Gleichung erneut hergeleitet werden.

Die Grundlage für die Herleitung ist die Integration über die Spannungen.

N=

Die fertige Gleichung besteht aus 3 Summanden. Die ersten beiden Summanden wirken immer und der letzte nur beim Plastizieren.



Grafik : Zerlegung der Gesamtspannung in Spannungsanteile

Da die ersten beiden Summanden plausibel erscheinen, wird nur der dritte neu hergeleitet. Die Integration entspricht einer Flächenberechnung. Die Fläche eines rechtwinkligen skalierten Dreieckes berechnet sich mit

A= mit a = Skalierfaktor b und h einsetzen

A=

a= a einsetzen

A= · kürzen

A=

Das zusätzliche h in der Formel gehört zu E·A und wird daher weggekürzt

A=

N=

N=

N= -209999N= -210kN

Damit ist eine Formel gefunden, die die plastische Normalkraft berechnet. Es sind 3 Vorzeichen verändert. Der Lösungsweg über eine Flächenberechnung kann bei der Berechnung der Momente nicht angewendet werden.

Die Formel für die plastische Koordinate zpl berechnet eine andere Stelle als zu erwarten ist. Daher wird die plastische Koordinate über den Strahlensatz hergeleitet



Grafik : Herleitung nach Strahlensatz

= ·h·(h/2-zpl)

= εc+εt Klammer auflösen und ky·h/2 schieben

-ky·zpl= /-ky

zpl=

zpl=

Diese Formel unterscheidet sich durch ein Vorzeichen bei εc.

Eine alternative Herleitung zum Strahlensatz ist die analytische Herleitung.



Grafik : Herleitung nach Analysis

ε(z)= Klammer auflösen

ε(z)= ε(z)=εc

εc= Summanden tauschen

-zpl·ky= /ky

zpl= Zusammenfassen

zpl=

Diese Formel unterscheidet sich von der obigen, ist aber identisch mit der Formel in der Dissertation. Es macht einen Unterschied, ob εc in der Grafik als Maß oder als Koordinate eingetragen ist. Die Erkenntnis ist, dass entgegen der Erwartung εc= fc/E für εc ein negativer Wert eingesetzt werden muss.

Damit muss in der Formel das Vorzeichen gewexelt werden

N= alle Vorzeichen in der Quadratklammer tauschen

N=

Die Gleichungen für Normalkraft und plastische Koordinate können verwendet werden.

Das Lösen der Integrale

N==+-+

mit dem Computeralgebrasystem Mathematica ergibt ebenfalls die Abweichung mit dem +. Möglicherweise handelt es sich um einen Fehler in der Dissertation.

## Moment bei einaxiger Biegung

Die Gleichung für das zugehörige Moment liefert für reinen Druck keine brauchbaren Ergebnisse. Zu erwarten ist, dass bei reinem Zug und bei reinem Druck das Moment sehr klein ist und dazwischen einen moderaten Wert annimmt.

My=

My=

My= 9166550000510,4 mNm= 9166550 kNm

Für große ky wird das Moment unendlich, denn im zweiten Summand steht ky dreimal in dem Zähler, aber nur einmal im Nenner. Vermutlich fehlt im Nenner ein Quadrat.

My=

My= 1666655000051 mNm= 1666655 kNm

Als nächstes wird ein Vorzeichenwexel ausprobiert.

My=

My= 11666615,6266 mNm= 11,66 kNm

11,66 kNm ist zwar keine übermäßig große Zahl mehr, aber als moderate Größe entspricht dies nicht dem erwarteten Wert nahe 0. Da das schnelle Probieren nicht zum Ziel führte, muss die Gleichung neu hergeleitet werden.

My==+-+

Mathematica hat diese Gleichung hergeleitet

My=

My=

My= 30,6266 mNm

und diese erfüllt die Erwartungen.

## Normalkraft bei zweiaxiger Biegung

Die Gleichung für Doppelbiegung liefert für große κ unendlich große Werte, obwohl ein konkreter Wert von -210kN erwartet wird.

Nx=

Nx=

Nx= -199999510000 N

Die Summanden werden genauer untersucht

Nx= 10000·10000·(-999,9986)+10000/(600)\*(-7999958000,0735--999989500,0367--999989500,0367)

Nx= 108·(-999,9986-1333,326333+166,6649167+166,6649167)

Addiert man die letzten 3 Summanden, so ist dieser fast groß wie der erste. Daher wird das Vorzeichen vor der Klammer getauscht

Nx=

Nx= -209999,9999 N = -210 kN

Damit ist die Formel korrigiert und es ist nicht mehr notwendig, eine alternative Formel erneut her zu leiten.

## Moment bei zweiaxiger Biegung

Die Formeln für das Biegemoment liefern für große ky Momente gegen unendlich. Besonders hoch sind die Momente, wenn ky klein und kz groß ist.

My=

Mz=

Die Formeln für das Biegemoment lassen sich nicht durch Summandenzerlegung reparieren.

Da mir die mathematische Kenntnis fehlt, wie man ein Integral löst, bei denen eine Integrationsgrenze eine Funxion ist, ist es mir nicht möglich, diese Gleichungen neu herzuleiten.

Um dennoch die benötigten Wertepaare zu erhalten, werden die Integrale

My= ; Mz=

numerisch gelöst.

**Function MyNumerisch(ByVal ky#, ByVal kz#, ByVal b#, ByVal h#, ByVal fc#,** **ByVal ft#, ByVal e#) As Double**

Dim ec#, et As Double

Dim i%, j%, hTeilung%, bTeilung As Integer

Dim Dehnung#, Spannung#, Summe As Double

Dim z#, y#

ec = -fc / e: et = ft / e

hTeilung = 200: bTeilung = 100

For i = 1 To bTeilung

y = -b / 2 + (i \* 2 - 1) \* b / (2 \* bTeilung)

For j = 1 To hTeilung

z = -h / 2 + (j \* 2 - 1) \* h / (2 \* hTeilung)

Dehnung = ky \* (z - h / 2) + kz \* (y - b / 2) + et

If Dehnung < ec Then Spannung = e \* ec Else Spannung = e \* Dehnung

Summe = Summe + Spannung \* **z**

Next

Next

Summe = Summe \* b \* h / hTeilung / bTeilung

MyNumerisch = Summe

**End Function**

**Function MzNumerisch(ByVal ky#, ByVal kz#, ByVal b#, ByVal h#, ByVal fc#,** **ByVal ft#, ByVal e#) As Double**

Dim ec#, et As Double

Dim i%, j%, hTeilung%, bTeilung As Integer

Dim Dehnung#, Spannung#, Summe As Double

Dim z#, y#

ec = -fc / e: et = ft / e

hTeilung = 200: bTeilung = 100

For i = 1 To bTeilung

y = -b / 2 + (i \* 2 - 1) \* b / (2 \* bTeilung)

For j = 1 To hTeilung

z = -h / 2 + (j \* 2 - 1) \* h / (2 \* hTeilung)

Dehnung = ky \* (z - h / 2) + kz \* (y - b / 2) + et

If Dehnung < ec Then Spannung = e \* ec Else Spannung = e \* Dehnung

Summe = Summe + Spannung \* **y**

Next

Next

Summe = Summe \* b \* h / hTeilung / bTeilung

MzNumerisch = Summe

**End Function**

In den beiden Funxionen wird die Rechteckformel angewendet. Diese hat im Gegensatz zur Simpsonformel oder Gausquadratur nur eine lineare Ordnung. Da die Spannung einen linearen Verlauf hat mit Knicke, ist die Rechteckformel am besten dafür geeignet.

Da die numerische Formel schon bei der vierten signifikanten Stelle ungenau ist und sehr viel Rechenzeit in Anspruch nimmt, wurde wieder ein erneuter Versuch unternommen, die analytischen Formeln zu korrigieren.

Der erste Summand der Formel stimmt mit der numerischen Lösung überein. Dieser beschreibt einen Spannungstetraeder, der über die Querschnittsränder und der Zugdehnung ragen kann. Die anderen 3 Terme stutzen den Tetraeder zurecht und sind ebenfalls Tetraeder. Welcher Term nun welcher Tetraeder ist, ist nicht ersichtlich.

Die Terme werden durch diese Formelzeichen und Namen ersetzt

My=

My= =

Zuerst wird ky= 1E-7 und kz = 0,00005 probiert. Für kz = 0,00002 liefert die Formel noch korrekte Ergebnisse, da nicht gestutzt wird.

T0= 10000·100·100³·0,0000001/12

T0= 8333,3333333

T1=

T1= -4332380008,3333

T2=

T2= 4275000000

T3=

T3= 0

My= 8333-4332380008+4275000000= -57371675

My Numerisch = 5833

Die Differenz zwischen T0 und dem numerischen Wert ist exakt 2500. T1 und T2 sind sehr groß und mit entgegengesetzten Vorzeichen. Die Terme heben sich weitestgehend auf, aber erreichen nicht die 2500, sondern einen viel zu großen Wert. Ein numerisches Problem liegt nicht vor, da Excel für alle Zahlen im Datentyp Double verwendet, dessen Mantisse 15 Ziffern lang ist. T1 und T2 haben nur 10 Ziffern, sodass die Differenz auch noch auf der Nachkommastelle korrekt ist.

Jeder Versuch ein Vorzeichen zu ändern führt nur dazu, dass sich die Summanden nicht mehr aufheben, weil entweder einer zu klein ist oder sich beide addieren.

Im Term2 kommt eine 2 vor. Ändert man diese zur 4, dann ist My nur noch -1121675.

Als zweiten Versuch kz= 1E-7 und ky = 0,00005 probiert.

T0= 10000·100·100³·0,00005/12

T0= 4166666,66667

T1=

T1= -8664760,0166667

T2 =

T2= 0

T3 =

T3= 8437500

My= 4166666-8664760+0+8437500= 3939406

My Numerisch= 3261394

Auch hier heben sich die Terme T1 und T3 weitestgehend auf, aber erzielen dennoch nicht das numerische Ergebnis. Benötigt wird ein Abzug von 905272, aber es werden nur 227260 abgezogen. Da liegt etwa der Faktor 4 dazwischen.

Beim dritten Versuch werden ky und kz gewählt, sodass der Tetraeder nicht die Querschnittsränder überragt, sondern nur die Zugdehnung. Somit wird nur einer der 3 Terme aktiv und es kann überprüft werden, ob dieser auch korrekt ist. ky= 0,00002 und kz=0,00002.

T0 = 10000·100·100³·0,00002/12

T0= 1666666,66667

T1 =

T1= -3255,20833

T2 =

T2= 0

T3 =

T3= 0

My= 1666666-3255= 1663411

My Numerisch = 1643872

T1 ist der Tetraeder, der über die Zugdehnung liegt und abgeschnitten wird. Es wird jedoch zu wenig abgeschnitten. Multipliziert man diesen mit 6, dann erreicht man das numerische Ergebnis. Leider korrigiert die 6 nicht die anderen beiden Versuche.

Es gibt damit einige Hinweise, die genutzt werden können, die Formel zu korrigieren. Anstelle einer intelligenten Fehlersuche wird im zweiten Versuch die Bruteforce Methode probiert. Im Term1 und Term3 werden alle möglichen Vorzeichen getauscht und gesucht, ob irgendeine Summe diese 905272 bringt.

T1= ?Min(0;εt-εc?h·κy?b·κz)³·(εt-εc?h·κy?b·κz)

T3= ?Min(0;εt-εc?h·κy)³·(εt-εc?h·κy))

Es sind also 256 Kombinationen denkbar. Es ist aber nur die Hälfte erforderlich, da sich die andere Hälfte nur um das Vorzeichen unterscheidet.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| T1 + T3 | 8437500 | -1535312500 | -47812500 | 8700104167 | -8437500 | 1535312500 | 47812500 | -8700104167 |
| -8664760,017 | -227260,0167 | -1543977260 | -56477260,02 | 8691439407 | -17102260,02 | 1526647740 | 39147739,98 | -8708768927 |
| -8549994,983 | -112494,9833 | -1543862495 | -56362494,98 | 8691554172 | -16987494,98 | 1526762505 | 39262505,02 | -8708654162 |
| 48717756,65 | 57155256,65 | -1486594743 | **905256,65** | 8748821923 | 40280256,65 | 1584030257 | 96530256,65 | -8651386410 |
| 48832521,68 | 57270021,68 | -1486479978 | 1020021,683 | 8748936688 | 40395021,68 | 1584145022 | 96645021,68 | -8651271645 |
| -8325004,983 | 112495,0167 | -1543637505 | -56137504,98 | 8691779162 | -16762504,98 | 1526987495 | 39487495,02 | -8708429172 |
| -8214740,017 | 222759,9833 | -1543527240 | -56027240,02 | 8691889427 | -16652240,02 | 1527097760 | 39597759,98 | -8708318907 |
| 46807478,35 | 55244978,35 | -1488505022 | -1005021,65 | 8746911645 | 38369978,35 | 1582119978 | 94619978,35 | -8653296688 |
| 46917743,32 | 55355243,32 | -1488394757 | -894756,6833 | 8747021910 | 38480243,32 | 1582230243 | 94730243,32 | -8653186423 |
| 1540099457 | 1548536957 | 4786956,65 | 1492286957 | 10240203623 | 1531661957 | 3075411957 | 1587911957 | -7160004710 |
| 1519700788 | 1528138288 | -15611711,65 | 1471888288 | 10219804955 | 1511263288 | 3055013288 | 1567513288 | -7180403378 |
| -8659234693 | -8650797193 | -10194547193 | -8707047193 | 40869473,32 | -8667672193 | -7123922193 | -8611422193 | -17359338860 |
| -8679633362 | -8671195862 | -10214945862 | -8727445862 | 20470805,02 | -8688070862 | -7144320862 | -8631820862 | -17379737528 |
| 1551009212 | 1559446712 | 15696711,68 | 1503196712 | 10251113378 | 1542571712 | 3086321712 | 1598821712 | -7149094955 |
| 1530466043 | 1538903543 | -4846456,683 | 1482653543 | 10230570210 | 1522028543 | 3065778543 | 1578278543 | -7169638123 |
| -8720574972 | -8712137472 | -10255887472 | -8768387472 | -20470804,98 | -8729012472 | -7185262472 | -8672762472 | -17420679138 |
| -8741118140 | -8732680640 | -10276430640 | -8788930640 | -41013973,35 | -8749555640 | -7205805640 | -8693305640 | -17441222307 |

Oben links ist der unveränderte Istzustand. Es existiert eine Summe T1+T3, die fast so groß ist wie die 905272. Die Abweichung kommt aus der Numerischen Integration.

Die Bruteforce Methode hat 5 Vorzeichenfehler in der Formel korrigiert:

My=

Es wird vermutet, dass die gleichen Fehler auch bei Mz liegen und die Formel getestet.

Mz=

Die Formel liefert auf Anhieb richtige Werte.

## Gleichung für Volumeneffekt

Als letztes gibt es noch die Gleichung für die Zugfestigkeit.

εt,m=

Diese Gleichung muss nach et umgestellt werden. Dazu wird εtm durch fm/E ersetzt und auf die andere Seite geschoben

0=

0=

Für εt wird 0,00141964 eingesetzt und dieser Wert wurde von einem Gleichungslöser gefunden.

0=

0= = 0,0024-0,0024

Die Gleichung liefert plausible Werte. Für reinen Zug liefert sie die Zugfestigkeit. Für plastische Biegung liefert sie die Biegefestigkeit und für vorwiegend Druck liefert sie stählerne Zugfestigkeiten.

Makro als Bisektionsverfahren

Function Iterieren(ByVal ky#, ByVal kz#, ByVal b#, ByVal h#, ByVal kh#, ByVal fm#, ByVal e) As Double

Dim et#, Schritt#, Wert As Double

Dim Summand1#, Summand2#, Summand3#, Summand4#, Nenner As Double

Dim a As Integer

et = 0.1

Schritt = 0.05

For a = 1 To 30

Summand1 = et ^ (2 + kh)

If et - ky \* h<0 Then Summand2 = 0 Else Summand2 = (et - ky \* h)^(2 + kh)

If et - kz \* b<0 Then Summand3 = 0 Else Summand3 = (et - kz \* b)^(2 + kh)

If et - ky \* h - kz \* b<0 Then Summand4 = 0 Else Summand4 = (et - ky \* h - kz \* b)^(2 + kh)

Nenner = b \* h \* (2 + kh) \* ky \* kz

Wert = (2 \* (Summand1 - Summand2 - Summand3 + Summand4) / Nenner)

Wert = Wert ^ (1 / kh) - fm / e

If Wert > 0 Then et = et - Schritt Else et = et + Schritt

Schritt = Schritt / 2

Next

Iterieren = et

End Function

Das Bisektionsverfahren hat gegenüber herkömmlichen Verfahren wie Newton- oder Sekantenverfahren eine deutlich schlechtere Laufzeit. Es werden 30 Iterationsschritte durchgeführt und benötigt daher ein Vielfaches an Iterationsschritten. Während das Bisektionsverfahren mit jedem Schritt 0,3 korrekte Ziffern bringt, bringen herkömmliche Verfahren mit jedem Schritt doppelt so viele Ziffern. Die Mantisse hat nur 15 Ziffern, sodass abgebrochen werden muss, wenn die anderen erst richtig in Fahrt gekommen sind. Der Vorteil des Bisektionsverfahrens liegt in seiner einfachen Programmierbarkeit.

Da in dieser Arbeit immer Bisektionsverfahren bevorzugt wurde, wurde später die Iteration durch das Newtonverfahren verbessert, um der Arbeit einen akademischen Anstrich zu verleihen.

Die Ableitung nach εt lautet:

εt´=

Makro als Newtonverfahren

Function Iterieren(ByVal ky#, ByVal kz#, ByVal b#, ByVal h#, ByVal kh#, ByVal fm#, ByVal E#) As Double

Dim et#, Wert#, fet#, fetAbl#, Ableitung As Double

Dim Summand1#, Summand2#, Summand3#, Summand4#, Nenner As Double

Dim Summand1Abl#, Summand2Abl#, Summand3Abl#, Summand4Abl As Double

Dim Zahl1#, Zahl2#, Prüfung As Double

Dim a As Integer

Dim kh1#, kh2 As Double

et = 0.1

kh1 = kh + 1

kh2 = kh + 2

Nenner = b \* h \* kh2 \* ky \* kz

For a = 1 To 10

Summand1 = et ^ kh2

Summand1Abl = kh2 \* et ^ kh1

Prüfung = et - ky \* h

If Prüfung < 0 Then

Summand2 = 0

Summand2Abl = 0

Else

Summand2 = Prüfung ^ kh2

Summand2Abl = kh2 \* Prüfung ^ kh1

End If

Prüfung = et - kz \* b

If Prüfung < 0 Then

Summand3 = 0

Summand3Abl = 0

Else

Summand3 = Prüfung ^ kh2

Summand3Abl = kh2 \* Prüfung ^ kh1

End If

Prüfung = et - ky \* h - kz \* b

If Prüfung < 0 Then

Summand4 = 0

Summand4Abl = 0

Else

Summand4 = Prüfung ^ kh2

Summand4Abl = kh2 \* Prüfung ^ kh1

End If

Wert = (Summand1 - Summand2 - Summand3 + Summand4) / Nenner

fet = (2 \* Wert) ^ (1 / kh) - fm / E

If fet = 0 Then Exit For

fetAbl = Wert ^ (1 / kh - 1)

Zahl1 = Summand1Abl - Summand2Abl - Summand3Abl + Summand4Abl

Zahl2 = 2 ^ (1 / kh)

Ableitung = Zahl1 \* Zahl2 \* fetAbl / (Nenner \* kh)

et = et - fet / Ableitung

Next

Iterieren = et

End Function

Das Newtonverfahren benötigt, obwohl es weniger Iterationsschritte braucht, mehr Rechenzeit.

## Zusammenfassung

N=

My=

Nx=

My=

Mz=

Die Formel für die Zugfestigkeit ist fehlerfrei und das Newtonverfahren wird zum Lösen angewendet.

# verwendete Makros

Zur Lösung werden VBA-Makros verwendet. Diese sind Hilfsfunxionen, WMFzerleger und größere Makros.

Die Hilfsfunxionen sind das Newtonverfahren, das die richtige Zugfestigkeit iteriert. Diverse Funxionen zur Berechnung der analytischen Schnittgrößen, maximaler Auslastbarkeiten sowie Nachweisfunxionen nach Norm.

WMFzerleger beinhaltet alles, was zum Erzeugen eines Windows Metafiles notwendig ist. WMF ist ein Vektorformat, das keine Pixel, sondern echte Linien und Kreise beinhaltet. Vektorgrafiken haben gegenüber Bitmaps (JPG, PNG, GIF, TIF) diese viele Vorteile:

* **beliebig Zoomen** ohne dass irgendwann Pixel erscheinen oder verschwommen wird
* gute Lesbarkeit der Texte, auch wenn **sie viel zu klein** sind
* Durchsuchen nach Texte im PDF
* winzige Dateigröße - über 99% weniger Datenvolumen gegenüber JPG
* scharfe Linien, auch wenn diese diagonal sind
* Kreise ohne Ecken und ohne unscharfen Rand
* gestochen scharfe Drucke - egal ob 4 Seiten pro Blatt oder starke Vergrößerung
* Grafik wird beim Speichern Schließen Öffnen nicht verschwommen.

Word unterstützt nur die Vektorformate WMF und EMF. Alle anderen Vektorformate wie PDF werden beim Einfügen in ein Bitmapformat umgewandelt. Wird aus einem scharfen PDF, das in Word eingefügt wurde beim PDF-Export ein unscharfes PDF. Die Funxionen in dem Paket WMFzerleger erzeugen geometrische Objekte, Malobjekte und Zubehör, sodass alle ASCII-Zeichen gemäß Dateispezifikation korrekt zu einer Datei zusammengesetzt werden. Auf das Dateiformat wird hier nicht weiter eingegangen.

Die Punktwolken in diesem Dokument sind reich an Details, aber gleichzeitig in einen Kontext eingebettet. Um Details zu sehen, müssen die Punktwolken möglichst groß sein. Um den Kontext zu gewährleisten, müssen 2 Punktwolken nebeneinander liegen. Da die Grafiken als Vektordatei vorliegen, wird vom Leser verlangt, dass er die Zoomfunxion benutzt, um Details in den Grafiken sehen zu können.

Die größeren Makros sind ein Adapter, eine Darstellung in Punktwolke und Isolinien.

## Hilfsfunxionen

In der Norm gibt es 3 mögliche Nachweise, die vom Spannungsnachweis abweichen. Der Spannungsnachweis lautet:

A=

Im Zähler stehen die Spannungen und im Nenner die zugehörige Festigkeit. Für Holz gilt, dass die Festigkeiten für Druck und Zug unterschiedlich sind, sodass fN in fc und ft aufgeteilt wird.

Im Querschnittsnachweis berücksichtigt die Norm den Volumeneffekt dadurch, dass die kleinere Momentenspannung mit 0,7 multipliziert wird. Das Plastizieren im Druckbereich wird berücksichtigt, indem die Drucknormalkraft quadriert wird.

A= Querschnittsnachweis

A= Eurocode 6.17-6.20

Bei Zugnormalspannungen wird nicht quadriert. Dieser Nachweis wird in dieser Arbeit Querschnittnachweis genannt.

Ist das Bauteil knickgefährdet und nicht kippgefährdet, so wird das Quadrat wieder entfernt und die Druckfestigkeit wird mit einem Abminderungsfaktor multipliziert. Dieser Nachweis heißt Knicknachweis. Von den 4 denkbaren Formeln werden 2 ausgeschlossen.

A= Knicknachweis

A= Eurocode 6.23-6.24; DIN 71-72

Diese Formeln existieren nicht:

A=

A=

Für den umfassenden Nachweis mit Knicken und Kippen wurde früher nur ein weiter Abminderungsfaktor hinzugefügt. Die Neuerung ist, dass km= 0,7 durch ein Quadrieren ersetzt wurde. Dieser Nachweis heißt Biegedrillknicknachweis.

A= Biegedrillknicknachweis

A= Eurocode NA 60-61

Um die Formeln verkürzt zu schreiben, werden die Teilauslastungen durch diese Formelzeichen ausgetauscht:

n= σN/fc0d

my= σMy/fmy= My/MyRd

mz= σMz/fmz= Mz/MzRd

Mit n, my und mz sind keine Schnittgrößen gemeint. Die Schnittgrößen haben große Buchstaben.

Druckkräfte sind negativ, sollen aber als positive Teilauslastungen in den Nachweis eingehen, aber an anderer Stelle dennoch weiterhin negativ eingehen. Zugkräfte nutzen eine andere Festigkeit, sodass die Zugauslastung mit einem Festigkeitsverhältnis multipliziert werden muss. Es wird daher die Hilfsgröße modN eingeführt mit der Definition

modN= = für n> 0

modN= -n für n< 0

Damit verkürzen sich die Nachweise zu

A= modN²+0,7·my+mz und A= modN²+my+0,7·mz Querschnittsnachweis

A= modN+0,7·my+mz und A= modN+my+0,7·mz Knicknachweis

A= modN+my+mz² und A= modN+my²+mz Biegedrillknicknachweis

Für die Nachweise nach Norm stehen diese Makros zur Verfügung: NachweisStabilität; vNachweisStabilität; NachweisKnicken; vNachweisKnicken; NachweisQuerschnitt.

Von den 3 gegebenen Teilauslastungen kann das größere Moment neu berechnet werden, damit der Nachweis erfüllt ist. Makros: TraglastStabilität; TraglastKnicken; TraglastQuerschnitt

Statt das größere Moment neu zu berechnen, können auch alle 3 Teilauslastungen mit einem Faktor r multipliziert werden. Dies wird von vTraglastStabilität, rTraglastStabilität und vTraglastKnicken erledigt.

Statt 3 Teilauslastungen können auch nur 2 mit r multipliziert werden und my wird dabei vorgegeben. Makro: vTraglastStabilitätAdapterMy; rTraglastStabilitätAdapterMy. Damit können Isolinien erzeugt werden, ohne das Makro Adapter verwenden zu müssen.

## Punktwolke

Dieses Makro generiert aus Koordinaten in einer Excelspalte eine Punktwolke im Diagramm als WMF-Datei zum Einfügen in Word. Die Punkte können beliebig eingefärbt werden.

Programmablauf:

Zuerst werden alle benötigten Variablen deklariert. Dabei sind:

lxx, lxy, lyx, lyy und lzy beschreiben, wie eine 3D-Punktkoordinaten in eine 2D Koordinate in der Grafikdatei transformierten wird.

In Kreise und ProjektionZ werden die 2D Punkte hineingezeichnet

PlaceableHeader, Header, EoF ist für das Windows Metafile

X und Y sind der 2D Koordinatenursprung

AktX ist die aktuelle X-Koodinate und AktXalt ist die vorherige

Das gleiche gilt für Rot und RotAlt

WolkeX, WolkeY und WolkeZ enthalten alle 3D-Koordinaten

WolkeA sagt, ob dieser Punkt gezeichnet werden soll

WMFX und WMFY sind die transformierten 2D-Koordinaten

Anschließend werden die Basisangaben aus der Exceltabelle entnommen.

Der placeable Header beinhaltet die Grafikabmessungen und den Zoom. Ist der Zoom 2540, dann ist eine Einheit = 0,01mm. Ein Zoom von 96 bedeutet, dass eine Einheit so groß ist wie ein Pixel auf dem Monitor.

Nachdem die Malobjekte erstellt wurden, wird gezählt, wie viele Punkte eingelesen werden müssen.

Die Punkte werden eingelesen und gespiegelt, wenn gefordert.

Die Punkte werden in 2D-Koordinaten umgerechnet.

Der Abstand des Punktes zu seinen Vorgänger und seinen Nachbar wird berechnet. Ist dieser zu klein, dann soll der Punkt nicht gezeichnet werden. Ein Punkt benötigt 14 Byte und für Objektlöschen, Füllererstellen und Objektwählen kommen oft noch weitere 8+16+8 Byte hinzu.

Für jeden Punkt, der gezeichnet werden soll, wird die Farbe ermittelt.

Die Farbe wird auf Werte zwischen 0 bis 255 begrenzt.

Wenn die Farbe des Punktes von seinem Vorgänger nur gering unterscheidet, dann wird diese nicht gewexelt. Dies spart zum einen die 32 Byte und zum anderen 3 Objekte. Dies ist notwendig, da ein Windows Metafile nur maximal 32768 Objekte haben kann. Die Punktwolke hat 2500 Punkte und wird 2-mal gespiegelt. Zu jedem Punkt gehören noch die 3 Farbobjekte und ein Projexionspunkt, sodass 2500·(2·2)·(1+3+1)= 50000 Objekte möglich sind.

Der Punkt wird auf die untere Diagrammfläche projiziert. Statt eines Kreises wird eine flache Ellipse gezeichnet, um den Eindruck eines räumlichen Schattens zu erwecken.

Die Projexionsellipsen und die Kreise werden in die Datei geschrieben.

Die maximale Dateigröße der Punktwolke wäre damit 2500·(2·2)·(14+32+14)= 600 000 Byte. Das Farb- und Punktelöschen reduziert es auf etwa 200 000 Byte.

Der Grafikdatei werden Axenpfeile und eine Beschriftung hinzugefügt.

Da auf META\_SETWINDOWEXT verzichtet wurde, können die Grafiken in Word nicht zugeschnitten werden.

Zuletzt erhält die Datei noch ihren Header und wird geschrieben.

Wolke1.wmf

Grafik : Ausgabe des Makros Punktwolke

## Isolinien

Isolinien hat Ähnlichkeiten mit der Punktwolke, aber zeichnet ein Set Polygone in das 3D Diagramm. Wählt man eine frontale Ansicht, dann erhält man ein 2D Isoliniendiagramm.

Programmablauf:

Identisch mit der Punktwolke sind das Einlesen und das Ausgeben der verarbeiteten Punkte. Unterschiede gibt es in der inhaltlichen Verarbeitung der Koordinaten.

Für jedes Polygon muss eine Koordinate immer gleich sein. Ändert sich diese, dann wird ein neues Polygon gezeichnet. Ein Polygon kann parallel zur XY-Ebene, XZ-Ebene oder YZ-Ebene sein.

Zwischen Teilauslastungen und XYZ besteht dieser Zusammenhang: n=Z; my=X; mz=Y.

Begonnen wird mit den Polygonen der XY-Ebene.

Immer wenn sich die Z-Koordinate nicht ändert, dann wird ein Punkt von 3D- Koordinaten in 2D- Koordinaten umgerechnet und gespeichert.

Zu dichte Punkte werden ignoriert.

Dieser Punkt wird 2-mal gespiegelt, denn my und mz sind immer positiv.

Der Punkt wird nach unten projiziert und auch 2-mal gespiegelt.

Die Punkte bilden eine Reihe, die ein Viertelkreis darstellt. Davon gibt es 4 Stück.

Ändert sich die Z-Koordinate, dann wird das Polygon vollendet und gezeichnet.

Da beim Spiegeln der Punktreihe die Punkte in unterschiedliche Richtungen verlaufen, muss bei einigen Punktreihen die Reihenfolge invertiert werden.

Wie 2 Liniensegmente verbunden werden, dafür gibt es 4 Möglichkeiten. Es wird aber nur eine Möglichkeit berücksichtigt und erwartet, dass die Punkte einen negativen Drehsinn haben. Alle Punkte aus dem Adapter erfüllen die Bedingung.

Ein Legendeneintrag wird angelegt.

Anders als die Punktwolke, müssen die Isolinien nicht so viele Daten speichern.

Bei den Polygonen der XZ und YZ-Ebene bilden die Punkte nicht einen Viertelkreis, sondern einen Halbkreis. 4 Halbkreise werden daher zu 2 Polygone zusammengesetzt.

Gitter2.wmfGitter2.wmfGitter2.wmfGitter2.wmf

Grafik : Ausgabe des Makros Isolinien

## Adapter

Die Punktwolke beinhaltet beliebige Punkte und es können keine Punkte generiert werden, die eine bestimmte Koordinate haben. Bei den Nachweisen der Norm kann zu 2 gewünschten Punkten der dritte ausgerechnet werden. Somit kann die Interaxion von my und mz für eine gegebene Normalkraft untersucht werden. Die Punktwolke hingegen hat keine Werte, die mit denen der Norm verglichen werden können. Damit die Norm mit der Punktwolke der analytischen Lösung verglichen werden kann, wird ein Adapter benötigt. Der Adapter verwandelt die Punktwolke in Isolinien. Dabei werden Punkte interpoliert, die die gewünschte Koordinate X Y oder Z haben.

Der Adapter wurde für eine Punktwolke der Tragfähigkeit entwickelt. Andere Punktwolken wie Zylinder oder Häuser sind nicht geeignet.

Gitter2.wmfWolke1.wmf

Adapter

**=>**

Grafik : Wirkungsweise des Adapters

Programmablauf

Zuerst werden die Variablen definiert. Dabei sind

Xunsortiert; Yunsortiert; Zunsortiert(Werte): die Punktwolke mit 2500 Werte

X; Y, Z(Klassen; Einträge): die Punktwolke aufgeteilt in Klassen.

WinkelXY; WinkelXZ; WinkelYZ(Klassen; Einträge): Zu jedem X; Y; Z wird ein Winkel zugeordnet

EinträgeXY; EinträgeXZ; EinträgeYZ(Anzahl der Klassen); So viele Einhträge hat jede Klasse

Die Z-Axe wird geschnitten und es sollen Scheiben entstehen, die zur XY-Ebene parallel sind.

Die Punkte werden in Klassen einsortiert. Eine Klasse ist 0,1 breit und es gibt 24 davon. Die Klasse 2 beinhaltet alle Punkte, bei der die Z-Koordinate (Teilauslastung für Druck) von -1,1 bis -1 geht.

Für jeden Punkt wird ein Winkel berechnet, den er bezogen auf den Ursprung für die XY-Ebene hat. Der Winkel geht von 0 bis 2π.

Die Punkte in jeder Klasse werden nach ihrem Winkel blasensortiert. Der Programmieraufwand für einen besseren Sortieralgorithmus mit der Laufzeit N·log(N) wurde nicht betrieben.

Neue Variablen für die Schnittpunkte werden angelegt.

XpunkteXY; YpunkteXY; ZpunkteXY(Klassen; SchnittpunkteXY) beinhalten die Schnittpunkte und SchnittpunkteXY sagt, wie viele Schnittpunkte jede Klasse hat.

Immer wenn 2 Punkte über und unter der Schnittebene liegen, dann wird ein Schnittpunkt interpoliert. Denkbar wäre auch, dass zwei Punkte auf der gleichen Seite in die Interpolationsformel eingesetzt werden können, doch dieser Schnittpunkt schießt weit über das Ziel hinaus.

Wenn ein Schnittpunkt einen positiven Drehsinn zu seinen Vorgänger hat, dann wird er mit diesen getauscht. Dadurch, dass die Punkte nach ihrem Winkel sortiert wurden, haben die meisten Schnittpunkte einen negativen Drehsinn. Punkte mit positivem Drehsinn machen im 2D-Diagramm aus einem Kreis ein Sägeblatt.

Die Y-Axe und dann die X-Axe wird geschnitten und die gleiche Prozedur angewendet.

Da es sein kann, dass für Schnitte in X und in Y die Punktreihe nur auf einer Seite der Schnittebene liegt, wird der Suchrahmen verbreitert. Ein Punkt kann somit in 2 Klassen einsortiert werden.

Da es keine negativen Teilauslastungen für Momente gibt, so wird für my=0 und mz=0 extrapoliert.

Um die Widerstandsfähigkeit des Adapters gegen schlechte Werte zu erhöhen, werden die Schnittpunkte nachjustiert. Für jeden Punkt wird der Wolkenschnittpunkt berechnet und der Skalierfaktor nur auf 2 von 3 Koordinaten angewendet (die dritte Koordinate ist die Schnittebene). Die zeitintensive Iteration wird ein paar Mal angewendet.

Die Punkte werden gefiltert ausgegeben. Zu dichte Punkte werden ignoriert.

**schlechte Ergebnisse**

Bei großen Teilauslastungen (0,9 bis 1,1) der Momente liefert der Adapter schlechte Ergebnisse. Auch wenn ein Schnitt bei my=1 sehr interessant wäre, ist das Ergebnis nicht zu gebrauchen. Da die Punktwolke konvex ist und immer interpoliert wird, so liegt jedes Ergebnis (auch das schlechte Ergebnis) auf der sicheren Seite.

Da bei my=0 oder mz=0 extrapoliert wird, liegt das Ergebnis leicht auf der unsicheren Seite.

Glitch fixen

Um dennoch Ergebnisse für mz=1 zeigen zu können, wird ein Glitchfix benötigt. Dabei werden die schlechten Punkte entfernt und neue Punkte manuell eingefügt.

Der Adapter nachjustiert bereits die Punkte, um schlechte Werte zu lindern. Das manuelle Austauschen der schlechten Punkte stellt eine Alternative dar. Diese hat den Vorteil, dass die Punkte exakt sind, aber den Nachteil, dass es sich um die Punktwolke der Tragfähigkeit handeln muss und nicht irgendeine andere Punktwolke. Bei Punktwolken nach Theorie zweiter Ordnung muss die automatische Nachjustierung reichen.

Das Makro iteriert ky oder kz so, sodass ein Wert die gewünschte Zahl ist. Denkbar sind 3 Schnittgrößen (my, mz, n) und ansetzbar sind 2 Parameter (ky, kz), also 6 mögliche Makros. Es gibt aber nur 4 anstatt 6 und zwar kzFindenFürN, kyFindenFürN, kzFindenFürMy und kyFindenFürMz. Die 2 fehlenden Lösungen liegt an der Art, wie die Werte verteilt sind.

mit steigendem ky ist n monoton fallend

mit steigendem kz ist n monoton fallend

mit steigendem kz ist my monoton fallend

mit steigendem ky ist mz monoton fallend

mit steigendem kz besitzt mz ein Maximum

mit steigendem ky besitzt my ein Maximum

Wenn ein Maximum vorhanden ist, dann bedeutet dies, dass es den gewünschten Wert 2 mal gibt. Einmal links vom Maximum und einmal rechts vom Maximum. Wird ein Gleichungslöser verwendet, dann sind mehrere Szenarien denkbar:

* Der Löser findet immer ein Maximum
* Der Löser kann beide Finden aber auch beide verfehlen

Z.B. das Bisektionsverfahren startet mit einem großen ky und senkt diesen. Zuerst steigt die my an und nähert sich dem Zielwert. Ist der Zielwert überschritten, dann wexelt das Bisektionsverfahren die Schrittrichtung und pendelt sich auf eine Lösung ein. Die Schrittrichtung ist von der Monotonie abhängig: überschritten?, dann rechts, sonst Schritt nach links. Diese Festlegung führt immer zu denselben Zielwert, weil monoton fallend voraus gesetzt wird. Im monoton waxenden Bereich findet das Bisektionsverfahren den Zielwert nicht. Es kann sein, dass der Schritt zu groß ist und der Bereich der überschrittenen Werte verfehlt wird. Es wird keine der beiden Lösungen gefunden. Regula Falsi findet ist da robuster, denn es findet immer eine der beiden Lösungen. Welche, das hängt vom Startwert ab. Dies zu Lösen ist mit Programmieraufwand verbunden. Was muss man programmieren, wenn es den Zielwert nicht gibt?

Viel einfacher ist es, dass man einfach den anderen Parameter variiert. Da findet ein primitives Verfahren zuverlässig die Lösung.

Function kzFindenFürN(ByVal ky#, ByVal NZiel#, ByVal b#, ByVal h#, ByVal fm#, ByVal fc#, ByVal E#, ByVal kh#) As Double

Dim et#, ft#, N#, kz#, Schrittweite As Double

Dim a As Integer

kz = 0.01: Schrittweite = 0.005

For a = 1 To 35

et = Iterieren(ky, kz, b, h, kh, fm, E)

ft = et \* E

N = NNumerisch(ky, kz, b, h, fc, ft, E) / (b \* h \* fc)

If N < NZiel Then kz = kz - Schrittweite Else kz = kz + Schrittweite

Schrittweite = Schrittweite / 2

Next

kzFindenFürN = kz

End Function

Anzumerken ist hier, dass der Zielwertfinder die Funxion zur Berechnung der Zugfestigkeit aufruft. Die Zugfestigkeit wird auch mit dem Newtonverfahren iteriert. Somit befindet sich eine Iteration in jedem Iterationsschritt.

Beispiel

Bei welchen Schnittgrößen ist das Holz bei 105% Momentenauslastung noch tragfähig? Der Schnitt bei mz=1,05 vom Adapter ist mangelhaft. Gesucht sind Punkte, bei denen mz=1,05 ist.

Gegeben:

b= 100; h=200

fm= 24; fc=21

E=11000; kh= 4,42

ky= 0,01

kz=0,01

Lösung:

ky= kyFindenFürMz (kz=0,01; MzZiel= 1,05; b=100; h=200; fm=24; fc=21; E=11000; kh= 4,42)

ky= 0

Wenn ein Wert nahe 0 ausgegeben wird, dann wurde der Zielwert nicht gefunden. Es wird daher eine Serie von kz=0,01 bis kz= 0,0000001 untersucht. Bei kz= 0,00005 existiert eine Lösung für ky, bei der mz=1,05 ist.

ky= kyFindenFürMz (kz=0,00005; MzZiel= 1,05; b=100; h=200; fm=24; fc=21; E=11000; kh= 4,42)

ky= 2,737E-06

Mit dem Wertepaar kz=0,00005 und ky=2,737E-06 können nun die Schnittgrößen berechnet werden

n=-0,108731711

my=0,103419824

mz=1,05

Zu beachten ist hierbei, dass bei der Punktserie der Parameter kz absteigend ist, damit für das Makro Isolinien der Drehsinn negativ ist. Also von 0,01 ist 0,0000001 und nicht von 0,0000001 bis 0,01.

# Ergebnisse

Balken.wmfUntersucht wird ein Querschnitt mit den Maßen 100mm·200mm aus C24 und GL24h. Der Träger ist nicht Biegedrillknickgefährdet, sodass die Abminderungsfaktoren 1 sind. Die Imperfexion wird ignoriert.

C24 hat diese Materialeigenschaften:

fm= 24N/mm²

fc= 21N/mm²

tf0= 14N/mm²

E= 11000 N/mm²

Die Materialeigenschaften des GL24h haben sich mit der Norm geändert:

fm= 24N/mm²

fc= 24N/mm²

tf0= 19,2N/mm²

E= 11000 N/mm²

## Berechnung

Es soll eine Punktwolke der Tragfähigkeit aus 50x50 Punkte erzeugt werden. Die hohe Auflösung ist notwendig, weil der Algorithmus des Adapters geringere Auflösungen nicht kompensieren kann. Ein Punkt wird durch ein Krümmungsspaar ky und kz definiert. ky und kz reichen von 2E-7 bis 0,0126.

Zuerst wird der Verteilungsparameter der Gumbelverteilung kh benötigt. Dieser ist in der Dissertation mit 4,4 für C24 und 7,3 für GL24h angegeben. Da sich die Materialeigenschaften des GL24h geändert haben, muss dieser neu berechnet werden. Die Formel dafür lautet

ft0=

Um nach kh umzustellen wird ein Gleichungslöser benötigt. Die Formel lautet umgestellt für den Gleichungslöser:

0=

Für C24 erfüllt kh= 4,42 und für GL24h erfüllt kh= 15,73 die Gleichung

0= = -0,0002 für C24

0= = -2E-5 für GL24h

Die Zugdehnung wird in Abhängigkeit von den gewählten ky und kz berechnet und beinhaltet den Volumeneffekt. Die Gleichung kann nicht nach der gesuchten Größe umgestellt werden und benötigt daher einen Gleichungslöser. Als Gleichungslöser kommt das Newtonverfahren zum Einsatz.

0=

Für ky= 2E-7 und kz= 2E-7 erfüllt εt=0,0013 die Gleichung

0= = -3E-6

Mit der Zugdehnung kann die Zugfestigkeit berechnet werden.

ft= E·εt= 11000·0,0013

ft= 14,3N/mm²

Da die Krümmungen ky und kz sehr klein gewählt sind, steht der Querschnitt unter Zug und ft entspricht der Zugfestigkeit der Norm.

Die Druckdehnung lautet

εc= =

εc= -0,001909

Da nun die Zugfestigkeit berechnet ist, können Normalkraft und Moment berechnet werden.

Nx=

My=

Mz=

Nx=

My=

Mz=

Nx= 1000N= 1kN

My= 1000000mNm= 1kNm

Mz= 1000000mNm= 1kNm

Nx= 279,89kN

My= 0,146kNm

Mz= 0,03658kNm

Zuletzt werden noch die Teilauslastungen berechnet.

NRd= b·h·fc= 100·200·21= 420000N

NRd= 420kN

MRdy= Wy·fm= fm·b·h²/6

MRdy= 24·100·200²/6= 16000000mNm

MRdy= 16kNm

MRdz= fm·h·b²/6

MRdz= 24·200·100²/6= 8000000mNm

MRdz= 8kNm

n== = 0,666 n=Z

my= = = 0,009 my=X

mz= = = 0,000457 mz=Y

Der Punkt (0,009; 0,000457; 0,666) gehört zur Punktwolke.

Wolke1.wmf Wolke1.wmf

Grafik : Punktwolke ohne und mit Anpassung der Punktverteilung

Alle 2500 Punkte wurden in das Diagramm eingetragen. Das Resultat sieht plausibel aus. Dennoch sieht die Punktwolke hässlich aus. Ästhetisch ist eine gleichmäßige Verteilung der Punkte. Die Parameter ky und kz wurden logarithmisch eingesetzt. Dadurch wird sowohl ein Querschnitt abgedeckt, der unter Zug steht, als auch ein Querschnitt unter reiner Biegung, als auch vorwiegend Druck. Somit hat die Punktwolke schon mal keine Fehlstellen. Zu gering besetzt ist jedoch die Biegung.

Um die Punkte stärker in den Biegebereich zu verteilen, wird eine Funxion für ky und kz über eine Laufvariable definiert. Die Laufvariable i ist die Zeile oder Spalte und reicht von 1 bis 50. Auch eine logarithmisch gleichmäßige Verteilung kann so beschrieben werden. Die Formel dafür lautete:

ky = 10^(0,1·i-6,8)

Die Verbesserung ist, dass 2 Glieder hinzugenommen werden:

ky = 10^( 0,00011·i³-0,00796·i²+0,222·i-6,9)

Dadurch werden mehr Werte um ky ≈ 1E-5 gebildet und die Extremwerte ausgedünnt.

Um die Ergebnisse mit den Nachweisen der Norm vergleichen zu können, kann die Punktwolke in eine nach Norm gültige Punktwolke umgerechnet werden. Dazu werden Makros Traglast verwendet.

Beispielpunkt:

my=0,00552

mz=1,06571

n=-0,32039

A= Querschnittsnachweis

A=

A= (-0,32039)²+0,7·0,00552+1,06571= 1,17222

A= (-0,32039)²+0,00552+0,7·1,06571= 0,85417

Die Auslastung ist laut Querschnittsnachweis 1,17 und damit überschritten. Damit die Norm auf der sicheren Seite liegt muss für alle Punkte der Nachweis nicht erfüllt sein!

Die größte Koordinate wird neu berechnet, sodass die Auslastung genau 1 ist.

mz= TraglastQuerschnitt(N=n,My=mz,Mz=my, Festigkeitsverhältnis= fc/ft)

modN= N²= -0,320392= 0,10265

Wert1= 1-ModN-Mz·0,7= 1-0,10265-0,00552·0,7= 0,89349

Wert2= 1-ModN-Mz= 1-0,10265-0,00552= 0,89183

Wert2= Wert2/0,7= 0,89183/0,7= 1,274

mz= Min(0,89349;1,274)=0,89349

Kontrolle

A= (-0,32039)²+0,7·0,00552+0,89349= 1

A= (-0,32039)²+0,00552+0,7·0,89349= 0,73361

Beispielpunkt:

my=0,00552

mz=~~1,06571~~ 0,89349

n=-0,32039

Für alle Punkte, bei denen n eine Zugkraft ist, wird berücksichtigt, dass das Quadrat wegfällt und n mit dem Festigkeitsverhältnis multipliziert wird.

A=

A=

Eine weitere Möglichkeit zum Vergleichen ist, dass für eine konkrete Normalkraftauslastung oder Momentenauslastung die analytische Lösung mit den 3 Nachweisgleichungen in ein Diagramm getragen wird.

Dazu wird eine Laufvariable, die von 25 bis 0 läuft eingesetzt. In diesem Fall muss herab gezählt werden, damit die Punkte den gleichen Drehsinn haben, wie die analytischen Punkte. Anhand der Laufvariablen i wird ein Moment berechnet. Die Traglastformel berechnet dann das andere Moment.

i= 22

n=-0,9

modN= -n für n<0= 0,9

my == = 0,09856

mz= TraglastStabilität(n;1;my;1,5)= 0,0379

Als Letztes wird für jeden Punkt der Nachweis geführt. Die Auslastung bestimmt die Farbe des Punktes. Ist der Nachweis erfüllt, dann ist der Punkt rot, sonst grün. Je größer die Auslastung über 1 ist, desto gelber wird der grüne Punkt.

## Ergebnisse

Wolke1.wmfWolke1.wmf

Grafik 8: Punktwolke der Tragfähigkeit für C24 links und GL24h rechts

GitterZC24.wmfGitterZGL24h.wmf

Grafik 9: Isolinien der Tragfähigkeit für C24 links und GL24h rechts in 3D Ansicht

Gitter.wmfGitter.wmf

Grafik 10: Isolinien der my-n Interaxion für C24 links und GL24h rechts in 2D Ansicht

Grafiken 11: Punktwolkenvergleich für C24 zwischen analytischer Lösung und Norm

Wolke1.wmfWolkeC24_20.wmf

analytische Lösung A=

A=

WolkeC24_24.wmfWolkeC24_28.wmf

A= A=

A= A=

Grafiken 12: Punktwolkenvergleich für GL24h zwischen analytischer Lösung und Norm

Wolke1.wmfWolkeGL24h_20.wmf

analytische Lösung A=

A=

WolkeGL24h_24.wmfWolkeGL24h_28.wmf

A= A=

A= A=

Grafiken 13: Isolinienvergleich für C24 zwischen analytischer Lösung und Norm

Gitter.wmfGitterXSC24.wmf

analytische Lösung A=

A=

GitterXKC24.wmfGitterXQC24.wmf

A= A=

A= A=

Grafiken 14: Isolinienvergleich für GL24h zwischen analytischer Lösung und Norm

Gitter.wmfGitterXSGL24h.wmf

analytische Lösung A=

A=

GitterXKGL24h.wmfGitterXQGL24h.wmf

A= A=

A= A=

Grafikserie 15: my-mz Interaxion zwischen analytischer Lösung und Norm

für C24 links und GL24h rechts für unterschiedliche Normalkraftauslastungen

Grafikserie 16: M-N Interaxion zwischen analytischer Lösung und Norm

für C24 links und GL24h rechts für unterschiedliche Momentenauslastungen

WolkeC24_S1.wmfWolkeGL24h_S1.wmf

Grafik 17: Biegedrillknicknachweis der Punktwolke für C24 links und GL24h rechts

WolkeC24_K1.wmfWolkeGL24h_K1.wmf

Grafik 18: Knicknachweis der Punktwolke für C24 links und GL24h rechts

WolkeC24_Q1.wmfWolkeGL24h_Q1.wmf

Grafik 19: Querschnittsnachweis der Punktwolke für C24 links und GL24h rechts

WolkeC24_F1.wmfWolkeGL24h_F1.wmf

Grafik 20: Fit der Punktwolke für C24 links und GL24h rechts

## Auswertung

**Nachweisstruktur der Norm**

Die Intuition eines Ingenieurs ist, dass der allgemeine Spannungsnachweis erweitert wird, wenn mehr Effekte berücksichtigt werden sollen. So wird für Holz die kleinere Momentenauslastung mit km multipliziert. Die Normalkraftauslastung wird quadriert, um das Plastizieren zu berücksichtigen. Für Knicken und Kippen werden Beiwerte hinzugefügt.

In der Norm ist diese Intuition nicht eingehalten. Die Knickgleichung ist keine Erweiterung der Querschnitts- gleichung, sondern beide Gleichungen sind eine Erweiterung des Spannungsnachweises. Der Querschnittsnachweis berücksichtigt das Plastizieren und der Knicknachweis das Knicken. Dies entspricht nicht der Intuition, dass das Plastizieren weggelassen wird, wenn man zusätzlich nur das Knicken berücksichtigen will. Problematisch ist die Biegedrillknickgleichung. Während vorher die Gleichung um den Kippbeiwert erweitert wurde, hat die neue Gleichung ein Quadrat statt der 0,7 und verstößt damit gegen das Liskov‘sche Substitutionsprinzip. Dies führt zum Problem, dass sich ein Biegedrillknicknachweis nicht wie ein Knicknachweis verhält obwohl der Abminderungsfaktor für Kippen gleich 1 ist oder gegen 1 geht.

Der Knicknachweis und Biegedrillknicknachweis liefern für nicht kippgefährdete Bauteile unterschiedliche Auslastungen. Das bedeutet, dass der Biegedrillknicknachweis bessere Auslastungen liefern kann als der Knicknachweis.

Grafik 21: UML-Diagramm der Nachweise nach Intuition



Grafik 22: UML-Diagramm der Nachweise nach Norm

**Vergleich zwischen Norm und analytischer Lösung**

Die analytische Lösung liefert eine konvexe Hülle, die durch die Punkte my=1, mz=1 und n=1 und n=-ft/fc geht. Allerdings befindet sich die Hülle nicht in einer Kugel mit dem Radius 1.

An dessen unteren Ende (n=1) befindet sich eine Spitze. Am oberen Ende, wo die Zugfestigkeit erreicht ist, ist eine schwache Ausrundung. Das bedeutet, dass immer noch signifikante Momente bei hoher Zugauslastung aufgenommen werden können. Bei den Druckspannungen hingegen ist das aufnehmbare Moment proportional zur Resttragfähigkeit.

Bei keiner Druckkraft ähnelt die Interaxion zwischen den beiden Momenten einem spitzen Kreis.

Eine Besonderheit ist, dass die Momententragfähigkeit bei moderaten Druckkräften (n=0 bis 0,4) größer ist als 1.

Von den 3 Gleichungen, die zur Auswahl stehen, hat die Querschnittsgleichung die beste Näherung. Dies sollte auch so sein, denn die Querschnittsgleichung kann bei Knicken und Kippen nicht benutzt werden. Das Prinzip, dass Spezifisches bessere Resultate liefert als Allgemeines, ist damit eingehalten. Anders ist es mit der Biegedrillknickgleichung. Diese kann bessere Resultate liefern als die Knickgleichung, obwohl die Knickgleichung für das Biegedrillknicken nicht gültig und damit spezifischer ist.

Eine Übersicht, was die Gleichungen der Norm abdecken

* Der Querschnittsnachweis berücksichtigt, dass moderate Druckkräfte die Momententragfähigkeit kaum mindern.
* Der Faktor km berücksichtigt, dass zwischen den beiden Momenten nicht ein linearer Zusammenhang besteht, sondern günstiger.
* Alle Gleichungen berücksichtigen, dass bei hohen Druckauslastungen die Momententragfähigkeit proportional (Spitze) zur Resttragfähigkeit ist.
* Die Biegedrillknickgleichung berücksichtigt, dass die Momenteninteraxion sich bei steigender Normalkraftauslastung von einem spitzen Kreis in einem Superkreis wandelt.

Diese Effekte werden nicht abgedeckt

* Bei hohen Zugkräften ist die Momententragfähigkeit überproportional (Ausrundung) zur Resttragfähigkeit.
* Bei moderaten Druckkräften ist die Momententragfähigkeit größer als 1.

weitere Anforderungen

* Die Auslastung ist 1, wenn eine Teilauslastung 1 ist und die anderen 0. Diese Trivialbedingung muss eingehalten werden. Alle Gleichungen halten dies ein.
* Für jede analytische Tragfähigkeit, außer den Trivialfällen, muss die Norm eine Überlastung ausgeben. Die Biegedrillknickgleichung liefert bei Zugkräften Momententragfähigkeiten, die auf der unsicheren Seite liegen.

Alle Nachweise berücksichtigen, dass zwischen den Momenten kein linearer Zusammenhang besteht und versuchen ein Teil der nichtlinearen Tragfähigkeit zu berücksichtigen. Der Knicknachweis bildet dies mit 2 Geraden nach und berücksichtigt zusätzliche Tragfähigkeit besonders bei gleichgroßen my und mz. Bei einem einaxigen Moment wird keine Zusatztragfähigkeit berücksichtigt. Der Knicknachweis liegt stets auf der Sicheren Seite, auch wenn er bei großen Normalkräften unwirtschaftlich ist. Die Querschnittsgleichung berücksichtigt durch sein Quadrat bei den Druckkräften Tragreserven für Biegung um bis zu 100%, ohne dabei auf der unsicheren Seite zu liegen. Bei reiner Biegung schneiden für GL24h der Querschnittsnachweis und der Knicknachweis die analytische Lösung leicht. Dies verstößt gegen das Prinzip, dass die Norm immer auf der sicheren Seite liegen muss. Da die Überschreitung nur gering ist, ist das aus Gründen der Wirtschaftlichkeit hinnehmbar.

Die Biegedrillknickgleichung berücksichtigt wie der Knicknachweis bei einaxigem Moment und moderater Druckkraft keine zusätzliche Tragfähigkeit. Die Interaxion zwischen den beiden Momenten verläuft großzügiger und ist damit stets mehr als der Knicknachweis. Bei hoher Normalkraftauslastung sieht die Interaxion aus wie ein Superkreis, der mit abnehmender Normalkraftauslastung sich gegen einen spitzen Kreis wandelt. Genau genommen sind es 2 Parabeln und nicht ein Kreis. Dieser Zusammenhang besteht auch bei der analytischen Lösung. Leider wird dieser Zusammenhang nicht gut getroffen. Somit liegt die Biegedrillknickgleichung für Zugkräfte weit auf der unsicheren Seite. Auch für reine Doppelbiegung wird die Tragfähigkeit überschätzt. Wird Biegedrillknicken wirksam, so geht der Abminderungsfaktor zum Quadrat ein und behebt die Überschätzung, wenn der Träger ausreichend kippgefährdet ist. Die Gleichung wurde für Kippen entworfen und erwartet eine Gefährdung durch Kippen. Der Ingenieur vertraut aber darauf, dass die Gleichung auch ohne Kippgefahr Ergebnisse auf der sicheren Seite liefert. Wird die Gleichung in Excel eingegeben, so ist es erstmal korrekt. Stört dem Ingenieur der niedrige Abminderungsfaktor, so ergreift er Maßnahmen gegen das Kippen und der Abminderungsfaktor steigt. Ist er bei einigen Trägern 1, so wird sich kein Ingenieur die Mühe machen und die Gleichung aus zu tauschen, denn er erwartet, dass diese Gleichung für kcrit=1 unwirtschaftlicher als die Knickgleichung ist statt unsicher.

Fazit: Die Biegedrillknickgleichung ist unsicher!

## der beste Fit

Für die Hüllkurve soll eine präzisere Formel gefunden werden, als die Norm bereits hat. Dieses Vorhaben ist einfach, wenn man einen komplett anderen Ansatz nimmt, als die Gleichung des Spannungsnachweises zu erweitern. Ein anderer Ansatz hat jedoch den großen Nachteil, dass diese Gleichung weder intuitiv noch ästhetisch ist. Intuition und Schönheit sind notwendig, damit eine Gleichung vom Ingenieur angenommen wird.

Dies erreicht man durch

* einleuchtend
* wenig Beiwerte
* kurze Beiwerte
* kurze Gleichungen
* wenig Wennabfragen
* nur Grundrechenarten  
  also keine Integrale, Ableitungen, Rekursionen, Iterationen, Schleifen und neuerdings für alle Ingenieure, die einen Computer benutzen, auch Tabelleninterpolation
* keine uneintippbaren Spezialsymbole

Das Formeldesign kann so gestaltet, sodass das Grundgerüst immer noch aussieht wie ein Spannungsnachweis, aber mit einer komplexen Beiwertberechnung in eine beliebige Gleichung umgeformt wird.

Der Ansatz für den Fit erfüllt nur einige Kriterien und ist daher kaum für eine Norm geeignet. Es wird darauf verzichtet, den Ansatz über Beiwerte in einen Spannungsnachweis um zu formen. Das Kriterium der Grundrechenarten wird eingehalten. Vielmehr soll das Optimierungspotenzial aufgezeigt werden, welches mit einem anderen Ansatz erreicht werden kann. Da Knicken und Kippen im Fit nicht berücksichtigt wird, ist der Fit nur mit der Querschnittsgleichung vergleichbar.

Für die Interaxion zwischen Moment und Normalkraft wird ein Polynom dritten Grades zur Approximation verwendet. Dieses geht durch 3 Punkte. Die erste Koordinate ist die Normalkraft n und die zugeordnete Größe ist das Moment m.

P1= (-1;0) für reine Druckkraft

P2= (0;1) für reines Moment

P3= (1/s;0) für reinen Zug mit s = fc/ft

Damit ist noch ein Freiheitsgrad übrig, der zum Fitten genutzt werden kann. Festgelegt sind 2 Nullstellen. Eine Polynomgleichung lässt sich mit 3 Nullstellen leicht und ohne Gaußalgorithmus aufstellen. Daher ist es sinnvoll, für den Freiheitsgrad eine Nullstelle zu wählen.

P4= (n0;0)

Das Fitpolynom lautet damit

m= =

und berechnet die Momententragfähigkeit anhand der Normalkraftauslastung. Wenn beim Punkt P3 der Wendepunkt sein soll, dann liegt die Nullstelle bei n0= 2/s+1 ≈ 2,5.

Für die Momententragfähigkeit gibt es die Möglichkeit einer linearen Interaxion, die sehr unwirtschaftlich ist oder einer quadratischen Interaxion, die sehr unsicher ist. In my-mz Diagramm bildet die lineare Interaxion eine Raute und die quadratische bildet einen Kreis. Um sowohl sicher als auch wirtschaftlich zu sein, wird eine Lösung zwischen Kreis und Gerade verwendet. Dies ist ein Exponent. Ist der Exponent zwischen 1 und 2, dann ist die Interaxionsfigur ein spitzer Kreis und ein Exponent größer als 2 erzeugt einen Superkreis.

m= my+mz lineare Interaxion

m²= my²+mz² quadratische Interaxion

mp= myp+mzp gewählte Interaxion

Der Ausdruck lässt sich umformen, um mz bei einem gegebenen my berechnen zu können.

mzfit=

p ist ein Freiheitsgrad, der gefittet werden muss.

Zum Fitten wird die Methode der kleinsten Quadrate verwendet. Dabei wird das Residuum in ein unsicheres und ein unwirtschaftliches Residuum aufgeteilt. Damit die Formel oft auf der sicheren Seite liegt, wird das unsichere Residuum mit den Faktor 100 gewichtet. Für einen präzisen Fit, bei den es auf Genauigkeit und nicht auf Sicherheit ankommt, hat das unsichere Residuum auch den Faktor 1.

Der Excelsolver hat für C24 n0= 8,18 und p= 1,18 gefunden und bei GL24h sind n0= 2,11 und p=1,21. Ist ein präziser Fit gewünscht, dann sind für C24 n0= 6,86 und p= 1,64 gefunden und bei GL24h sind n0= 2,05 und p=1,39.

Ein Fit, bei dem der Exponent p durch eine lineare Funxion in Abhängigkeit von der Normalkraft verbessert wurde, hat das Residuum nicht verbessert. Vermutlich liegt es an dem schwachen Fit, den das Polynom bringt.

Also man berechnet anhand der Normalkraft eine Momententragfähigkeit und anhand von my das aufnehmbare mz. Damit kann man zwar die Tragfähigkeit nachweisen, hat aber keine Auslastung. Die Auslastung wird in diesen Fall als Quotient der Beträge der Ortsvektoren beschrieben.

A=

A= für my > m (A wird größer als 1)

modN ist die modifizierte Normalkraftauslastung, bei der bei Zug die Druckfestigkeit durch die Zugfestigkeit ausgetauscht wird

modN= -n für Druck

modN= = für Zug

**Beispiel**

n= -0,2927

my= 0,9847

mz= 0,3108

Material = "C24"

Dies ist ein Punkt aus der Punkwolke der Tragfähigkeit, bei der die Nachweisgleichungen der Norm eine deutliche Überlastung angeben (1,57 BDK; 1,495 Knicken; 1,28 Querschnitt)

Zuerst wird die Momententragfähigkeit anhand der Normalkrafttragfähigkeit berechnet und dann mit der Interaxionsformel das Moment aufgeteilt.

n0("C24")= 8,18

p("C24")= 1,18

s("C24")= fc/ft= 21/14= 1,5

m=

m= =1,054

mzfit=

mzfit= = 0,122

Da mzfit kleiner ist als mz, ist der Nachweis nicht erfüllt und die Gleichung liegt auf der sicheren Seite. Zuletzt wird noch die Auslastung berechnet.

A=

modN= -n für Druck

modN= 0,2927

A= = 1,0375

Mit nur 3,75% ausgerechneter Überlastung liefert der Fit eine Tragfähigkeit, die 20% höher ist, als mit der Querschnittsgleichung

**weiteres Beispiel**

Ein Brettschichtbalken aus GL24h mit den Maßen 200x100 wird um 120kN gedrückt und mit 15kNm um seine starke Axe gebogen und 2 kNm um seine schwache Axe. Kann der Balken der Belastung standhalten?

N= -120kN Druck

My= 15kNm

Mz= 2kNm

Wy= 20²·10/6= 666,67cm³

Wz= 10²·20/6= 333,33cm²

MRdy= Wy·fm= 666,67cm³·24N/mm²= 16kNm

MRdz= Wz·fm= 333,33cm³·24N/mm²= 8kNm

NRd= A·fc= 10cm·20cm·24N/mm²= 480kN

my= = = 0,9375

mz= = = 0,25

n= = = -0,25

Querschnittsnachweis

A= und

A= -0,25²+0,7·0,9375+0,25= 0,9688

A= -0,25²+0,9375+0,7·0,25= 1,175 maßgebend

A= 1,175

Der Balken ist nach Norm überlastet.

Nachweis mit der Fitformel

n0("GL24h")= 2,11

p("GL24h")= 1,21

s("GL24h")= fc/ft= 24/19,2= 1,25

m=

m= = 1,153

mzfit=

mzfit= = 0,332

A=

A= = = 0,977 < 1

Nachweis erfüllt

exakter Nachweis (Makro Wolkenschnittpunkt)

Punktwolke= PunktwolkeGenerieren(Material="GL24h";b=100;h=200)

Punkt= (n=-0,25;my= 0,9375; mz= 0,25)

Ebenenpunkt1= dichtesterPunkt(Punktwolke;Punkt)

Ebenenpunkt2= zweidichtesterPunkt(Punktwolke;Punkt)

Ebenenpunkt3= drittdichtesterPunkt(Punktwolke;Punkt)

Ebene= (Ebenenpunkt1; Ebenenpunkt2; Ebenenpunkt3)

Ursprungsgerade= (0;Punkt)

Tragfähigkeitspunkt = Schnittpunkt(Ebene;Ursprungsgerade)

A =

A= = 0,932 < 1

Nachweis erfüllt

# Schnittpunkt von Punkt und Punktwolke

Für weitere Untersuchungen ist der Fit nicht ausreichend, denn Erkenntnisse können nur an exakten Werten gewonnen werden. Deshalb ist ein Makro erforderlich, das den Schnittpunkt zwischen der Punktwolke und einen gegebenen Punkt bildet. Genau genommen kann ein Punkt keine Punkte schneiden, sondern eine Gerade kann eine Ebene schneiden. Der Punkt bildet mit dem Nullpunkt den Ortvektor des Punktes und ist damit eine Gerade. Die Ebene bilden 3 Punkte aus der Punktwolke der Tragfähigkeit.

Der Punkt beinhaltet die Teilauslastungen und heißt Belastungspunkt

P0= (my; mz ;n)

P0= (x0; y0; z0)

Die Gerade, die durch den Belastungspunkt und den Nullpunkt läuft hat die Parameterform. Die Gerade heißt Belastungsgerade.

G= (0;0;0)+r·(my-0; mz-0; n-0) = r·(my; mz ;n)

G= r·(x0; y0; z0) =

Der Parameter r beschreibt den Faktor, um den der Belastungspunkt vergrößert werden muss, damit dieser auf der Punktwolke liegt. Der Kehrwert von r ist die Auslastung.

A= 1/r

Ist r bekannt, dann kann anstelle des Schnittpunktes auch ein Nachweis der Tragfähigkeit geführt werden.

Sind von der Punktwolke die 3 relevanten Punkte P1, P2 und P3 gefunden, dann lässt sich damit die Ebenengleichung in Parameterform aufstellen.

P1= (x1; y1; z1)

P2= (x2; y2; z2)

P3= (x3; y3; z3)

E= P1+a·(P2-P1)+ b·(P3-P1)

E=

Um die Gleichung kürzer zu schreiben werden die Differenzen zusammengefasst

x21= x2-x1; y21=y2-y1; z21= z2-z1

x31= x3-x1; y31=y3-y1; z31= z3-z1

E=

Um den Schnittpunkt zwischen Ebene und Gerade zu erhalten, müssen diese gleichgesetzt werden

E=G

=

= -

Dies ist ein Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 3 Unbekannte.

a·x21+b·x31-r·x0=-x1

a·y21+b·y31-r·y0=-y1

a·z21+b·z31-r·z0=-z1

Um a zu isolieren, wird durch x21; y21; z21 dividiert und die unteren beiden ·(-1)

a+b·x31/x21-r·x0/x21=-x1/x21 I

-a-b·y31/y21+r·y0/y21=y1/y21 II

-a-b·z31/z21+r·z0/z21=z1/z21 III

b·(x31/x21-y31/y21)+r·(y0/y21-x0/x21)=y1/y21-x1/x21 I+II

b·(x31/x21-z31/z21)+r·(z0/z21-x0/x21)=z1/z21-x1/x21 I+III

k= Hilfsvariable, mit der I+III multipliziert wird

b·(x31/x21-y31/y21)+k·r·(z0/z21-x0/x21)=k·(z1/z21-x1/x21) I+III

Nun kann von I+II die Zeile I+III abgezogen werden

r·(y0/y21-x0/x21-k·(z0/z21-x0/x21))= y1/y21-x1/x21-k·(z1/z21-x1/x21) umformen

r=

Damit ist r berechnet und kann in die anderen Gleichungen eingesetzt werden, um a und b zu bestimmen. Doch a und b interessieren nicht und das Gleichungssystem wird hier nicht zuende gelöst, da nur r interessiert.

Das Hauptproblem ist, die 3 relevanten Punkte für die Ebene zu finden. Die erste Idee ist, dass es die 3 Punkte sind, die den kürzesten Abstand zum Belastungspunkt haben.



Grafik 23: die richtigen 3 Punkte für die Ebene

Was auf dem ersten Blick richtig erscheint, ist für einige Punkte problematisch. So hat der Punkt (0;1;0) einen Skalierfaktor r=1,08. Richtig ist aber ein Skalierfaktor von 1, denn bei reiner Biegung um die schwache Axe, können genau 100% Biegung um die schwache Axe aufgenommen werden und nicht mehr.



Grafik 24: die 3 Punkte für die Ebene liegen fast auf einer Gerade

Die Ursache hierfür ist, dass es keine Punkte gibt, bei den my oder mz negativ sind. Somit muss extrapoliert werden. Der Algorithmus, der die Punkte erzeugt, erzeugt Punktreihen, die entlang von Bögen verlaufen. An den Enden der Bögen verdichten sich die Punkte. Das Kriterium des dichtesten Abstandes findet daher 3 Punkte, dessen Abstand untereinander klein ist. Ein untereinander kleiner Abstand ist sehr gut, wenn interpoliert wird, ist aber schlecht, wenn weit extrapoliert wird. Weiterhin liegen die 3 Punkte fast auf einer Geraden.

Die Punktwolke liegt als Viertelwolke vor und wird in den Darstellungen 2 mal spiegelkopiert. Diese kann auch hier gespiegelt werden, um negative Momente zu haben. Doch damit ist das Problem nicht gelöst, dass die Punkte fast auf einer Geraden liegen. Ein weiterer Nachteil ist, dass 4 mal so viel Zeit benötigt wird. Zeit ist ein knappes Gut, mit dem sparsam umgegangen werden muss. Daher wird die Punktwolke nicht gespiegelt.

Schön wäre es, wenn die 3 Punkte eine Fläche aufspannen würden, die auch einen nennenswerten Flächeninhalt hat. Der Flächeninhalt kann mit dem Kreuzprodukt berechnet werden. Der dritte Punkt erhält dies als Zusatzbedingung. Es sollen alle Punkte mit kleinstem Abstand ausscheiden, die mit den ersten beiden Punkten eine zu kleine Fläche aufspannen. Das Kriterium des Kreuzproduktes ist aber auch nicht gut, denn 3 Punkte, die im rechten Winkel dicht bei einander liegen, scheiden auch aus.

Daher muss das Kriterium des Winkels herangezogen werden. Ist der Winkel zu spitz oder zu stumpf, dann kommt der dritte Punkt nicht in Frage. Der Winkel berechnet sich mit

α=

mit

und

Ausformuliert ergibt dies

α=

Ein Winkel wird als gut definiert, wenn dieser zwischen 0,6 und 2,6 liegt. Alle Winkel unter 0,6 sind zu spitz und alle über 2,6 sind zu stumpf.

Winkel.wmf Grafik 25: Definition für gute Winkel

Für jeden Punkt der Punktwolke wird für den dritten Punkt der Winkel berechnet, den er zu den anderen beiden hat. Ist der Winkel schlecht, dann wird der Abstand stark vergrößert. Das Abstandskriterium findet diesen Punkt nicht mehr. Daher wird ein Punkt gefunden, dessen Abstand zum Belastungspunkt zwar etwas größer ist, aber dafür einen passenden Winkel hat. Häufig ist es so, dass der Winkel fast rechtwinklig ist. Dies liegt daran, dass ein Punkt aus der benachbarten Reihe gegriffen wird.

Die Ebene extrapoliert nun sehr präzise, aber sehr langsam. Später werden 2000 Punkte in eine Iteration gesteckt, die 25 mal läuft, sodass der Schnittpunkt von Belastungspunkt und Punktwolke 50 000 mal verlangt wird. Da der Winkel für jeden Punkt in der Punktwolke berechnet wird, so sind dies 2000·25·2500= 125 000 000 Winkelberechnungen, die ihre Zeit fordern. Während in Matlab der Code separat laufen kann und notfalls abgebrochen werden kann, ist Microsoft Office komplett blockiert und zeigt so lange keine Rückmeldung an, bis das Makro durchgelaufen ist.

Deshalb muss die Formel für den Winkel geleichtert werden. Für den Arccosinus ist einfach keine Zeit. Auch die beiden Wurzeln brauchen etwas Zeit. Lässt man den Arccosinus weg, dann liegt das Ergebnis zwischen -1 und 1. Ein guter Winkel liegt damit zwischen -0,8 und 0,8 und das gesamte Makro braucht nur noch 35% der Zeit (von 40 auf 15 Minuten). Eine Wurzel ist nur von den Punkten P1 und P2 abhängig und kann somit aus der Schleife über alle Punkte gezogen werden und spart 3 weitere Minuten. Quadriert man die ganze Formel, dann lässt sich auch die andere Wurzel entfernen und spart etwa 2 Minuten. Ein Wert von über 0,64 bedeutet damit einen schlechten Winkel. Die Formel für den Winkel lautet daher

Länge21= x21²+y21²+z21²

α=

Eine weitere Maßnahme zur Beschleunigung ist, dass die Punktwolke ausgefegt wird. Alle zu dicht bei einander liegenden Punkte, werden aus der Wolke entfernt. In der Darstellung der Punktwolke werden auch Punkte weggelassen. Der Unterschied ist, dass die Darstellung den Abstand in der 2D-Projexion nimmt, während für die Berechnung der 3D-Abstand für das Löschen maßgebend ist.

Damit braucht das Makro nur noch 8 Minuten und ein Clou in der Iteration verdreifacht auch noch mal das Tempo auf knapp 2 Minuten. Der Clou besteht darin, dass die 3 gesuchten Punkte nach einigen Iterationen bereits an den obersten 3 Plätzen befinden und damit nicht mehr gesucht werden müssen. Das Makro bekommt diese Information zugesendet oder ermittelt diese Information selber und berechnet sofort den Parameter r. Beim selber Ermitteln wird überprüft, ob der Punkt im auf die XY-Ebene projizierten Dreieck liegt. Bei der Prüfung Punkt im Dreieck werden nicht die Parameter a und b verwendet, sondern eine divisionsfreie Methode. Zwischen den Belastungspunkt und jeder Dreiecksseite werden 3 Winkel gebildet. Der Punkt liegt im Dreieck, wenn jeder Winkel in die gleiche Richtung dreht.

Ist der Belastungspunkt jedoch zu nah am Nullpunkt, dann haben die falschen Punkte den kürzesten Abstand.



Grafik 26: das Abstandskriterium findet falsche Punkte

Das Bild ist zwar übertrieben, aber dennoch berechnet die falsche Ebene Abweichungen von bis zu 8%. Um dieses Problem zu beheben, ist es naheliegend, dass der Belastungspunkt temporär nach außen verlegt wird, und dann der Abstand berechnet wird. Wenn er schätzungsweite in der Punktwolke liegt, dann wird er etwa 20% außerhalb verlegt. Die genaue Information, ob der Belastungspunkt in der Punktwolke liegt, gibt es erst nach der Berechnung.

Den Punkt nach außen zu verlegen hat das Problem gelindert, aber nicht gelöst. Es sind noch Abweichungen von 1% vorhanden. Die 1% können nicht berechnet werden, denn es existiert kein Punkt der Punktwolke, der mit dem falschen Schnittpunkt verglichen werden kann. Die 1% kann man nur sehen, indem man beide Grafiken bei den Axen übereinander legt und sieht, dass die Punktgrenze um 4 Pixel verschoben ist (WMF Grafiken sind transparent, daher geht übereinanderlegen und weit rein zoomen).



Grafik 27: das Abstandskriterium findet weiterhin falsche Punkte

Die Ursache für die 1% sind, dass auch bei einem außen liegenden Belastungspunkt Abstände zu finden sind, die kleiner sind als bei den gewünschten Punkten. Dies ist immer dann der Fall, wenn die Belastungsgerade die Punktwolke nicht in einem rechten Winkel durchstößt. Den rechten Winkel gibt es nur bei hoher Zugnormalkraftauslastung. Das Abstandskriterium muss daher überarbeitet werden.

Die Lösung für das Problem ist, dass nicht der Abstand zwischen Punkt und Belastungspunkt berechnet werden muss, sondern der Abstand zwischen Punkt und Belastungsgerade. Der Abstand eines Punktes zu einer Geraden ist durch seinen kürzesten Abstand definiert. Der kürzeste Punkt auf der Belastungsgerade bildet mit dem Punkt der Punktwolke eine Hilfsgerade. 2 Vektoren stehen senkrecht zueinander, wenn dessen Skalarprodukt 0 ist.



Grafik 28: Abstand des Punktes zur Belastungsgerade

G= r·(x1;y1;z1)

P1= ein Punkt der Punktwolke = (x1;y1;z1)

P= gesuchter Punkt, der den kürzesten Abstand zur Gerade G hat

Vektor P1P= G-P1 =

Das Skalarprodukt der Vektoren P1P und des Vektors der Belastungsgerade müssen 0 sein. Der Vektor der Belastungsgerade hat dieselben Koordinaten wie der Belastungspunkt.

P1P·P0=0

=0

r·x0²-x1·x0+r·y0²-y1·y0+r·z0²-z1·z0=0 r ausklammern

r·(x0²+y0²+z0²)=x1·x0+y1·y0+z1·z0 dividieren

r=

r ist der Skalierfaktor, mit dem P0 multipliziert werden muss, damit dieser den kürzesten Abstand zu dem Punkt der Punktwolke hat. Es gilt die fast exakte Näherung 1/r = A, wenn es der kleinste Abstand unter allen Punkten ist. Es sollen aber 3 Punkte herangezogen werden und nicht nur einer.

Der Abstand zwischen P und P1 beträgt

Abstand=

Die neue Abstandsformel unterscheidet sich von der alten nur darin, dass der Parameter r hinzugekommen ist.

alter Abstand=

Da nun der Abstand zur Belastungsgerade berechnet wird, können Punkte auf der anderen Seite der Geraden gefunden werden, die den kürzesten Abstand haben.



Grafik 29: Punkte auf der gegenüberliegenden Seite mit kürzestem Abstand

In der Punktwolke existieren jedoch keine Punkte für negative Momente. Um ein vollständiges Bild der Punktwolke zu bekommen, muss die Punktwolke erst 2 mal spiegelkopiert werden. Dieses wurde nur für das Bild aber nicht die Berechnung getan und damit existiert das Problem auch nicht. Also man sieht ein vollständiges Bild, die Berechnung findet aber nur an einem Viertel der Punkte statt, die man sieht.

Dennoch liefert der Adapter richtig schlechte Ergebnisse. Die Ursache liegt nicht am Adapter, sondern am Wolkenschnittpunkt.

Adapter4_0.wmfAdapter4_0.wmf

Grafik 30: Versagen des Adapters

Die Ursache für dafür ist eine modifizierte Punktewolke,die mit 3 Ringe um die Koordinatenebenen verstärkt wurde. Bei jedem Ring ist eine Koordinate 0. Bei einer verstärkten Punktwolke kann es nun auftreten, dass 2 Punkte auf einer Linie liegen, nämlich reinen Druck und reinen Zug. Der Abstand eines Punktes aus reiner Normalkraft hat damit den gleichen lotrechten Abstand zu den beiden Punkten, obwohl diese augenscheinlich am weitesten auseinander liegen. Da dieser Abstand auch noch 0 ist, werden diese beiden Punkte als erstes gefunden.



Grafik 31: Der falsche Punkt

Lösen lässt sich das Problem, indem man einfach alle Punkte mit anderem Vorzeichen für Z von der Abstandsberechnung ausschießt.

**Zusammenfassung und Programmablauf**

Das Makro Wolkenschnittpunkt bekommt einen Punkt als 3 Werte übergeben und die große Punktwolke als Referenz.

Wenn der Belastungspunkt innerhalb des projizierten Dreieckes der ersten 3 Punkte liegt, dann sind die 3 maßgebenden Punkte schon gefunden.

Zu jedem Punkt der Punktwolke wird der Abstand zur Belastungsgerade berechnet. Ist z0·z1<0, dann wird der Abstand auf sehr groß gesetzt, um diesen aus zu schließen.

r=

Abstand =

Der Punkt mit dem kleinsten Abstand wird gesucht und dessen Platz wird mit dem ersten Punkt getauscht. Da die Punktwolke als Referenz übergeben wurde, wird diese geändert.

Der Punkt mit dem kleinsten Abstand wird ab dem zweiten Punkt in der Punktwolke gesucht und dessen Platz wird mit dem zweiten Punkt getauscht. Es wird der Punkt mit dem zweit kleinsten Abstand gefunden, denn der kürzeste Punkt befindet auch ja an erster Stelle.

Bevor der dritte Punkt gesucht wird, wird von jedem Punkt der Winkel berechnet, den er zu den ersten beiden Punkten hat.

Länge21= x21²+y21²+z21²

α=

Ist der Winkelwert größer als 0,64, dann wird der Abstand auf einem sehr hohen Wert gesetzt, um diesen Punkt aus zu sortieren.

Der Punkt mit dem kleinsten Abstand wird ab dem dritten Punkt in der Punktwolke gesucht und dessen Platz wird mit dem dritten Punkt getauscht. Die 3 relevanten Punkte zum Aufspannen befinden sich nun an den obersten 3 Plätzen.

k=

r=

Der Parameter r wird ausgegeben.

Der Parameter für einen projizierten Punkt auf der Punktwolke genutzt werden oder für einen Nachweis der Tragfähigkeit.

neuer Punkt = P0·r

A= 1/r

**Rechenbeispiel**

Gegeben

Punktwolke für C24

my= 0,8 = x0

mz= 0,3= y0

n=-0,3= z0

Inhalt der Punktwolke

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nummer | My; X | Mz; Y | N; Z | r | Abstand | Winkel |
| 1 | 0,009145 | 0,00457 | 0,6664 | -0,233211 | 0,63213594 | 0,20112601 |
| 2 | 0,009145 | 0,00724 | 0,6664 | -0,2322341 | 0,63245569 | 0,20221051 |
| 3 | 0,009145 | 0,01107 | 0,6663 | -0,2307963 | 0,63283723 | 0,20373833 |
| 1186 | 0,95466 | 0,35128 | -0,31853 | 1,17642805 | 0,03699585 | 0,70928988 |
| 1187 | 0,93704 | 0,37229 | -0,3332 | 1,17229146 | 0,0276926 | 1 |
| 1229 | 0,95241 | 0,32737 | -0,35885 | 1,18023659 | 0,02834363 | 0,00289258 |
| 1230 | 0,9348 | 0,34703 | -0,37241 | 1,17520976 | 0,02129162 | #DIV/0! |
| 1231 | 0,91481 | 0,36764 | -0,38749 | 1,16876463 | 0,04534506 | 0,00581232 |

Gesucht

Skalierfaktor r aus 3 Punkte

Lösung

Zu jedem Punkt der Punktwolke wird der Abstand zur Belastungsgerade berechnet.

r=

r1= =-0,2332 Punkt 1

r1187= = 1,1723 Punkt 1187

r1230= = 1,1752 Punkt 1230

Abstand=

Abstand1=

Abstand1 = 0,6321359

Abstand1187=

Abstand1187 = 0,027693

Abstand1230=

Abstand1230 = 0,021292

Die Punkte mit den kleinsten und zweit kleinsten Abstand werden gesucht.

P1: Der Punkt 1230 hat den kleinsten Abstand.

P2: Der Punkt 1187 hat den zweit kleinsten Abstand.

P1= (0,9348;0,34703;-0,37241)

P2= (0,93704;0,37229;-0,3332)

Für jeden Punkt wird der Winkel berechnet, den er zu den Punkten P1 und P2 einnimmt.

x21= x2-x1= 0,93704-0,9348= 0,00224

y21= y2-y1= 0,37229-0,34703= 0,02526

z21= z2-z1= -0,3332+0,37241= 0,03921

Länge21= x21²+y21²+z21²

Länge21= 0,00224²+0,02526²+0,039212= 0,00218

α=

α3=

α3= 0,2037

α1186=

α1186= 0,7093

α1229=

α1229= 0,00289

Der Winkel α1186 ist größer als 0,64 und damit scheidet dieser Punkt aus. Die Zahl des Winkels hat kaum Aussagekraft, da Teile der Winkelformel eingespart wurden. Der Punkt 1229 hat den drittkleinsten Abstand und einen gültigen Winkel. Der Winkel ist fast ein rechter Winkel.

P3= (0,95241;0,32737;-0,35885)

Nun wird aus den 3 Punkten die Ebene gebildet und der Skalierfaktor für den Schnittpunkt berechnet.

x31= x3-x1=0,95241-0,9348= 0,01761

y31= y3-y1=0,32737-0,34703= -0,01966

z31= z3-z1=-0,35885+0,37241= 0,01356

k=

k= = 1,14957

r=

r= = 1,17527

Die Lösung für 3 Punkte ist geringfügig genauer als die Lösung (r=1,1752) für den dichtesten Punkt. Der Skalierfaktor kann für die Auslastung und für einen Punkt auf der Punktwolke genutzt werden. Auch wenn r das Ergebnis ist, das zurückgegeben wird, haben in der Punktwolke 3 Punkte ihre Plätze getauscht.

Nachweis der Tragfähigkeit

A= 1/r = 1/1,17527= 0,851

0,851 < 1

Nachweis erfüllt

Punkt auf der Punktwolke

P= P0·r

P= =

**Wolkenschnittpunkt anwenden**

Diese Punktwolke wird als Referenz übergeben und darauf werden beliebige Punkte Projiziert

Wolke1.wmf ZylinderA18.wmf

Grafik 32: beliebige Punkte auf die Punktwolke projiziert

Diese Punkte sollen auf die Punktwolke projiziert werden:

ZylinderA8.wmf

Grafik 31: beliebige Punkte

# Berücksichtigung Theorie zweiter Ordnung

Da die Abkürzung „Theorie zweiter Ordnung“ für „Balkentheorie zweiter Ordnung“ nur abkürzt worüber diese Theorie handelt, wird hier der Kurzbegriff Theo2 eingeführt.

Es wurde untersucht, wie sich alle Gleichungen für Theo1 verhalten. Dabei wurden die Abminderungsfaktoren auf 1 gesetzt und Imperfexionen ignoriert. Es konnte festgestellt werden, dass die Biegedrillknickformel Ergebnisse liefert, die schon für Theo1 auf der unsicheren Seite liegen, obwohl die Formel den Anspruch hat selbst für Theo2 zu gelten.

Bei dem Vergleich der analytischen Lösung mit den Normlösungen gibt es ein Unterschied zwischen den Ausgabewerten. In beiden Fällen wurden Schnittgrößen nach Theo1 eingegeben. Das Ergebnis hatte jedoch unterschiedlichen Wert. Während die analytische Lösung nur Theo1 ist, liefern die Normlösungen ein Näherungsergebnis nach Theo2, das auch Imperfexionen berücksichtigt hat.



Grafik 34: Flussdiagramm für bisherigen Berechnungsablauf

Damit die Ergebnisse von gleichwertiger Theorie sind, müssen in die Punktwolke Schnittgrößen nach Theo2 eingeführt werden. Damit ist zwar nun die Theorie gleichwertig, aber nicht mehr die Eingabewerte. Die Lösung ist, dass ein Zwischenschritt eingeführt wird, der die Schnittgrößen von Theo1 in Theo2 umwandelt.

Damit sind sowohl die Eingabewerte als auch die Theorien gleichwertig. Gesucht sind Schnittgrößen nach Theo1, die Schnittgrößen nach Theo2 erzeugen, die auf der Punktwolke liegen. Ein Iterationsverfahren findet die Schnittgrößen.

Grafik 35: Flussdiagramm für neuen Berechnungsablauf

In der Dissertation von Herr Hörsting ist die Gleichung 2.199 angegeben, die Schnittgrößen nach Theo1 in Theo2 umwandelt. Anhand einer Vorkrümmung und Vorverdrehung wird ein Zusatzmoment um die schwache Axe berechnet.

ΔMz= Gleichung 2.199

αN=

αM=

Ncrit ist die Knicklast um die schwache Axe und v0 ist eine Imperfexion der schwachen Axe. Eine Imperfexion um die starke Axe ist laut Dissertation nicht relevant. Die Verdrehung der Axe ist relevant, wird aber in der Norm ignoriert.

Bei den Werten My, Mz und Nx handelt es sich um Schnittgrößen. Die Punktwolke hat aber Teilauslastungen. Deshalb müssen alle Werte in der Formel in einen Ausdruck konvertiert werden, der mit der Punktwolke kompatibel ist.

n= ⬄ N= n·NPl

my= ⬄ My= mz·MPly

mz= ⬄ Mz= mz·MPlz

NPl= b·h·fc

MPly= Wy·fm= fm·b·h²/6

MPlz= fm·h·b²/6

αN= -n·Npl/Ncrit

αM= my·MPly/Mcrit

Diese Werte werden in die Ausgangsgleichung eingesetzt

mzus·Mplz= /MPlz

mzus=

Der Wert, der für mz berechnet wurde, beinhaltet die Effekte aus Imperfexion und Theo2 und muss auf den vorhandenen mz hinzu addiert werden.

mzTheo2= mzTheo1+mzus

Ist die Normalkraft positiv, dann wird der Nenner vergrößert und das Zusatzmoment verringert. Wird Ncrit sehr klein, dann wird der Nenner kleiner und der Zähler größer. Wird dies mit einer Zugkraft kombiniert, dann ist das Zusatzmoment sehr klein: Ein schlanker kippgefährdeter Stab kann leicht gerade gezogen werden. Die Gleichung ist also mächtig genug, um den günstigen Einfluss von Zugkräften auf das Kippen zu berücksichtigen.

Die Formel wird auf die Punktwolke der Tragfähigkeit angewendet. Es sind folgende Parameter eingegangen: Mcrit ist doppelt so groß wie Mpl. Ncrit ist kaum größer als Npl.

Wolke1.wmf Zylinder38.wmf

Imperfektion und Theo2

Grafik 36: neue Schnittgrößen nach Imperfexionen und Theo2

Gut sichtbar ist die Nähe hoher Drucknormalkräfte zur Singularität des Knickens. Auch sichtbar ist der Einfluss der Exzentrizität bei Zugkräften. Die Exzentrizität wird bei Druck durch Theo2 verstärkt. Bildlich gesehen wird die Punktwolke von der Exzentrizität gespalten und von Theo2 aufgerissen.

Hat ein Punkt eine Normalkraftauslastung, die in der Nähe von Ncrit, dann wird der Nenner sehr groß und der Punkt wandert ins Unendliche.

Beispiel für sehr nahe an Mcrit Beispiel für Ncrit überschritten

Zylinder38.wmfZylinder38.wmf

Grafik 37: weitere Beispiele für Schnittgrößen nach Theo2

Hat ein Punkt eine Normalkraftauslastung, die deutlich höher ist als Ncrit, dann erscheint der Punkt auf der anderen Seite. So ist auf dem rechten Bild die Polstelle zu erkennen, an der sich die Punkte von beiden Seiten ins unendliche bewegen. Im linken Bild führt die Interaxion von Mcrit und Ncrit zu Werten außerhalb des Anzeigbaren.

Gesucht ist aber eine Wolke an Punkten, die nach der Anwendung der Formel für Imperfexion und Stabilität Punkte liefert, die auf der Punktwolke der Tragfähigkeit liefern.

Wolke1.wmf

Imperfektion und Theo2

?

Grafik 38: welche Schnittgrößen nach Theo1 führen zur Punktwolke der Tragfähigkeit?

Diese Umkehrung der Formel kann nur iterativ gelöst werden. Zur Auswahl stehen mehrere Löser mit Vor und Nachteile

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kriterium \ Name | Bisektionsverfahren | Regula Falsi | Newtonverfahren |
| Konvergenz- geschwindigkeit | konstant | superlinear | quadratisch |
| Benötige Daten für jeden Schritt | überlastet? (Boolean) | 2 Punkte | 1 Punkt und eine Ableitung |
| Verhalten im singulären Bereich | robust | Absturz | Absturz |
| Iterationsweise | Halbiere die Schrittweite mit jedem Schritt. Wenn überlastet, dann Schritt nach links, sonst nach rechts | Sekante zwischen den beiden Punkten bilden und Nullstelle berechnen. Neunen Punkt an der Nullstelle ausrechnen und einen alten Punkt überschreiben | Tangente an den Punkt legen und Nullstelle berechnen. Nullstelle bildet neuen Punkt mit Ableitung. |

Wenn Zeit relevant ist, dann ist die Konvergenzgeschwindigkeit des Bisektionsverfahrens sehr schlecht. Da im jeden Iterationsschritt ein Schnittpunkt mit der Punktwolke berechnet werden muss, ist Zeit relevant. Das Makro Wolkenschnittpunkt liefert den Skalierfaktor zurück. Dem Bisektionsverfahren interessiert jedoch nur ob es überlastet ist und verschwendet die Information, wie stark es ausgelastet ist. Das Newtonverfahren hat den Nachteil, dass es eine Ableitung für die Iteration benötigt. Eine Ableitung liegt jedoch nicht vor, sodass das Newtonverfahren ausscheidet. Hier wird jedoch an einem Stabilitätsproblem iteriert, sodass es vorkommen kann, dass zu einem Punkt nach Theo1 kein Punkt nach Theo2 berechnet werden kann. Die höherwertigen Löser können aber nur mit gültigen Punkten iterieren, während das Bisektionsverfahren nur die Information benötigt, ob es überlastet ist. Singulär hat die Bedeutung überlastet aber keine Information darüber wie stark es überlastet ist. Somit kann das Bisektionsverfahren auch im singulären Bereich iterieren und eignet sich als Löser.

Statt eines der Verfahren zu wählen können die Löser auch kombiniert werden. Eine Kombination aus Bisektion und Regula Falsi würde so aussehen: Zuerst iteriert das Bisektionsverfahren aus dem singulären Bereich heraus und findet 2 gültige Punkte. Mit diesen iteriert das Sekantenverfahren weiter.

Die Kombination bildet zusätzlichen Programmieraufwand ohne Nutzen. Von einem Punkt kann man den Nenner prüfen, ob dieser singulär ist. Für einen singulären Punkt muss keine zeitfressende Auslastung berechnet werden. Somit kann das Bisektionsverfahren zeitlos im singulären Bereich iterieren. Das Bisektionsverfahren muss gültige Punkte finden und braucht Zeit. Sind die gültigen Iterationspunkte für Regula Falsi gefunden, dann befinden sich in der Punktwolke die 3 Punkte mit dem kürzesten Abstand auf den ersten 3 Plätzen, sodass die Auslastung sofort berechnet werden kann. Es ist daher ein Zeitgewinn im Sekundenbereich, wenn man hier die Iteration auf Regula Falsi umstellt.

**Ablauf der Iteration**

Feste Eingangswerte sind Npl, Mply, Mplz, Ncrit, Mcrit, v0, ϑ0 und die Punktwolke der Tragfähigkeit. Außerdem gibt es eine Wolke aus Startpunkten, von denen jeder einzelne Punkt P0 durch iteriert wird. P0·r ist der gesuchte Punkt nach Theo1, der nach Theo2 voll ausgelastet ist.

my= my0·r

mz= mz0·r

n= n0·r

Gestartet wird mit dem Skalierfaktor r=1 und einer Schrittweite von 0,5.

Das Zusatzmoment wird berechnet

mzus= =

mzTheo2= mz+mzus

Ist der Nenner negativ, dann bedeutet dies singulär und damit überlastet.

Ist n>0,8 oder n<-1 oder my>1,15 oder mzTheo2>1,15, dann überlastet.

Weitere Prüfungen folgen, ob überlastet oder unterlastet. Der Querschnittsnachweis nach Norm liefert die Information unterlastet. Diese Prüfungen sollen Rechenzeit sparen. Zwei Fit, von denen einer immer auf der unsicheren Seite und der andere immer auf der sicheren Seite liegt, können hier eingebaut werden.

Wenn die Information, ob überlastet noch nicht vorliegt, dann wird die Auslastung berechnet.

A= 1/Wolkenschnittpunkt(my, mzTheo2, n, Punktwolke)

Eine Auslastung von über 1 bedeutet überlastet.

Wenn überlastet, dann r= r-Schrittweite, sonst r= r+ Schrittweite. Ist der Startwert also zu dicht am Ursprung, dann versagt das Bisektionsverfahren, weil maximal ein Skalierfaktor von 2 ausgegeben werden kann.

Die Iteration wird mit dem neuen Skalierfaktor und halbierter Schrittweite fortgesetzt.

**Rechenbeispiel**

Gegeben

Npl= 420kN; Mply=16kNm; Mplz= 8kNm

Ncrit= 300kN; Mcrit= 32kNm

v0= 0,005m; ϑ0= 0,01

Punktwolke der Tragfähigkeit für C24 Querschnitt 100x200

Startpunkt(my0=0,4; mz0= 0,2; n0=-0,5)

Gesucht

r

Lösung

r=1

Schrittweite = 0,5

my= my0·r= 0,4·1=0,4 Iterationsschritt 1

mz= mz0·r= 0,2·1=0,2

n= n0·r= -0,5·1=-0,5

Zähler= my·MPly·ϑ0+(Abs(n)·NPl+Ncrit·my²·MPly²/Mcrit²)·v0

Zähler= = 1,174

Nenner= (1+n·NPl/Ncrit-my²·MPly²/Mcrit²)·Mplz

Nenner= =

mzus= = = 0,564

mzTheo2= mz+mzus= 0,2+0,564= 0,764

Dieser Teil, wie mzTheo2 berechnet wird, kann ausgetauscht werden, um einen anderen Sachverhalt zu berechnen, oder mzTheo2 nicht mit einer Formel sondern numerisch zu berechnen z.B. Runge Kutta Verfahren.

A= 1/Wolkenschnittpunkt(0,4, 0,564, -0,5, Punktwolke)

Etwas Zeit vergeht, bis das Ergebnis ankommt

A= 0,969

Da A < 1: r=r+Schrittweite

r= 1+0,5 = 1,5 und Schrittweite halbieren

Schrittweite = 0,5/2=0,25

my= my0·r= 0,4·1,5=0,6 Iterationsschritt 2

mz= mz0·r= 0,2·1,5=0,3

n= n0·r= -0,5·1,5=-0,75

Zähler = =

Nenner= =

Da Nenner < 0: A > 1

Da A > 1: r=r-Schrittweite

r= 1,5-0,25 = 1,25

Schrittweite = 0,25/2=0,125

my= my0·r= 0,4·1,25=0,5 Iterationsschritt 3

mz= mz0·r= 0,2·1,25=0,25

n= n0·r= -0,5·1,25=-0,625

Zähler = =

Nenner= =

mzus= =

mzTheo2= 0,2+2,972= 3,172

Da mzTheo2 > 1,15: A > 1

Da A > 1: r=r-Schrittweite

r= 1,25-0,125 = 1,125

...

r= 1,0140206

my= my0·r= 0,4·1,0140206= 0,4056082 Iterationsschritt 24

mz= mz0·r= 0,2·1,0140206= 0,2028041

n= n0·r= -0,5·1,0140206= -0,5070103

Zähler= 0,4056082·16·0,01+(Abs(-0,5070103)·420+300·0,4056082²·16²/32²)·0,005

Zähler=

Nenner= =

mzus= = 0,59791414

mzTheo2= 0,2028041+0,59791414= 0,800718

A= 1/Wolkenschnittpunkt(0,4056082, 0,800718, -0,5070103, Punktwolke)

A= 1

Damit kann nun der Punkt nach Theo1 berechnet werden, der nach Theo2 100% ausgelastet ist.

P= r·P0= =

Es gibt weitere Punkte, die zu iterieren sind. Welche Form diese Punkte annehmen, ist beliebig. Die Startwerte können ein Würfel, ein Zylinder, ein Auto, ein Schädel oder die Punktwolke der Tragfähigkeit sein. Die Iteration formt jedes Objekt in die Punktwolke Theo1 um, dessen Schnittgrößen nach Theo2 auf der Punktwolke der Tragfähigkeit liegen. Da bei den Objekten die Punkte unterschiedlich dicht liegen, so kann man im Ergebnis in der Punktdichte noch das Ursprungsobjekt verzerrt erkennen.

ZylinderA8.wmfWolke1.wmf

Grafik 39: beliebige Startwerte der Iteration

ZylinderA18.wmfZylinder18.wmf

Grafik 40: Punkte nach Theo1

ZylinderA14.wmfZylinder14.wmf

Grafik 41: alle Punkte nach Theo2 liegen auf der Wolke der Tragfähigkeit

## Formeln in der Norm

Die Querschnittsgleichung verhält sich wie die analytische Lösung. Sie liefert nur Theo2, wenn Theo2 rein geht. Da Eingangswerte und Ergebnis gleichwertig sind, können die Gleichungen miteinander verglichen werden. Dies wurde in Kapitel 4 bereits getan und daher wird die Querschnittsgleichung nicht mehr weiter untersucht. In diesem Kapitel geht Theo1 rein und Theo2 kommt raus.

Die Knickgleichung wird um den Faktor kcrit erweitert, sodass diese auch Kippen berücksichtigen kann. Damit entspricht sie dem Stand der alten Norm: Gleichung 6.23 und 6.24 werden zu Gleichung 71 und 72. Somit kann die Knickgleichung mit der Biegedrillknickgleichung und der analytischen Lösung verglichen werden. Bei Bedarf können der Abminderungsfaktor immer noch zu 1 gesetzt werden, um den alten Zustand der Gleichung zu erhalten.

A=

A=

Die Knickgleichung berechnet eine zur Last proportionale Auslastung. Es gilt A= 1/r. Somit kann die Auslastung genutzt werden, um einen Punkt zu skalieren.

P= P0/A

Die Biegedrillknickgleichung hingegen berechnet einen Wert, der nur einer Auslastung entspricht, wenn dieser 0 oder 1 ist. Durch das Quadrat gilt nicht mehr doppelte Last - doppelter Wert. Die Beziehung A=1/r gilt nicht. Deshalb wird die Biegedrillknickgleichung so umgeformt, dass diese eine Auslastung berechnet, die proportional zur Last ist.

**Umformung der Biegedrillknickgleichung**

A= =

A= =

Die Abminderungsfaktoren für das Knicken werden in kcKlein und kcGroß umbenannt, um Verwexlungen zu vermeiden, denn der kleinere Abminderungsfaktor entsteht durch das Knicken um die schwache Axe. kcz= kcklein.

Die Lasten werden mit dem Faktor r multipliziert, sodass die Gleichung 1 ergibt

A= 1=

A= 1= r ausklammern und -1

0=

0= r² frei dividieren

0=

0= pq-Formel anwenden

p1=

r1=

p2=

r2=

r= Min(r1;r2)

A= 1/r

A=

Diese Formel ist mit der Normformel identisch, denn sie wurde nur umgestellt.

Die Formel verlangt von r1 und r2, dass die quadrierte Schnittgröße ungleich 0 ist. Um eine Division durch 0 zu verhindern, müssen r1 und r2 anders berechnet werden. Da die quadratische Schnittgröße 0 ist, gilt A=1/r.

r1=

r2=

## Parameterstudie

Für die Parameterstudie wird ein Balken GL24h 1000x150 mit 10m Länge untersucht.

Die Querschnittswerte sind

Iy= = = 1,25e10 mm4

Wy= Iy·2/h= 1,25e10·2/1000= 25 000 000 mm³

Itor= = 1,019e9 mm4

Iz= = = 2,81e8 mm4

Wz= Iz·2/b= 2,81e8·2/150= 3750 000mm³

A= 150 000mm²

NPl= fc·A= 24·150= 3600kN

Mply= fm·Wy= 24·25= 600kNm

Mplz=fm·Wz=24·3,75= 90kNm

Ncrity wird ignoriert

Ncrit= = = 266kN

Mcrit= = = 383kNm

λrel= = = 3,679 ≈ 4

λrel,M= = = 1,25 ≈ 1

Untersucht werden die Schlankheiten 0,5; 1; 2 und für Knicken noch zusätzlich 4.

Die Norm legt fest, dass eine Imperfexion von v0= L/500 für Brettschichtholz oder v0= L/300 für Kantholz anzusetzen ist. Die anzusetzende Verdrehung ϑ0 ist 0 und die außermittige Lasteinleitung ist auch 0.

Bei L/500 sind dies 0,02m. Wird der Balken in der Mitte gehalten, so ist die Knicklänge halbiert und die Imperfexion ist nur noch 0,01m. Somit ist die Imperfexion proportional zur Schlankheit.

Für λrel= 3,679 werden die 0,02m Imperfexion angesetzt. Für andere Schlankheiten gilt dann diese Beziehung

v0= λrel·0,02m/3,679 = λrel·0,005436m (0,002718;0,005436;0,010827;0,021654)

ϑ0= λrel,M·0,005/1,25= λrel,M·0,004 =(0,002;0,004;0,008)

Es wird auch eine kleine Verdrehung angesetzt. Der Obergurt verformt sich in Richtung v0 und der Untergurt entgegengesetzt. Die zusätzliche Verdrehung des Obergurtes ist damit

vo= ϑ0·h= λrel,M·0,004·0,5m

vo= λrel,M·0,002m

Die Formeln nach Norm brauchen noch die Abminderungsfaktoren

kz = 0,5·(1+ßc·(λrel-0,3)+λrel²)

kcz = = (0,9502;0,6893;0,2253;0,0596)

kcrit= = (1;0,8125;0,25)

Auch wenn die Startwerte der Iteration beliebig wählbar sind, so sollte hier dennoch eine Wahl getroffen werden, die eine ästhetisch ansehnliche Punktwolke erzeugt. Ein Würfel oder Zylinder hat den Nachteil, dass die Punkte an der Bodenfläche zu dünn besetzt sind. Diese werden durch Theo2 stark auseinander gezogen und es entsteht ein dünn besetztes Gebiet. Würfel und Zylinder können mit Ringe verstärkt werden, um Axen und Randbereiche zu betonen. Eine geodätische Kuppel besitzt ein Dreiecksnetz, bei dem alle Punkte fast den gleichen Abstand haben. Aber auch hier haben die Punkte nach Theo2 dünn besetzte Bereiche. Daher müssen die Pole dichter besetzt werden. Statt eine geodätische Kuppel zu berechnen, kann auch die Punktwolke der Tragfähigkeit genommen werden. Diese Figur hat gleichmäßig verteilte Punkte, die an den Polen und an den Rändern verstärkt sind. Dadurch sind bei Theo2 auch noch genügend Punkte in den kritischen Bereichen vorhanden. Auch wenn die Punktwolke bereits an den Rändern verstärkt ist, werden noch 3 Ringe in jeder Koordinatenebene herum gelegt, um 2D- Vergleiche machen zu können.

Die unregelmäßigen Löcher in der Punktwolke entstehen durch die erhöhte Datenkompression. Denn von den 4·12·(10000 Punkte + 10000 Schattenpunkte) = 1 Million Punkte werden nur etwa 25% dargestellt.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Adapter0_0.wmf | Adapter1_0.wmf | Adapter2_0.wmf | Adapter4_0.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Adapter0_1.wmf | Adapter1_1.wmf | Adapter2_1.wmf | Adapter4_1.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Adapter0_2.wmf | Adapter1_2.wmf | Adapter4_2.wmf | Adapter4_2.wmf |

Grafik 42: Isolinien der analytischen Lösung

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Theo0_0_K19.wmf | Theo1_0_B19.wmf | Theo2_0_B19.wmf | Theo4_0_B19.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Theo0_1_B19.wmf | Theo1_1_B19.wmf | Theo2_1_B19.wmf | Theo4_1_B19.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Theo0_2_B19.wmf | Theo1_2_B19.wmf | Theo2_2_B19.wmf | Theo4_2_B19.wmf |

Grafik 43: Biegedrillknickgleichung eingefärbt mit analytischen Auslastungen

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Theo0_0_K29.wmf | Theo1_0_K29.wmf | Theo2_0_K29.wmf | Theo4_0_K29.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Theo0_1_K29.wmf | Theo1_1_K29.wmf | Theo2_1_K29.wmf | Theo4_1_K29.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Theo0_2_K29.wmf | Theo1_2_K29.wmf | Theo2_2_K29.wmf | Theo4_2_K29.wmf |

Grafik 44: Knickgleichung eingefärbt mit analytischen Auslastungen

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Schnitte0_0.wmf | Schnitte1_0.wmf | Schnitte2_0.wmf | Schnitte4_0.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Schnitte0_1.wmf | Schnitte1_1.wmf | Schnitte2_1.wmf | Schnitte4_1.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Schnitte0_2.wmf | Schnitte1_2.wmf | Schnitte2_2.wmf | Schnitte4_2.wmf |

Grafik 45: Schnitte in den Koordinatenebenen: Vergleich der 3 Lösungen

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Druck0_0.wmf | Druck1_0.wmf | Druck2_0.wmf | Druck4_0.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Druck0_1.wmf | Druck1_1.wmf | Druck2_1.wmf | Druck4_1.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Druck0_2.wmf | Druck1_2.wmf | Druck2_2.wmf | Druck4_2.wmf |

Grafik 46: Schnitte in den Koordinatenebenen für mz=0 und Gleichung 6.35

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | AdapterNA0_0.wmfAdapterGL0_0.wmf | AdapterNA1_0.wmfAdapterGL1_0.wmf | AdapterNA2_0.wmfAdapterGL2_0.wmf | AdapterNA4_0.wmfAdapterGL4_0.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | AdapterNA0_1.wmfAdapterGL0_1.wmf | AdapterNA1_1.wmfAdapterGL1_1.wmf | AdapterNA2_1.wmfAdapterGL2_1.wmf | AdapterNA4_1.wmfAdapterGL4_1.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | AdapterNA0_2.wmfAdapterGL0_2.wmf | AdapterNA1_2.wmfAdapterGL1_2.wmf | AdapterNA2_2.wmfAdapterGL2_2.wmf | AdapterNA4_2.wmfAdapterGL4_2.wmf |

Grafik 47: Vergleich der Biegedrillknickgleichungen NA 60 alleine und Min(NA 60; NA 61)

## Auswertung

Die Biegedrillknickgleichung aktiviert mehr Tragreserven als die ältere Gleichung. Dennoch gibt es Unsicherheiten und Überlastungen.

Wie schon im Kapitel 4 festgestellt, liefert die Biegedrillknickgleichung für Zugkräfte unsichere Ergebnisse. Ist der Träger aber ausrechend kippgefährdet und schlank, dann heben sich Unsicherheit und Unwirtschaftlichkeit auf, bis die Unwirtschaftlichkeit dominiert.

Theo0_0_K19.wmfTheo4_1_B19.wmf

Grafik : Biegedrillknickgleichung ist unsicher bei Zug

Ist der Träger Kippgefährdet und steht unter Zug, so stabilisiert die Zugkraft schlanke Träger. Damit sind größere Momente aufnehmbar, als Mcrit. Diese Tragreserven können die Unsicherheit der Biegedrillknickgleichung übersteigen.

Theo4_0_S15.wmfTheo-1_0_S15.wmf

Grafik : Analytisch λrel = 0,5 und λrel,M = 2; λrel = 4 und λrel,M = 2

Sowohl die Knickgleichung als auch die Biegedrillknickgleichung haben bei reinem my bei λrel,M=2 eine deutliche Unsicherheit. Der Überlastungsbereich der neuen Gleichung sieht größer aus, da die Form rund ist. Die Ursache für die Überlastung ist, dass die Norm für große Kippschlankheiten die Eulerlast ansetzt. Die Eulerlast enthält keine Imperfexionen.

Theo0_2_K29.wmfTheo0_2_B19.wmf

Grafik : Knick- und Biegedrillknickgleichung sind bei reiner Biegung unsicher

Der Abminderungsfaktor kcrit wird ohne Zwischenschritt direkt berechnet. Ab λrel,M > 1,4 gilt die Eulerlast.

kcrit=

Die Lösung für das Problem ist es, die Nachweise zu vereinheitlichen.

kz,M = 0,5·(1+ßc·(λrel,m-0,3)+λrel,M²)

kz,M = 0,5·(1+0,1·(2-0,3)+2²)= 2,585

kcrit =

kcrit= = statt 0,25

kcrit= = (Biegedrillknicken im Stahlbau)

Dies liegt aber immer noch über den Wert der analytischen Lösung, die einen Abminderungsfaktor von 0,206 vorschlägt.

Für Druckkräfte und Biegung liefert die neue Gleichung Ergebnisse, die wirtschaftlicher sind als die alte Gleichung, ohne dabei auf der unsicheren Seite zu liegen. Somit liefert die Gleichung gute Ergebnisse für das Hauptanwendungsgebiet.

**Vergleich der Gleichung 6.35 mit den Gleichungen NA 60 und 61**

In der neuen Norm gibt es für das Biegedrillknicken 2 Gleichungen. Die Gleichung 60 und 61 im nationalen Anhang ähnelt denen aus der vorherigen Norm, bei der die 0,7 durch ein Quadrat ausgetauscht wurde. Die Gleichung 6.35 ist eine kürzere Variante ohne Doppelbiegung. Auffällig ist, dass alle Gleichungen als Paar auftreten, nur diese nicht.

A= NA 60

A= NA 61

Gleichung 6.35

Da die Gegengleichung fehlt, wird die Auslastung aus Biegung immer quadriert. Da immer eine Zahl kleiner 1 quadriert wird, wird das Ergebnis verkleinert, sodass größere Auslastungen aufgenommen werden können. Beim Extremfall der reinen Biegung entfaltet das Quadrat die maximale Wirkung, sodass bei 50% Biegung 25% ausgegeben werden. Doch diese Formel berechnet nicht direkt die Auslastung, sondern nur ein Wert, der Überlastung angibt, wenn dieser größer als 1 ist. Somit werden bei 100% Biegung auch 100% ausgegeben und die Formel liegt nicht auf der unsicheren Seite.

Druck0_0.wmfDruck4_1.wmf

Grafik : Gleichung 6.35 liegt nicht auf der unsicheren Seite

Obwohl Gleichung 6.35 keine Gegengleichung hat, liegt diese bei Druck nicht auf der unsicheren Seite, aber bringt sehr wirtschaftliche Ergebnisse. Dies hat 2 Ursachen. Der Scheitelpunkt der Parabel ist bei my=0 und n=-1 mit Axe my als Abszisse. Dort hat auch die analytische Lösung eine horizontale Tangente. Bei my=1 und n=0 ist immer eine Steigung vorhanden, die mit zunehmender Knickschlankheit vom negativen ins positive umschlägt. Eine Parabel liefert immer die Steigung 2/kcz.

Die Querschnittsgleichung stellt eine Alternative dar, bei der das Quadrat auf den anderen Term platziert ist.

Querschnittsgleichung

Gleichung 6.35

Dies hat dieselben Eigenschaften, wie Gleichung 6.35, nur dass n und my vertauscht sind. Im Interaxionsdiagramm ist die Parabel an einer Diagonalen gespiegelt. Der Scheitel ist bei my=1 und n=0 mit Axe n als Abszisse.

myn0_0.wmfmyn0_0.wmf

Scheitel

Scheitel

Grafik : Vergleich zwischen Querschnittsgleichung und 6.35

Das Quadrat auf die Normalkraftauslastung zu platzieren bedeutet eine sehr schlechte Approximation, die für hohe Biegeauslastungen mit hoher Knickschlankheit stark auf der unsicheren Seite liegt. In der analytischen Lösung liegt die horizontale Tangente liegt nicht bei my=0, sondern bei n=0. Diese horizontale Tangente bei n=0 erreicht man nicht mit einem Quadrat um der Normalkraftauslastung, sondern wie in Gleichung 6.35 mit dem Quadrat um der Biegeauslastung.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Gleichung 6.35 sehr wirtschaftlich ist ohne dabei unsicher zu sein. Eine Gegengleichung wird daher nicht benötigt.

**Vergleichende Untersuchung**

Es wird nur der zweidimensionale Fall betrachtet und mz gibt es nicht. Das zusatzmoment wird auf my hinzuaddiert und der Träger knickt um die starke Axe ohne Kippgefahr.

My=

my=

NurMy0_0.wmfNurMy1_0.wmfNurMy2_0.wmfNurMy4_0.wmfNurMy8_0.wmf

Grafik : Auswertung mit my anstelle von mz

Der wesentliche Unterschied sind die Winkel zu den Axen. Zur Axe n ist kein rechter Winkel mehr und das maximale my ist etwas kleiner.

Druck1_0.wmfNurMy1_0.wmf

Grafik : wesentlicher Unterschied Zwischen my anstelle von mz

## Berücksichtigung des Einflusses von mz

Die Gleichung, die die Schnittgrößen von Theo1 in Theo2 umwandelt berücksichtigt nicht den Einfluss eines Momentes um die schwache Axe.

mzus=

mzTheo2= mzTheo1+mzus

Um mz zu berücksichtigen, gibt es mehrere Möglichkeiten, die alle unbefriedigend sind. Die Imperfexion v0 wird um eine Imperfexion aus mz vergrößert.

vges= v0+e

mzus=

Die erste Möglichkeit ist, dass mz in eine Imperfexion über die Normalkraft umgerechnet wird.

e= Mz/N

e= Variante 1

Dies hat jedoch den Nachteil, dass die Exzentrizität bei geringem n sehr groß wird und bei n=0 nicht berechnet werden kann. Daher kann die Ausmitte auf die volle plastische Normalkraft bezogen werden.

e= Variante 2

e= = 25mm·mz

Eine Alternative ist es, mz über Biegung um zu rechnen.

e=

Mz= q·L ²/8 ⬄ q= 8·Mz/L² q einsetzen

e= = Mz= mz·MPlz

e=

Für λrel= 3,679 war die Länge 10 000mm. Bei kleineren Knickschlankheiten ist die Länge kürzer. Es gilt daher:

L= (10000/3,679)·λrel= 2817·λrel

λrel=

L= L einsetzen

e= = Zahlen einsetzen

e=

e= Variante 3

e= 26mm·mz bei Ncrit=1

Der Unterschied zur zweiten Variante ist, dass vor mz ein anderer Koeffizient ist. Das heißt, dass nur die Größe der Exzentrizität unterschiedlich ist.

Variante 1 kann grafisch nicht dargestellt werden, weil bei einigen Punkten eine Division durch 0 auftritt. Die beiden anderen Varianten werden jeweils für Knick- und Kippschlankheiten von je 1 und 2 dargestellt.

Adapter.wmfAdapter.wmf

Grafik : Isolinien nach Variante 2

Adapter.wmfAdapter.wmf

Grafik : Isolinien nach Variante 3

Der Knick bei n=0 entsteht durch den Seitenwexel der Imperfexion, denn diese soll immer ungünstig wirken. Der konkave Verlauf bei Zugkräften entsteht durch die zunehmende Imperfexion bei zunehmenden mz, bis mz doppelt eingeht.

Adapter.wmfAdapter.wmf

Grafik : Vergleich zwischen Variante 3 und großer Imperfexion

Eine große Imperfexion erzeugt für große mz ähnliche Auslastbarkeiten. Die deutlich höhere Zugnormalkrafttragfähigkeit bei Variante 3 liegt daran, dass bei mz=0 keine Imperfexion hinzukommt.

Bei der vierten Variante wird die Imperfexion bei Zugkräften zu 0 gesetzt, damit mz nicht verdoppelt wird. Diese Ergebnisse werden dargestellt.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Adap0_0.wmf | Adap1_0.wmf | Adap2_0.wmf | Adap4_0.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Adap0_1.wmf | Adap1_1.wmf | Adap2_1.wmf | Adap4_1.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Adap0_2.wmf | Adap1_2.wmf | Adap2_2.wmf | Adap4_2.wmf |

Grafik 58: Isolinien der analytischen Lösung

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Wolke0_0_K15.wmf | Wolke1_0_15.wmf | Wolke2_0_15.wmf | Wolke4_0_15.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Wolke0_1_15.wmf | Wolke1_1_15.wmf | Wolke2_1_15.wmf | Wolke4_1_15.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Wolke0_2_15.wmf | Wolke1_2_15.wmf | Wolke2_2_15.wmf | Wolke4_2_15.wmf |

Grafik 59: analytischen Auslastungen eingefärbt mit Biegedrillknickgleichung

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Wolke0_0_K29.wmf | Wolke1_0_29.wmf | Wolke2_0_29.wmf | Wolke4_0_29.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Wolke0_1_29.wmf | Wolke1_1_29.wmf | Wolke2_1_29.wmf | Wolke4_1_29.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Wolke0_2_29.wmf | Wolke1_2_29.wmf | Wolke2_2_29.wmf | Wolke4_2_29.wmf |

Grafik 60: Knickgleichung eingefärbt mit analytischen Auslastungen

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | leichtes Knicken λrel= 0,5 | moderates Knicken λrel= 1 | ausgeprägtes Knicken λrel= 2 | schweres Knicken λrel= 4 |
| leichtes Kippen λrel,M= 0,5 | Schnitt0_0.wmf | Schnitt1_0.wmf | Schnitt2_0.wmf | Schnitt4_0.wmf |
| moderates Kippen λrel,M= 1 | Schnitt0_1.wmf | Schnitt1_1.wmf | Schnitt2_1.wmf | Schnitt4_1.wmf |
| ausgeprägtes Kippen λrel,M= 2 | Schnitt0_2.wmf | Schnitt1_2.wmf | Schnitt2_2.wmf | Schnitt4_2.wmf |

Grafik 61: Schnitte in den Koordinatenebenen: Vergleich der 3 Lösungen

## Ausblick und weiterführende Arbeiten

In dieser Arbeit wurden die Formeln von Herr Hörsting aufgearbeitet und einsatzbereit gemacht. Sind Schnittgrößen nach Theo2 gegeben, dann kann ein sehr wirtschaftlicher Tragfähigkeitsnach- weis geführt werden. In der Praxis ist dies oft der Fall, da das statische System kein Einfeldträger ist, sondern in ein 3D FEM Programm eingegeben wird. Da die Verbindungsmittel im Holzbau meist maßgebend sind, bringen die wirtschaftlichen Hörstingformeln keinen Gewinn.

Um die Interaxionsformeln mit der Norm zu vergleichen müssen die Schnittgrößen von Theo1 in Theo2 umgerechnet werden. Die Formel 2.199 von Herr Hörsting wurde mit 4 verschiedenen Ansätzen erweitert, von denen keiner den Einfluss von mz zufriedenstellend berücksichtigen konnte. Die Grafiken in Kapitel 6.4 haben daher nur Beispielcharakter, wie die korrekte Lösung aussehen sollte. Es ist nicht notwendig, dass es für den Einfeldträger eine Taschenrechnerformel geben muss, die Theo1 in Theo2 umrechnet. Mit Hilfe eines Computers ist auch ein numerisches Verfahren zur Lösung von Differentialgleichungen denkbar z.B. Runge Kutta. Dies ist ein rein statisches Problem, das von dem Material Holz unabhängig ist.

Numerische Simulationen wurden nicht durchgeführt, sodass dieser Punkt nicht bearbeitet wurde. Dies hat mehrere Gründe. Zum einen musste die Dissertation von Herr Hörsting aufgearbeitet werden, um die darin enthaltenen Formeln nutzen zu können. Zum anderen kann in RFEM bei einem Volumenelement nicht eingestellt werden, dass es bei Zug reißt und bei Druck plastiziert. Laut Hörsting gab es zwar bei Ansys leichte Einschränkungen, die er aber mit genügend Erfahrung kompensieren konnte. Ansys oder Abacus sind für die Berechnung daher die besser geeigneten Programme als RFEM, aber auch schwerer zu bedienen. Der Mangel an Ansys-Fachwissen machte die numerische Simulation unmöglich. Die Nutzerfreundlichkeit von RFEM fehlt bei Ansys, sodass Ansys eine sehr lange Einarbeitungszeit bei geringem Wissenserwerb pro Zeit hat. Für eine Studienarbeit sind etwa 240 Stunden vorgesehen, die für die Einarbeitung in Ansys kaum ausreichen. Somit erwirbt der Student zwar Ansyskenntnisse, kann aber in der Zeit keine produktive Arbeit mehr leisten. Einarbeitung lenkt auch sehr vom Thema ab, da die Konzentration darauf fixiert wird, dass das Programm arbeitet und nicht auf das eigentliche Thema. Die Fehlerquote ist sehr hoch und aus den falschen Ergebnissen, die nach langem Rumprobieren endlich korrekt aussehen, werden beliebige Schlüsse gezogen. Studenten haben selten Berufserfahrung, die für produktive Arbeiten genutzt werden kann. Denkbar wäre ein Ansys-Hiwi oder Zusammenarbeit mit dem Institut für Statik.

Als aufbauende Arbeit ist folgendes denkbar

* Ein Makro, das Schnittgrößen von Theo1 nach Theo2 numerisch umrechnet. Grafiken austauschen und auswerten.
* Herleitung der Gleichung für Schnittpunkt zwischen Ebene und beliebiger Gerade. Wolkenschnittpunkt nutzt eine Ursprungsgerade. Der Schnittpunkt zwischen Wolke und beliebiger Gerade kann genutzt werden, um einen völlig neuen Adapter zu konstruieren, denn der bisherige schneidet so schlecht.
* Eine Masterarbeit oder größer, die sehr viele numerische Simulationen mittels FEM durchführt mit automatisch sich ändernden Parametern durchführt. Makros sind erforderlich, um die Kompatibilität zwischen dieser Arbeit und dem FEM Programm her zu stellen. Die numerische Simulation berücksichtigt den Steifigkeitsabfall durch das Plastizieren, denn bei den Formeln nach Hörsting sind Querschnitt und Theorie zweiter Ordnung getrennt.
* Eine Arbeit, die die Hörstingformeln für Ingenieurbüros nutzerfreundlich anwendbar macht und eine prüffähige RTF-Ausgabe mit allen dokumentierten Rechenschritten zum Einfügen in das Statikdokument. Um sich das Einlesen in die Spezifikation des RTF zu verkürzen, können Makros aus dem WMF-Balken entnommen werden.

# Abbildungsverzeichnis

**Grafiken**

Grafik 1: Zerlegung der Gesamtspannung in Spannungsanteile 6

Grafik 2: Herleitung nach Strahlensatz 7

Grafik 3: Herleitung nach Analysis 8

Grafik 4: Ausgabe des Makros Punktwolke 21

Grafik 5: Ausgabe des Makros Isolinien 23

Grafik 6: Wirkungsweise des Adapters 24

Grafik 7: Punktwolke ohne und mit Anpassung der Punktverteilung 31

Grafik 8: Punktwolke der Tragfähigkeit für C24 links und GL24h rechts 34

Grafik 9: Isolinien der Tragfähigkeit für C24 links und GL24h rechts in 3D Ansicht 34

Grafik 10: Isolinien der my-n Interaxion für C24 links und GL24h rechts in 2D Ansicht 34

Grafiken 11: Punktwolkenvergleich für C24 zwischen analytischer Lösung und Norm 35

Grafiken 12: Punktwolkenvergleich für GL24h zwischen analytischer Lösung und Norm 36

Grafiken 13: Isolinienvergleich für C24 zwischen analytischer Lösung und Norm 37

Grafiken 14: Isolinienvergleich für GL24h zwischen analytischer Lösung und Norm 38

Grafikserie 15: my-mz Interaxion zwischen analytischer Lösung und Norm 39

Grafikserie 16: M-N Interaxion zwischen analytischer Lösung und Norm 41

Grafik 17: Biegedrillknicknachweis der Punktwolke für C24 links und GL24h rechts 43

Grafik 18: Knicknachweis der Punktwolke für C24 links und GL24h rechts 43

Grafik 19: Querschnittsnachweis der Punktwolke für C24 links und GL24h rechts 43

Grafik 20: Fit der Punktwolke für C24 links und GL24h rechts 44

Grafik 21: UML-Diagramm der Nachweise nach Intuition 45

Grafik 22: UML-Diagramm der Nachweise nach Norm 46

Grafik 23: die richtigen 3 Punkte für die Ebene 54

Grafik 24: die 3 Punkte für die Ebene liegen fast auf einer Gerade 55

Grafik 25: Definition für gute Winkel 56

Grafik 26: das Abstandskriterium findet falsche Punkte 57

Grafik 27: das Abstandskriterium findet weiterhin falsche Punkte 57

Grafik 28: Abstand des Punktes zur Belastungsgerade 58

Grafik 29: Punkte auf der gegenüberliegenden Seite mit kürzestem Abstand 58

Grafik 30: Versagen des Adapters 59

Grafik 31: Der falsche Punkt 59

Grafik 32: beliebige Punkte auf die Punktwolke projiziert 63

Grafik 31: beliebige Punkte 63

Grafik 34: Flussdiagramm für bisherigen Berechnungsablauf 64

Grafik 35: Flussdiagramm für neuen Berechnungsablauf 64

Grafik 36: neue Schnittgrößen nach Imperfexionen und Theo2 66

Grafik 37: weitere Beispiele für Schnittgrößen nach Theo2 66

Grafik 38: welche Schnittgrößen nach Theo1 führen zur Punktwolke der Tragfähigkeit? 67

Grafik 39: beliebige Startwerte der Iteration 71

Grafik 40: Punkte nach Theo1 71

Grafik 41: alle Punkte nach Theo2 liegen auf der Wolke der Tragfähigkeit 71

Grafik 42: Isolinien der analytischen Lösung 76

Grafik 43: Biegedrillknickgleichung eingefärbt mit analytischen Auslastungen 77

Grafik 44: Knickgleichung eingefärbt mit analytischen Auslastungen 78

Grafik 45: Schnitte in den Koordinatenebenen: Vergleich der 3 Lösungen 79

Grafik 46: Schnitte in den Koordinatenebenen für mz=0 und Gleichung 6.35 80

Grafik 47: Vergleich der Biegedrillknickgleichungen NA 60 alleine und Min(NA 60; NA 61) 81

Grafik 48: Biegedrillknickgleichung ist unsicher bei Zug 82

Grafik 49: Analytisch λrel = 0,5 und λrel,M = 2; λrel = 4 und λrel,M = 2 82

Grafik 50: Knick- und Biegedrillknickgleichung sind bei reiner Biegung unsicher 83

Grafik 51: Gleichung 6.35 liegt nicht auf der unsicheren Seite 84

Grafik 52: Vergleich zwischen Querschnittsgleichung und 6.35 85

Grafik 53: Auswertung mit my anstelle von mz 86

Grafik 54: wesentlicher Unterschied Zwischen my anstelle von mz 87

Grafik 55: Isolinien nach Variante 2 88

Grafik 56: Isolinien nach Variante 3 89

Grafik 57: Vergleich zwischen Variante 3 und großer Imperfexion 89

Grafik 58: Isolinien der analytischen Lösung 90

Grafik 59: analytischen Auslastungen eingefärbt mit Biegedrillknickgleichung 91

Grafik 60: Knickgleichung eingefärbt mit analytischen Auslastungen 92

Grafik 61: Schnitte in den Koordinatenebenen: Vergleich der 3 Lösungen 93

# Liste der verwendeten Makros

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Funktionsname | Ausgabe | Größe | Beschreibung | Eingang |
| IterierenKh | Gumbel kh | 10 | Iteriert kh | fm, ft |
| Iterieren2 | Zugfestigkeit | 22 | Müll; Iteriert nach Bisektion | ky, kz, b, h, kh, fm, E |
| Iterieren | Zugfestigkeit | 52 | Iteriert nach Newton | ky, kz, b, h, kh, fm, E |
| NNumerisch2 | n | 29 | Müll; numerische Berechnung von n | ky, kz, b, h, fc, ft, E |
| NNumerisch | n | 16 | analytische Berechnung von n | ky, kz, b, h, fc, ft, E |
| MyNumerisch | my | 16 | analytische Berechnung von my; Integration war früher numerisch | ky, kz, b, h, fc, ft, E |
| MzNumerisch | mz | 16 | analytische Berechnung von mz; Integration war früher numerisch | ky, kz, b, h, fc, ft, E |
| kzFindenFürN | kz | 16 | findet kz für eine vorgegebene Normalkraftauslastung | ky, nZiel, b, h, fm, fc, E, kh |
| kyFindenFürN | ky | 23 | für ky; wird genutzt um schlechte Werte aus dem Adapter manuell aus zu tauschen. | kz, nZiel, b, h, fm, fc, E, kh |
| kzFindenFürMy | kz | 23 | findet kz für ein my | ky, myZiel, b, h, fm, fc, E, kh |
| kyFindenFürMz | ky | 23 | findet ky für ein mz | kz, mzZiel, b, h, fm, fc, E, kh |
| Nrel | n | 7 | berechnet die bezogene Normalkraft n nach Hörsting ohne Zwischenschritte | ky, kz, b, h, fm, fc, E, kh |
| Myrel | my | 6 | berechnet das bezogene Moment my nach Hörsting ohne Zwischenschritte | ky, kz, b, h, fm, fc, E, kh |
| Mzrel | mz | 6 | berechnet das bezogene Moment mz nach Hörsting ohne Zwischenschritte | ky, kz, b, h, fm, fc, E, kh |
| PunktZuWinkel | Winkel | 17 | Berechnet den Winkel eines Punktes zu einem Ursprung. Wird gebraucht, um Punkte nach Winkel zu sortieren. | X, Y |
| PunktZu- Winkel2 | Winkel | 17 | Berechnet den Winkel eines Punktes zu einem Ursprung mit anderem Wertebereich. | X, Y |
| Nachweis- Stabilität | Nachweis A | 10 | Gleichung NA 60 und NA 61 ohne Abminderungsfaktoren. | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis |
| vNachweis- Stabilität | Nachweis A | 15 | Gleichung NA 60 und NA 61 mit Abminderungsfaktoren | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis, kcKlein, kcGroß, kcrit |
| vTraglastStabilität- AdapterMy | Skalierfaktor für n und mz | 21 | Berechnet, um welchen Faktor mz und n vergrößert werden müssen, damit die Gleichung NA 60 und 61 genau 1 ergibt. My wird nicht skaliert | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis, kcKlein, kcGroß, kcrit |
| rTraglastStabilität- AdapterMy | Skalierfaktor für n und mz | 12 | nur NA 60 | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis, kcKlein, kcGroß, kcrit |
| vTraglast- Stabilität | 1/A | 27 | 1/Auslastung nach Gleichung NA 60 und NA 61 | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis, kcKlein, kcGroß, kcrit |
| rTraglast- Stabilität | 1/A | 18 | 1/Auslastung nach Gleichung NA 60 | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis, kcKlein, kcGroß, kcrit |
| Nachweis- Knicken | A | 8 | Gleichung 6.23 und 6.24 ohne Abminderungsfaktoren. Die Knickgleichung liefert Auslastung. | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis |
| vNachweis- Knicken | A | 14 | Gleichung 6.23 und 6.24 mit Abminderungsfaktoren und kcrit | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis, kcKlein, kcGroß, kcrit |
| vTraglast- Knicken | 1/A | 3 | Laststeigerungsfaktor, damit Gleichung 6.23 und 6.24 genau 1 ist. | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis, kcKlein, kcGroß, kcrit |
| Nachweis-Querschnitt | Nachweis A | 8 | Querschnittsnachweis nach Gleichung 6.17 bis 6.20 | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis |
| Traglast- Stabilität | my oder mz | 19 | Berechnet das größere Moment neu, damit Gleichung NA 60 und NA 61 genau 1 ergibt | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis |
| Traglast- Knicken | my oder mz | 19 | Berechnet das größere Moment neu, damit Gleichung 6.23 und 6.24 genau 1 ergibt | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis |
| Traglast- Querschnitt | my oder mz | 19 | für 6.17 bis 6.20; Wird benötigt, um analytische Lösung mit Norm zu vergleichen. | n, my, mz, Festigkeitsverhältnis |
| Wolken- schnittpunkt | 1/A | 117 | siehe Kapitel 5 | StartX, StartY, StartZ, ByRef Wolke, ByRef Wolkengröße% |
| Einzelnachweis | A | 14 | Führt einen Tragfähigkeitsnachweis nach den Formeln von Hörsting | Breite, Höhe, fm, fc, ft0, E, MyAbs, MzAbs, NAbs |
| Wolkenschnitt-punktExcel | 1/A | 115 | für Excel. Die Punktwolke muss im Excelblatt liegen | StartX, StartY, StartZ |
| Lambdastempel | ASCII | 17 | Stempelt auf die Grafik, welche Schlankheiten verwendet wurden | X%, Y%, LetzteMalobjektnummer% |
|  |  |  |  |  |
| Punkte- invertieren | Punkte | 10 | kehrt die Zeichenreihenfolge der Punkte um | Punktstring$ |
| WmfZahl | & | 5 | Wandelt ein Doppelbyte in eine Zahl um | a$ |
| RekordZahl | & | 6 | liest ein Doppelbyte aus einem Rekord und wandelt es in eine Zahl um | Rekord$, Doppelbyte% |
| WmfZeichen | Doppelbyte | 4 | Wandelt eine Zahl in ein Doppelbyte um | a As Long |
| WmfPunkt | 2 Doppelbytes | 6 | 2x WMFzeichen | X As Long, Y As Long |
| WmfBiPunkt | 4 Doppelbytes | 10 | 4x WMFzeichen | x1&, y1&, x2&, y2& |
| WmfHEX | 4 Buchstaben | 22 | Wandelt eine Zahl in 4 Buchstaben um für RTF Dateiformat | a As Long |
| LinieZeichnen | Polylinie | 4 | Zeichnet eine Polylinie bestehend aus einer Linie | x1%, y1%, x2%, y2% |
| BiLinieZeichnen | Polylinie | 4 | Zeichnet eine Polylinie bestehend aus 2 Linien | x1%, y1%, x2%, y2%, x3%, y3% |
| TriLinie- Zeichnen | Polylinie | 4 | Zeichnet eine Polylinie bestehend aus 3 Linien (4 Punkte) | x1%, y1%, x2%, y2%, x3%, y3%, x4%, y4% |
| Dreieck- Zeichnen | Polygon | 4 | Zeichnet ein Dreieck | x1%, y1%, x2%, y2%, x3%, y3% |
| Viereck- Zeichnen | Polygon | 4 | Zeichnet ein Polygon mit 4 Ecken | x1%, y1%, x2%, y2%, x3%, y3%, x4%, y4% |
| Rechteck- Zeichnen | Rechteck | 7 | Zeichnet ein Rechteck | y1%, x1%, y2%, x2% |
| EllipseZeichnen | Ellipse | 7 | Zeichnet eine Ellipse | y1%, x1%, y2%, x2% |
| RundesRecht-eckZeichnen | rundes Rechteck | 7 | Zeichnet ein Rechteck mit abgerundeten Ecken | r%, y1%, x1%, y2%, x2% |
| Polylinie- Zeichnen | Polylinie | 5 | Zeichnet eine Polylinie | Punkte$ |
| Polygon- Zeichnen | Polygon | 5 | Zeichnet ein Polygon | Punkte$ |
| TextZeichnen | Text | 8 | Zeichnet einen Text | Text$, y1%, x1% |
| ObjektWählen | ASCII | 3 | Nimmt ein Malobjekt wie Pinsel, Font oder Füller in die Hand. | Nummer% |
| ObjektLöschen | ASCII | 3 | Schmeißt ein Malobjekt weg | Nummer% |
| PinselErstellen | Pinsel | 4 | Erstellt einen Pinsel | Rot%, Grün%, Blau% |
| unsichtbarer- PinselErstellen | Pinsel | 3 | Erstellt einen durchsichtig malenden Pinsel | Nichts |
| unsichtbarer- FüllerErstellen | Füller | 3 | Erstellt einen nicht malenden Füller | Nichts |
| TextDeckt- NichtAb | ASCII | 3 | Texte decken dahinter liegende Objekte nicht ab | Nichts |
| TextDecktAb | ASCII | 3 | Texte decken ab | Nichts |
| FüllerErstellen | Füller | 4 | erstellt einen Füller | Dicke%, Rot%, Grün%, Blau% |
| FontErstellen | Font | 9 | erstellt einen Font der Schriftart Times New Roman | Dicke%, Winkel% |
| Symbolfont- Erstellen | Font | 9 | erstellt einen Font der Schriftart Symbol. Unicodezeichen sind nicht erlaubt! | Dicke As Integer, Winkel As Integer |
| BogenZeichnen | Bogen | 28 | Zeichnet einen Kreisbogen aus 3 Punkte | pax&, pay&, ppx&, ppy&, pex&, pey& |
| BogenPfeil- Zeichnen | Bogen & Polygon | 50 | Zeichnet einen Kreisbogen aus 3 Punkte mit Pfeilspitze | pax&, pay&, ppx&, ppy&, pex&, pey&, Pg% |
| Pfeilspitze- Zeichnen | Polygon | 30 | Zeichnet eine dreieckige Pfeilspitze | x1%, y1%, x2%, y2%, Pfeilspitze% |
| MaßPfeilspitze- Zeichnen | Polygon und Polylinie | 20 | Zeichnet ein Randteil einer Maßkette (Dreieck und Linie) | x1%, y1%, x2%, y2%, Pfeilspitze% |
| BiMaßPfeil- spitzeZeichnen | Polygon und Polylinie | 45 | Zeichnet ein Mittelteil einer Maßkette (überschlagenes Viereck und Linie) | xL%, yL%, xR%, yR%, xM%, yM%, Pfeilspitze% |
| Linieüber- schreiben | Text | 34 | Zeichnet einen Text über einer Linie | x1%, y1%, x2%, y2%, Pfeilspitze%, Text$ |
| PfeilZeichnen | Polygon und Polylinie | 10 | Zeichnet einen Pfeil | x1%, y1%, x2%, y2%, Pfeilspitze% |
| Vermaßen | ASCII | 13 | Zeichnet eine einfache Maßkette (6 Objekte) | x1%, y1%, x2%, y2%, Pfeilspitze%, Text$ |
| BiVermaßen | ASCII | 15 | Zeichnet eine doppelte Maßkette (9 Objekte) | x1%, y1%, x2%, y2%, x3%, y3%, Pfeilspitze%, Text1$, Text2$ |
| Polymaßkette | ASCII | 49 | Zeichnet eine Polymaßkette | x1%, y1%, x2%, y2%, Beschriftung$, ByRef Werte() |
| Polymaßkette2 | ASCII | 90 | anderer Stil | x1%, y1%, x2%, y2%, Beschriftung$, ByRef Werte() |
| Pfeilviereck | ASCII | 38 | Zeichnet das Symbol für Streckenlast | x1%, y1%, x2%, y2%, x3%, y3%, x4%, y4%, Pg% |
| Zahllänge | Länge | 18 | Zählt, wie viele Zeichen eine Zahl lang ist | Zahl$ |
| Abschneiden2 | # | 66 | runden | Zahl, Stellen% |
| Abschneiden | # | 91 | runden | Zahl |
| letzteObjekte | ASCII | 24 | gibt die letzten WMF-Objekte zurück | Objekte$, Anzahl% |
| Kopieren | ASCII | 89 | kopiert Objekte | Objekte$, d%, dy% |
| Dateieinlesen | Datei | 13 | liest eine Datei als String ein | Dateiname$ |
| ChecksummeInt | % | 33 | Berechnet die Checksumme des placeable Headers | c1%, c2%, c3%, c4%, c5%, c6%, c7%, c8% |
| Checksumme | % | 26 | Berechnet die Checksumme des placeable Headers | PlaceableHeader$ |
| Objektzahl | % | 43 | Ordnet den Objektnamen die entsprechende Nummer gemäß Dateispezifikation zu. | Objekttyp$ |
| Objektname | Variant | 31 | Ordnet den Nummern den Objektnamen zu, damit man die kryptischen Zahlen nicht auswendig wissen muss. | Objekttyp As Integer |
| Buchstabe- Xrücken | % | 14 | Fossil | Buchstabe$ |
| Buchstabe- Yrücken | % | 14 | Fossil; Müll im KKTdiagramm | Buchstabe$ |
| KKTdiagramm | ASCII | 463 | Zeichnet ein Diagramm | ByRef Angaben(), ByRef Kurveneigenschaften(), ByRef Werte() |
| WMFheader | ASCII | 35 | Erstellt einen Header, um die WMF-Datei vollenden zu können | Inhalt$ |
| PositiverWinkel | Drehsinn | 4 | Berechnet den Drehsinn zweier Punkte | x1, y1, x2, y2 |
| PlaceableHeaderErstellen | ASCII | 6 | Erstellt einen placeable Header zum Zoomen und Zuschneiden | Breite%, Höhe%, Zoom% |
| Polyglätten | ASCII | 439 | geometrische Datenkompression: glättet Polylinien und Polygone oder tauscht diese durch Ellipsen und Bögen aus. | Polylinie$, Kompression |
|  |  |  |  |  |
| Prozedurname | Ausgabe | Größe | Beschreibung | Eingang |
| Sortieren | Punktwolke | 31 | Aneinanderreiht die Werte der Tabelle Sortieren | Nichts |
| BisektionTheo2 | Punktwolke Theo2 | 142 | Siehe Kapitel 6 | Nichts |
| Punktwolke- Einlesen | Nichts | 46 | liest eine Punktwolke aus Excel ein | Wolke ab Zelle A12 |
| Punktwolke- Generieren | Punktwolke | 76 | generiert eine Punktwolke ohne Zwischenschritte | ByRef Wolkengröße%, ByRef Wolke, Breite, Höhe, fm, fc, ft0, E |
| Wolketeilen | 2 halbe Wolken | 36 | teilt eine Punktwolke in Zug und Druck | Punktwolke |
| Punktwolke | Grafik der Punktwolke | 319 | Siehe Kapitel 3.2 | Nichts |
| Adapter | Wolken- schnitte | 435 | Siehe Kapitel 3.4 | Nichts |
| rAdapter | Wolken- schnitte | 205 | schäbiger Adapter, der nicht schneidet, sondern jeden Punkt iteriert. | Nichts |
| Isolinien | Grafik der Isolinien | 375 | Siehe Kapitel 3.3 | Nichts |
| WMFzerlegen | Daten in Excel | 116 | liest eine WMF in Excel ein | Nichts |
| WMFzusam- mensetzen | WMFile als Datei | 245 | Baut WMF Daten zu einer Datei zusammen. Wird gebraucht, um die Grafik der Schnitte zu erzeugen | Nichts |
| WMFdatei- Erstellen | WMFile als String | 16 | Berechnet den Header für WMFobjekte und gibt ein WMFile in einem String aus. | Dateikurzname$, ByRef WMFobjekte$, Fensterbrei- te%, Fensterhöhe%, Zoom% |
| MakroListe | Text in Excel | 22 | Listet alle Makros auf | VBA Makros |

Für den Datentyp gibt es Kurzsymbole mit der Bedeutung: Double#; Integer%; Long&; String$. In der Tabelle sind # und $ nicht angegeben, wenn man den Kontext aus dem Variablennamen ablesen kann. Eine Zahl ist immer vom Typ Double und WMF-ASCII-Code ist immer vom Typ String. Z.B. mz ist vom Typ Double und eine Polylinie ist vom Typ String. Die Bezeichnung ByVal ist in der Tabelle nicht angegeben um die wichtige Alternative ByRef zu betonen.

Um Formeln in diesem Worddokument zu bearbeiten nutze Shift F9. Der Doppelklick geht nicht! Hinter den Formeln steht die Feldfunktion EQ. Um Formeln leicht bearbeiten zu können gibt es den Formelumwandler als Makro für Word.

Zu diesem Dokument gehören 2 Exceltabellen, in denen die Makros enthalten sind. Sollten neben diesem Dokument keine 2 Exceltabellen liegen, dann doppelklicke auf die beiden Tabellen und speichere diese als xlsb oder xlsm ab. Eine Alternative ist es die Dateiendung docx in zip um zu benennen, entpacken und die beiden Exceltabellen befinden sich im Ordner Word\Embeddings.



