Kampfkrafttheorie

Entwicklung eines Modells zur Berechnung der Stärke einer Armee in Computerspielen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor des Spielens (Dr. lud.)

vorgelegt von

Dipl. Ing. Simon Pie

aus Magdeburg

1. Gutachter: Chondria Mytolo

2. Gutachter: Saskia Seidack

Neuruppin, den 1.April 2017

**Eidesstattliche Erklärung zu meiner Dissertation mit dem Titel: Kampfkrafttheorie**

hiermit erkläre ich, dass ich die beigefügte Dissertation selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel genutzt habe. Ich habe keine wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen anderer Autoren in meinem Dokument.

Ich versichere außerdem, dass die Dissertation in dieser oder einer ähnlichen Fassung noch nicht zu einem früheren Zeitpunkt an einer Hochschule als Dissertation eingereicht worden ist.

April 2017 Unterschrift.wmf

Datum Unterschrift

**Vorwort**

Alles begann mit dem Onlinespiel Empire Universe, das später Galaxy Conflict hieß. In dem Spiel ging es darum, dass man einen Heimatplaneten hat, ihn aufbaut und dann Raumschiffe baut. Das Schöne an dem Spiel war, dass man verschiedene Grundchassis hat und darin verschiedene Teile einbauen konnte. Die Raumschiffe hatten Angriff und Leben und ich erkannte darin eine Mathematik. Mich interessierte, ob man bei einem Kampf den Gewinner genau vorhersagen kann, ohne eine Niederlage zu riskieren. Nach einigen Überlegungen entdeckte ich Formeln, wie man den Ausgang des Kampfes berechnen konnte. Den Prototyp meiner ersten Formel (die zweiheitliche Formel) schmierte ich an den Rand eines Baurechtskriptes - ein spiegelverkehrtes Flächendiagramm ohne Axen. Fasziniert war ich, dass es weitere Formeln zu entdecken gab. In einem EU-Wiki hatte ich ein ganzes Kapitel namens Kampfkraft erstellt, wo ich meine Formeln präsentierte. Kritisiert wurde von den Admins, dass ich den Quellcode des Spiels ja gar nicht kannte, und die Formeln somit nichtig sind. Ich konnte sie zwar nicht überzeugen, aber ich machte weiter. Als Empire Universe verschwand, verallgemeinerte ich meine Theorie. Während 2009 bereits das ganze Formelwerk stand, baute ich danach das Dokument aus.

# G Einleitung

Die Kampfkrafttheorie beschäftigt sich mit der Berechnung der Kampfkraft von Armeen in Computerspielen der alten Schule, insbesondere einfachere Onlinespiele.

Die Kampfkraft K ist eine skalare Größe für die Stärke einer Armee.

Armeen lassen sich in 3 Typen unterteilen:

* einheitlich
* mehrheitlich
* gemischt

In einer einheitlichen Armee kämpfen nur gleiche Einheiten. In einer mehrheitlichen Armee kämpfen gleiche Gruppen in mehreren Reihen z.B. Schwertkämpfer und Bogenschützen. Kämpfen unterschiedliche Einheiten wie Reiter und Streitwagen an einer Front, so handelt es sich um eine gemischte Armee.

Die Kampfkrafttheorie bietet Formeln für alle 3 Typen auf einem eindimensionalen Schlachtfeld. Für einheitliche Armeen kann mit den Formeln nicht nur berechnet werden, welche Armee gewinnen wird, sondern auch, wie viel Schaden der Sieger nimmt und vertiefend wird beschrieben, wie der Kampf verläuft.

Aufbauend auf das Formelwerk für einheitliche Armeen werden Formeln für mehrheitliche und gemischte Armeen präsentiert, die deren Kampfweise beschreiben. Für den Spezialfall, dass 2 verschiedene Gruppen präsentiert werden, gibt es auch Optimierungsformeln. Die Optimierungs- formeln beantworten die Frage, wie viele man von welcher Einheit bei begrenzten Rohstoffen bauen muss, um die stärkste Armee zu haben.

Die Kampfkrafttheorie ist für Spieler und Entwickler gleichermaßen wichtig.

Der Computerspieler hat den Wunsch nach der stärksten Armee. Verlieren bedeutet in langjährigen Onlinespielen einen schmerzhaften Verlust von Tagen und Wochen Spielarbeit. Diese Theorie bie- tet Formeln, mit dem der Kampf simuliert werden kann. Durch Auswerten der stärksten Einheiten kann die Beste gefunden werden, ohne vorher testen zu müssen. Mit den Optimierungsformeln kann der Spieler die beste Armee zusammenstellen.

Der Spieleentwickler hat den Wunsch nach einem erfolgreichen Spiel. Ein Teil zum Erfolg stellt die Balance dar. Dazu muss das Spiel in allen Spielphasen Spaß machen. Für das Ausbalancieren der frühen und mittleren Spielphase reicht das Gefühl aus, denn fortschrittliche Einheiten braucht man nur stärker machen. Die Endphase des Spiels dauert meist am längsten, und das Einheitenlimit ein Stück höher zu setzen kostet fast unbezahlbare Rohstoffe. Dadurch sind späte Neueinsteiger nicht zu sehr benachteiligt. Damit das Spiel in der längsten Phase Spaß macht, müssen die verfügbaren Einheiten nicht nur vielfältig sein, sondern auch gleichberechtigt sein. Ein Spieler ist frustriert, wenn er nach einigen Monaten merkt, dass er den falschen Weg eingeschlagen hat. Für das Ausbalancieren der Einheiten ist die Kampfkrafttheorie notwendig und wesentlich effizienter als zufallsgestörtes Austesten. Der Spieleentwickler kann so verhindern, dass es ein oder zwei Supereinheiten gibt, die alles können. Mit der Kampfkrafttheorie kann er für Vielfalt sorgen und anhand der Optimierungsformeln sogar Einheitenkombinationen genauer ausbalancieren. Wünscht er ein Schere-Stein-Papier Prinzip, so kann er dafür sorgen, dass z.B. Schere gegen Papier nicht wesentlich stärker ist als Stein gegen Schere.

Dieses Worddokument ist vektorisiert und benötigt wenig Speicher. Für die Grafiken werden vorwiegend selbst geschriebene WMF verwendet.

Den Kapiteln wird ein Buchstabe vorangestellt. Dieser bedeutet

G= Grundwissen

R= Rechenbeispiel

H= Herleitung

Grundwissen ist nötig, um die theoretischen Grundlagen zu beherrschen. Grundwissen beantwortet die Frage nach dem Was?

Die Rechenbeispiele sind praxisbezogen und es wird gezeigt, welche Formeln man für das Problem in welcher Reihenfolge anwenden muss. Mit dem Grundwissen ist es möglich, dass man sofort losrechnen kann. Rechenbeispiele beantworten das Wie?

Die Herleitungen zeigen, wie die Formeln erzeugt wurden. Herleitungen werden für die praktische Anwendung nicht benötigt und können überblättert werden. Am Ende der Herleitung befindet sich meist die fertige Formel, die dann auch im Rechenbeispiel nochmal wiederholt wird. Herleitungen geben Antwort auf die Frage Warum?

1 G Einleitung 1

2 G Größen, Einheiten und Randbedingungen 5

2.1 G Begriffe 6

2.2 G Einsatzbereiche 6

3 G Der einfache Kampf 9

R Rechenbeispiele 9

G erhöhte Kampfkraft durch globale Boni 11

3.1 G Umrechung fremder Werte in Angriff und Leben 11

R Größen umrechnen 14

3.2 G Die Zweiteilung des einfachen Kampfes 14

3.3 G der Kampfbeiwert f 16

R Diagrammbeispiel 17

R Kampfbeiwert ermitteln 18

3.4 G Kampfkraft von beschädigten Flotten 20

G Grundformeln 20

G Formeln für übrige Leben 22

R 2 gegnerische Flotten hintereinander wegballern 23

R Kampf zwischen gleichstarken Armeen 25

G Kampfkraft von beschädigten uneinheitlichen Flotten 26

3.5 G Wirkung von Zaubersprüchen 30

R mordend durchs Land plündern 38

3.6 G Einheiten richtig ausrüsten 41

H Herleitung der Bauteiloptimierungsformel 43

R Ein Schlachtschiff optimal ausrüsten 44

R Skillpunkte richtig setzen 46

3.7 R Ein Raumschiffspiel ausbalancieren 48

4 G Überschaden 53

4.1 H Makro Überschaden 53

4.2 G Ergebnisse der Auswertung 54

4.3 G Besonderheiten des Überschadens 56

4.4 H Konstruktion der empirischen Überschadensformel 58

4.5 H Dreitrefferformel 62

G Zusammenfassung der 3 Trefferformel 70

4.6 H Algorithmus zum Erstellen der Trefferformel 70

H Herleitung der Viertrefferformel 73

H Methode Hypertetraeder erzeugen 77

H Methode Hypertetraeder stutzen 78

G Zusammenfassung 80

R Rechenbeispiel zur Trefferformel 82

4.7 G getreppter dreieckiger Kampf 85

4.8 H Kampfkraftformel mit Überschaden 86

5 H Details aller Kämpfe 88

5.1 G Begriffe 88

5.2 H Das Untersuchungsmakro 90

H Makro Massenschlacht 91

5.3 H Leben des letzten Überlebenden 94

G Formel der letzten Leben 98

G Eigenschaften der Formel 100

5.4 G Genauer Kampfverlauf 104

R Rechenbeispiel für Diagramm 108

R Rechenbeispiel für Mischformel 110

5.5 H Kampfbeiwertformel 112

R Ermittlung eines Kampfbeiwertes 112

H Herleitung der gesuchten Umwandlungsformel 114

H Rechenbeispiel für Umwandlungsformel 116

H Konstruktion der Kampfbeiwertformel 118

G grafische Darstellung 122

5.6 G Zusammenfassende Rechenbeispiele 124

R Mann gegen Mann 124

R Einer gegen Zwei 127

R Eine große Schlacht 130

6 G zweiheitlicher Kampf - Armee in 2 Reihen 135

G Verschiedene Gruppen in einer Reihe 136

6.1 G Die optimale zweiheitliche Armee 137

H Herleitung der zweiheitlichen Optimierungsformel 137

G unbesiegbare Optimierungsformel 139

R Panzer mit Artillerie unterstützen 141

H Ab wann nützt die Optimierungsformel? 142

6.2 R Anwendungsbeispiel: Die richtigen Türme bauen 145

R falsch Kombinieren 145

R richtig kombinieren 147

6.3 G Besonderheiten des zweiheitlichen Kampfes 148

H Truppen aufteilen 148

R nicht optimierbare Truppe 149

6.4 G Formel für mehrheitliche Armeen 152

G Diagrammpunkte 153

R Eine Großoffensive 154

R Wen töte ich zuerst? 156

7 G Mischkampf - Verschiedene Gruppen in einer Reihe 159

7.1 G lineare Mischformel 159

G Zusammenfassung der Diagrammpunkte 161

R Dazu einige Rechenbeispiele 162

7.2 H Herleitungen 167

H Herleitung der kurzen Mischformel 168

H Herleitung der langen Mischformel 171

H Herleitung der dritten Mischformel 174

H Vereinigung der langen Mischformel mit der dritten Formel 177

7.3 G Mehrere Gruppen in einer Mischarme 179

G allgemeine Vorgehensweise 179

R lineares Rechenbeispiel 181

7.4 H Herleitung der nichtlinearen Mischformel 186

H Das Problem im linearen Tabellenverfahren 186

H Dazu ein Rechenbeispiel 187

H Herleitung der ersten Teilkampfkraftgleichung 189

H Herleitung der zweiten Teilkampfkraftgleichung 191

H Die Summe aller Teilkampfkräfte 191

7.5 G Vergleich der Mischformeln 193

R Vorbereitung 194

1. lineare Mischformel 196

2. nichtlineare Mischformel 196

3. lineares Tabellenverfahren 197

4. nichtlineares Tabellenverfahren 197

5. verbessertes nichtlineares Tabellenverfahren 198

6. Simulation 201

G Zusammenfassung 202

7.6 G Die optimale Mischarmee 204

H Herleitungen 204

H Herleitung der nichtlinearen Optimierungsformel 205

H Herleitung der kurzen Optimierungsformel 209

H Herleitung der langen Optimierungsformel 210

R die stärkste Mischarmee erstellen 212

H Ab wann nützt die Optimierungsformel? 214

8 R zusammengesetzte Aufgaben 217

8.1 R Die stärkste Einheit finden 217

8.2 R Den unbesiegbaren 24/7 Zocker in den Rücken fallen 221

R Fremde Größen umrechnen 223

R Streuung und Lebenschadenverhältnis berechnen 224

R Überschaden berechnen 225

R Kampfbeiwert berechnen 227

R sinnvolle Einheitenkombinationen berechnen 228

R Kampfkräfte der beiden Spieler berechnen 230

9 zeitliche Entwicklung der Kampfkrafttheorie 234

10 Abbildungsverzeichnis 234

# G Größen, Einheiten und Randbedingungen

Basisgrößen

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Größe | Formelzeichen | Einheit | Einheit (Zeichen) |
| Kampfkraft | K | Angriffsleben | al |
| Leben | L | Leben | l |
| Angriff | A | Angriff | a |
| Anzahl | N; a; b; e | [Name] |  |
| Kampfbeiwert | f |  |  |
| Überschaden | U | Leben | l |
| Schaden | S | Leben | l |
| Rohstoff | W | [Name] | w |
| Streuung | D |  |  |

Die Einheiten können wie SI-Einheiten mit Kilo, Mega und so weiter modifiziert werden. Die Kampfkraft wird oft in Megaangriffsleben [Mal] angegeben.

Folgt ein l nach einer Zahl, so wird das l großgeschrieben. Z.B. 21l wird 21L geschrieben.

zusammengesetzte Größen

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Größe | Formelzeichen | Formel | Einheit |
| Gesamtleben | gL | L·N | l |
| Gesamtangriff | gA | A·N | a |
| rechteckige Leben | Lr | L·(2f-1) | l |
| dreieckige Leben | Ld | L·(2-2f) | l |
| Angriffssteigung | m | A/Ld | a/l |
| Alle Einheiten | n | a+b oder a+e |  |
| Lebenschadenverhältnis | s | L/S |  |
| Überschadenverhältnis | u | U/S |  |

Indizes

|  |  |
| --- | --- |
| a | Austeiler; Einheiten in zweiter Reihe |
| b | Einheiten mit größere Leben in erster Reihe |
| d | dreieckig |
| e | Einstecker; Einheiten in erster Reihe |
| r | rechteckig |
| u | unter Berücksichtigung des Überschadens |
| d | Differenz |
| t | Teil |
| g | gesamt (steht vor dem Hauptbuchstabe) |
| ge | gegnerisch (steht vor dem Hauptbuchstabe) |

Es wird für barrierefreien Text gesorgt, dessen Bedeutung in einen einfachen String nicht verloren geht.

* Eine Formel muss ohne Formatierung auskommen.
* Indizes werden nicht tiefgestellt.
* Multiplikationszeichen werden ausgeschrieben.
* Keine griechischen und kyrillischen Zeichen.
* Aus Gründen der Schönheit wird das Multiplikationszeichen dennoch als ein Punkt dargestellt und nicht als Stern.

Beispiele

Lu = Leben unter Berücksichtigung des Überschadens

gLa= GesamtLeben der Austeiler

Nb= b= Anzahl der Einheiten mit größere Leben in erster Reihe

Lad= dreieckige Leben der Austeiler

me= Angriffssteigung m der Einstecker

geK= gegnerische Kampfkraft

tK= Teilkampfkraft

fau= Kampfbeiwert der Austeiler unter Berücksichtigung des Überschadens

gLre= gesamte rechteckige Leben der Einstecker

Krb= rechteckige Kampfkraft der Einheiten mit größere Leben in erster Reihe

## G Begriffe

Einheit: Dieses Objekt besitzt viele Eigenschaften wie Leben, Angriff, Kampfweise, Rohstoffkosten und einen Namen wie z.B. Schiff, Bogenschütze, Ritter, Panzer, Raumschiff, Kreuzer, Soldat, Turm. Zusätzliche Eigenschaften des Objektes, die nicht für die Kampfkrafttheorie relevant sind, sind meist ein Bild, Bewegungsgeschwindigkeit, Soundeffekte und Sichtweite. Die Anzahl trägt den Namen der Einheit. Das Objekt kann Schaden austeilen und eine begrenzte Schaden einstecken. Übersteigt der Schaden die Leben, so scheidet das Objekt aus dem Kampf aus und teilt keinen Schaden mehr aus. Dafür werden folgende Wörter synonym benutzt: “aus dem Kampf ausscheiden, kampfunfähig, den Rückzug antreten, fliehen, besiegt werden, sterben, zerstört werden“.

Gruppe: Alle gleichen Einheiten

Reihe, Kampfklasse: Gruppen, die gleichzeitig angegriffen werden

Armee, Flotte: Alle Gruppen, die an einem Kampf teilnehmen

einheitliche Armee: eine Gruppe, die in einer Reihe Kämpft

zweiheitliche Armee: 2 Gruppen, die in 2 Reihen kämpfen.

mehrheitliche Armee: mehrere Gruppen, die in mehreren Reihen kämpfen.

Mischarmee: mehrere Gruppen, die in einer Reihe kämpfen.

Rohstoff: Beschränkt die Armeegröße und besitzt einen Name wie z.B. Werft, Baracken oder Geld. Der Name des Rohstoffes ist meistens die Einheit dieser Größe.

dreieckig: Eine Gruppe verliert Einheiten beim Kämpfen

rechteckig: Eine Gruppe verliert keine Einheiten beim Kämpfen

Weitere *Begriffe* werden im entsprechenden Text kursiv dargestellt.

## G Einsatzbereiche

Diese Theorie betrachtet nur die Größen Leben L und den Angriff A. Die Werte Ausweichen, Verteidigungswert, Schussfrequenz und Zielsicherheit werden in L und A umgerechnet.

Der Angriffswert ist proportional zum verursachten Schaden. Sollte ein doppelt so großer Angriffswert z.B. den dreifachen Schaden verursachen, so ist dieses Modell nicht mehr

gültig.

Die Leben sind proportional zum aufnehmbaren Schaden. Es wird davon ausgegangen, dass alle Einheiten statistisch gesehen gleich oft verfehlen, kritische Treffer etc. erzielen. Jede Einheit kann jeder Zeit schießen, solange sie noch im Kampf ist. Sie greift gegnerische Einheiten an, die sich in der gleichen Kampfklasse befinden.

Jede Einheit kann eine bestimmte Menge an Schaden aufnehmen. Wird diese Menge überschritten, dann scheidet diese Einheit aus dem Kampf aus. Der Angriff von verletzten Einheiten ist nicht reduziert.

Die Kämpfe laufen automatisch ab. Der Spieler kann im Kampf nicht taktisch eingreifen und den Sieg etappenweise erreichen. Z.B. Erst die eigenen Einheiten in einer schützenden Rauchwolke verstecken um die Katapulte in Stellung zu bringen, dann den gefährlichen Zauberer töten, die gegnerischen Nahkämpfer ablenken um Zeit zu schinden, Festung einreißen… Für solche Kämpfe ist die Kampfkrafttheorie gar nicht zu gebrauchen.

Die Theorie behandelt 3 Kampfformationen

mögliche Schlachtfelder, die in dieser Theorie behandelt werden.G

* Bei dem einfachen Kampf tritt eine Gruppe gegen eine andere an.  
  Z.B. Korvetten gegen Schlachtschiffe.
* In einem gemischten Kampf kämpfen 2 Gruppen an einer Front gegen einen Gegner. Beide Gruppen erleiden gleichzeitig Schaden.  
  Z.B. Ritter und Reiter kämpfen gegen einen gemeinsamen Feind
* Bei einem zweiheitlichen Kampf kämpfen 2 Gruppen in unterschiedlichen Reihen. Die Gruppe in der ersten Reihe erleidet Schaden. Erst wenn diese abgemetzelt wurde, dann erleidet die zweite Gruppe Schaden. Die zweite Gruppe kann aber den ganzen Kampf lang mit ihren Fernwaffen Schaden austeilen.  
  Z.B. Schwertkämpfer und Bogenschützen
* Der mehrheitliche Kampf verbindet die Eigenschaften des gemischten Kampfes mit dem zweiheitlichen Kampf. Es gibt mehrere Reihen, wo jede Reihe aus unterschiedlichen Gruppen bestehen kann.  
  Z.B. eine Allianz sammelt ihre gesamten Truppen auf einem Schlachtfeld

Folgendes kann mit der Kampfkrafttheorie berechnet oder berücksichtigt werden:

* Kampfkraft von Armeen aus einer Gruppe
* Kampfkraft von Armeen aus zwei Gruppen in gleicher Reihe
* Kampfkraft von Armeen mehreren Gruppen in unterschiedlichen Reihen
* Panzerungen, Treffsicherheit und Schadensreduktion
* Optimierungen in vielen Bereichen
* Auras und globale Boni
* Kampfausgänge und Verletzungen
* Überschaden und Kampfweise
* Kampfdetails und Kampfverläufe
* Kämpfe gegen einen einheitlich bewaffneten Gegner
* Zaubersprüche zum Beginn des Kampfes

Dieses kann mit der Kampfkraftheorie nicht berechnet werden

* Gruppen, die eine bestimmte Zeit nicht angreifen können. Z.B.  
  Nahkämpfer, die sich erst an die gegnerischen Fernkänpfer heran bewegen müssen, aber schon Schaden nehmen.  
  Nahkämpfer, die in zweiter Reihe stehen und nur rumstehen. Dies kann vorkommen, wenn die Reihe nicht breit genug ist oder man von hinten angegriffen wird.
* Vampiraura. Schaden am Gegner wird zur Heilung genutzt.
* Schaden am Gegner verletzt die angreifende Einheit (Gegenteil von Vampir)
* Heiltränke während des Kampfes
* Verwundete Einheiten machen weniger Schaden
* Bewegen im zweidimensionalem Gelände
* Kämpfe gegen einen Gegner, dessen Gruppen unterschiedlichen Schaden machen. Für diesen Fall erleidet die Theorie einen Genauigkeitsverlust.
* Schere-Stein-Papier. Gibt es nur Schere und Stein im Spiel, so kann dies dennoch berücksichtigt werden.
* Auswirkung vieler Zaubersprüche
* Heilung oder Schäden (Gift) über die Zeit
* Rüstung mit absoluter Schadensreduktion
* Reallifeschlachten
* kritische Treffer
* taktisches Eingreifen des Spielers während des Kampfes

# G Der einfache Kampf

Kämpft eine Einheit gegen eine andere, so gewinnt die mit der höheren Kampfkraft.

Die Kampfkraft ist das Produkt aus Leben und Angriff.

K=L·A

Kämpfen 2 Armeen mit gleichen Einheiten gegeneinander, so fließt die Anzahl N in die Formel ein.

K=f·L·A·N² oder die Kampfkraftformel

K=f·gL·gA

mit gL=N·L und gA=N·A

f ≈ 0,8

Für jede Kampfsorte, auch Mischarmee gegen Mischarmee gilt die allgemeine Formel:

K=f·gL·gA

### R Rechenbeispiele

**Ein Kampf**

Es kämpfen 20 Reiter mit 12 Angriff und 150 Leben gegen 15 Ritter, die 15 Angriff und 180 Leben haben. Die Ritter haben die besseren Werte, sind aber in der Unterzahl. Wer gewinnt?

Lösung

K= f·L·A·N²

K= 0,8·150·12·202= 576000al

geK= 0,8·180·15·152= 486000al

Die Reiter werden gewinnen.

**Welche Einheit ist die Bessere?**

Zu bauen gibt es Goblins (a) mit 30 Angriff und 200 Leben für 50 Gold, Orcschläger (b) mit 60 Angriff und 600 Leben für 125 Gold und Zwergenbogenschützen (e) mit 50 Angriff und 160 Leben für 80 Gold. Welche Armee soll ich mir für mein Startkapital von 2000 Gold kaufen?

Lösung

Zuerst rechnet man aus, wie viele Einheiten man sich für sein Geld kaufen kann. Die Goblins erhalten den Buchstaben a, die Orcs b und die Zwerge e.

a= 2000/50= 40

b= 2000/125= 16

e= 2000/80= 25

Ka= fa·La·Aa·a²

Ka= 0,8·200·30·402= 7,68Mal

Kb= 0,85·600·60·162= 7,8336Mal

Ke= 0,75·160·50·252= 3,75 Mal

Die Orcschläger sind am stärksten.

Und wie groß ist die Kampfkraft, wenn man eine Armee aus 3 Einheitentypen bauen will? Die Lösung bietet die Mischformel und die zweiheitliche Formel und bei mehr als 2 Einheitentypen in einer Armee ist die Kampfkraft immer kleiner.

**Ein unbesiegbarer Gegner**

Die eigenen 3 Helden halten je 3 Schläge aus, haben 2000 Angriff und f=2/3. Der Gegner hat einen Angriff von 1 und 30000 Leben. Der ist ja unbesiegbar, weil 10000 mal mehr aushält…

In diesem Spiel sind Angriff und Leben um Größenordnungen verzerrt. Wer nun wirklich stärker ist, lässt sich auch hier mit der Kampfkraftformel berechnen.

Lösung

K= f·L·A·N²

K= 2/3·3·2000·32= 36000al

geK= 1·30000 = 30000al

Die eigene Crew hat mit 36000 Angriffsleben dennoch eine größere Kampfkraft und wird den Gegner besiegen können.

**Kampf gegen einen Panzer**

5 Soldaten bekämpfen einen Panzer. Der Panzer hält 15 Schuss aus und jeder Soldat nur einen. Der Panzer hat also 15 Leben und 1 Angriff. Die Soldaten haben 1 Leben und 1 Angriff und f= 0,6.

So verläuft der Kampf

Die 5 Soldaten schießen auf den Panzer und der Panzer schießt zurück.

Der Panzer hat noch 10 Leben und ein Soldat stirbt.

Die 4 Soldaten schießen auf den Panzer und der Panzer schießt zurück.

Der Panzer hat noch 6 Leben und ein Soldat stirbt.

Die 3 Soldaten schießen auf den Panzer und der Panzer schießt zurück.

Der Panzer hat noch 3 Leben und ein Soldat stirbt.

Die 2 Soldaten schießen auf den Panzer und der Panzer schießt zurück.

Der Panzer hat noch 1 Leben und ein Soldat stirbt.

Der letzte Soldat schießt auf den Panzer und der Panzer schießt zurück.

Der Panzer wird zerstört und der letzte Soldat stirbt.

Es kommt zu einen Unentschieden.

Anstatt den Kampf zu simulieren, kann man das Ergebnis auch berechnen.

K= f·L·A·N²

K= 0,6·1·1·52= 15al

geK= 15·1= 15al

Die Kampfkräfte sind gleich groß.

**Verstärkung von einem Verbündeten**

Ein Gamer hat eine Flotte mit 150 Stukas, die 1200 Trefferpunkte und 15 Schaden machen, und will einen gegnerische Stützpunkt bashen. Er hat ausgerechnet, dass der Gegner 300 Mal hat. Der Gamer wird mit sehr hohen Verlusten siegen und das macht keinen Spaß. Deshalb bittet er seinen kleinen Bruder um Hilfe, der mit 125 Juncker Jus rumfliegt. Eine Ju hat 1400 Trefferpunkt und macht 9 Schaden.

Wie groß ist die Kampfkraft des Gamers, seines Bruders und die gemeinsame Kampfkraft?

Lösung

K= f·L·A·N²

K= 0,8·1200·15·1502= 324 Mal

Kb= 0,8·1400·9·1252= 157,5 Mal

Die gemeinsame Kampfkraft berechnet man eigentlich mit der Mischformel. 324+ 157,5 ist falsch. Näherungsweise richtig ist

K= f·gL·gA

gL= 150·1200+125·1400= 355kl

gA= 150·15+125·9= 3,375kl

K= 0,75·355·3,375= 898,594 Mal

Durch die Unterstützung seines Bruders ist die Kampfkraft fast 3 mal so groß und nicht nur 50% mehr.

### G erhöhte Kampfkraft durch globale Boni

Der Festungsbauer kann durch die Spezialfähigkeit seines Volkes Türme bauen, die das a-Fache mehr austeilen und das b-Fache mehr einstecken können. Wie viele Einheiten braucht man mehr, um die Verteidigungsanlagen von einem Festungsbauer zu knacken, als eine die Festung eines normalen Spielers. Die Antwort das a·b -fache ist falsch.

Hier ist der mathematische Beweis: Die Kampfkraft dieser Deff steigt um a·b. Das heißt, es muss das a·b Fache an Kampfkraft aufgewendet werden. Für einheitliche Flotten wird die Kampfkraft mit der Kampfkraftformel K=f·L·A·N² berechnet.

Die Einheitenanzahl N geht quadratisch ein. Für die a·b -fache Kampfkraft gilt

a·b·K=f·L·A·(x·N)²,

wobei x das x-fache an benötigten Einheiten ist.

Man ersetzt K durch die Kampfkraftformel ein und erhält

a·b·(f·L·A·N²)= f·L·A·(x·N)²

f·L·A kann man kürzen und man erhält

a·b·N²= (x·N)²

Die Klammer wird aufgelöst und a·b·N²=x²·N². Man kann N² kürzen. a·b=x². Man zieht die Wurzel. Damit ist

x=

Das heißt, man brauch also nur das Fache an Einheiten, um den Festungsbauer zu besiegen. Auf die gleiche Weise können ähnliche Boni berücksichtigt werden, wie z.B. eine lebenssteigernde Technologie oder eine Angriffsaura.

Beispiel: Auf einem Planeten stehen 20 Türme mit 40 Angriff und 200 Leben. Man greift mit 40 Raumschiffe an, die 25 Angriff und 80 Leben haben.

Die Kampfkraft der Türme beträgt

K= f·L·A·N²

K= 0,8·200·40·202= 2,56 Mal

Die Kampfkraft der eigenen Flotte beträgt

K= 0,8·80·25·402= 2,56 Mal

Auf einen anderen Planeten stehen 20 technologisch fortschrittlichere Türme, die 20% mehr Leben und 2,7-fachen Angriff haben. Die Kampfkraft der Türme beträgt

K= f·(1,2·L)·(2,7·A)·N²

K= 2,56·1,2·2,7= 8,2944 Mal

Das Wievielfache x an Schiffe benötigt man, um diese Deff zu besiegen?

Lösung:

x=

x= = 1,8

x·N= 40·1,8= 72

Greift man mit 72 Schiffe an, so ist der Kampf ausgeglichen. Die Kampfkraft beträgt

K= 0,8·80·25·722= 8,2944 Mal

## G Umrechung fremder Werte in Angriff und Leben

Die Kampfkrafttheorie benötigt die Werte Angriff, Leben und Anzahl. In vielen Spielen gibt weitere Werte für Einheiten. Dadurch wird das Spiel interessanter und taktischer. Diese zusätzlichen Werte können dennoch meistens in Leben oder Angriff umgerechnet werden.

Leben L

Die Leben werden für die Kampfkrafttheorie benötigt. Im Spiel ist dieser Wert auch unter die Namen KP (Kraftpunkte), HP (Hitpoints), LP (Lebenspunkte) oder Trefferpunkte zu finden. Sieht man von einer Einheit nur den grünen Lebensbalken oder es ist eine relative Gesundheit zwischen 0% bis 100% angegeben, so muss dieser Wert in eine vergleichbare Zahl umgerechet werden, damit Kampfkräfte berechnet werden können.

Angriff A und Schaden S

Der Angriff wird für die Kampfkrafttheorie benötigt. Der Angriff ist ein relativer Wert. Er muss im gesamten Spiel denselben Bezug haben. Der Schaden beschreibt, wie viele Leben mit einem Treffer abgezogen werden. Der Angriffswert muss proportional zum Schaden sein. Der Angriff hat die Einheit Angriff. Der Schaden hingegen hat die Einheit Leben.

Falsches Beispiel: Panzer haben einen Angriffswert von 200 und jeder Schuss verursacht 400 Schaden. Fußsoldaten sind schwächer und haben einen Angriffswert von 50 und jeder Schuss verursacht 50 Schaden. Hier wird der gemeinsame Bezug verletzt.

Richtiges Beispiel: Ein Bomber verursacht pro Bombe 1000 Schaden. Der Stealthbomber erreicht sogar 2000 Schaden. Man definiert, dass 1 Schaden = 1 Angriff ist. Der Bomber hat damit einen Angriff von 1000. Man kann auch definieren, dass 1000 Schaden = 1 Angriff. Günstiger ist aber die erste Variante.

Komplexes Beispiel: Ein Turm schießt 3 Kugeln pro Sekunde mit einem Angriffswert von 20. Der bessere Verteidigungsturm schießt jede Sekunde eine Rakete und hat einen Angriffswert von 100. Im Spiel bedeutet der Angriffswert von 1, dass Schaden zwischen 0,5 bis 1 verursacht wird. Der mittlere Schaden beträgt also 0,75. Nun muss der Angriff für die Kampfkrafttheorie definiert werden und definiert: 1 Angriff = 1 Schaden pro Sekunde. Dies ist umgerechnet 1 Angriff = 0,75 Angriffswert pro Sekunde. Der Turm hat damit einen Angriff von 45 und der bessere Turm hat 75 Angriff.

Schadensreduktion

Der Verteidigungswert oder die Rüstung reduzieren den erhaltenen Schaden. Wie dieser reduziert wird, dafür gibt es im Spiel eine Formel oder es wird beschrieben, um wieviel der Schaden reduziert wird. Die Schadensreduktion wird auf die Leben zugerechnet. Je besser die Rüstung, desto mehr Leben.

Beispiel ohne Formel: Ein Lichtschild reduziert den Schaden um 20%. Die Leben der Einheit werden mit 1/(1-0,2) multipliziert.

Beispiel mit Formel: Eine Panzerung erhöht die Leben um 200 und den Verteidigungswert um 7. Tief im Quellcode versteckt findet sich eine Umrechnung, wie der Verteidigungswert von 7 in eine Schadensreduktion umgerechnet werden kann. Die 7 bedeutet, dass die Einheiten 14% weniger Schaden erleiden. Die Leben der Einheit werden mit 1/(1-0,14) multipliziert.

L=

Falsches Beispiel: Ein Schild blockt pro Treffer 5 Schaden. Absolute Schadensreduktion kann mit der Kampfkrafttheorie nicht berücksichtigt werden.

In einigen Spielen ist das Wort Schadensreduktion anders definiert:

L= Leben·(1+Schadensreduktion) alternative Definition

Um zu wissen, welche Definition der Spielehersteller genutzt hat, kann man sich folgendes vorstellen: Bedeuten 100% Schadenreduktion, dass die Einheit unbesiegbar ist, oder bedeutet dies, dass die Einheit das doppelte aushält?

Ausweichen

Manöver oder Ausweichen bewirken, dass eine Schüsse des Gegners nicht treffen. Diese verfehlten Schüsse werden auf die Leben zugerechnet. Das Ausweichen kann in % angegeben werden, oder es gibt im Spiel eine entsprechende Formel dafür. Die Formel im Spiel wird in % der treffenden Schüsse umgerechnet. Je besser das Ausweichen, desto höher die Leben. Eine Einheit, die 100% der Schüsse ausweicht, ist unbesiegbar. L = ∞. Der Unterschied zwischen Rüstung und Ausweichen ist, dass zwar beides die Leben erhöht, aber der Schaden wird nur bei der Rüstung reduziert.

Beispiel ohne Formel: Ein schweres Schild für Fußsoldaten gibt ihnen die Fähigkeit 20% aller Angriffe zu blocken. Die Leben der Einheit werden mit 1/(1-0,2) multipliziert.

Beispiel mit Formel: Für Kampfflugzeuge kann eine Manövertechnologie erforscht werden. Jedes Level L kostet doppelt so viele Rohstoffe und sorgt dafür, dass die Flieger Raketen mit einer Wahrscheinlichkeit A ausweichen können. Im Quellcode findet sich diese Formel: A= 1-0,95^L. Man rechnet die Ausweichwahrscheinlichkeit aus, dann werden die Leben der Einheit mit 1/(1-A) multipliziert.

L=

Wie bei der Schadensreduktion kann auch die Ausweichrate anders definiert sein. Bedeutet der Begriff Ausweichrate im Spiel, dass die Einheit mit 100% Ausweichrate doppelt so viele Schüsse einstecken kann, dann ist im Spiel diese Formel hinterlegt:

Ausweichen= 1/(1+Ausweichrate) Einsetzen

L= Umformen

L= Leben·(1+Ausweichrate) alternative Definition

Angriffstempo

Angriffstempo erhöht den Angriff. Je schneller die Einheit schießen kann, desto mehr Schaden teilt sie aus. Es wird eine Bezugszeit gewählt z.B. eine Sekunde oder eine Runde. Das Angriffstempo wird in einen Erhöhungsfaktor umgerechnet.

Beispiel ohne Formel: Ein Fußsoldat kann mit dem kurzem Schwert doppelt so schnell attackieren, wie mit dem langen Schwert. Um die beiden Schwerter vergleichen zu können muss der Angriff des kurzen Schwertes verdoppelt werden.

Beispiel mit Formel: Ein Bogenschütze verschießt jede 1,5 Sekunden einen Pfeil mit 40 Schaden. Der Kompositbogenschütze verschießt jede 2 Sekunden einen starken Pfeil mit 80 Schaden.

Lösung:

A= =

Treffsicherheit

Zielen, Trefferquote oder Treffsicherheit verändern den Angriff. Treffen einige Schüsse nicht, so sinkt der Angriff. Die Treffsicherheit kann in % der Treffer angegeben werden, oder es gibt im Spiel eine entsprechende Formel dafür. Die Formel im Spiel wird in % umgerechnet.

Mit dieser Umrechnung wird man vom Quellcode des Spiels unabhängig.

Beispiel ohne Formel: Ein Krieger schwingt mit seiner Keule jedes zwanzigste Mal daneben. Der Angriff des Kriegers wird mit 0,95 multipliziert.

Beispiel mit Formel: Ein Schütze hat eine Treffsicherheit von 4 und steigt ein Level auf. Dann hat er eine Treffsicherheit von 5. Im Quellcode findet sich die Formel, wie das Level V in eine Trefferquote T umgerechnet wird: T= 0,5 + 0,5·V-0,5.

A= Angriff·Treffsicherheit

Bewegungstempo

Wie schnell sich eine Einheit bewegen kann hat keinen Einfluss auf die Kampfkraft. Die Theorie gilt außerdem für einen eindimensionalen Kampf, wo jede Einheit sofort Angreifen kann. In neueren Spielen mit zweidimensionalen Schlachfeld hat das Bewegungstempo meist einen taktischen Einfluss auf dem Kampfverlauf. Für Spiele mit eindimelsionalen Kampf entscheidet das Tempo meist über den Spielspaß. Lahme Einheiten sind stärker als flinke Einheiten, können aber weniger Spaß machen.

Ein hohes Bewegungstempo erhöht weder den Angriff noch die Leben.

So werden die Werte modifiziert:

A = Ausgangsangriff · Angriffstempo · Treffsicherheit T

L= Ausgangsleben · Rüstungsbonus / Ausweichen.

Der Schaden ist allerdings:

Schaden S =

Der Angriff wird in allen Kampfkraftformeln benötigt.

Der Schaden wird für das Lebenschadenverhältnis benötigt.

### R Größen umrechnen

Ein Schlachtschiff hat diese Werte:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Leben | Angriff | Verteidigung | Manöver | Zielen |
| 8000 L | 2000 a | 1500 | 300 | 250 |

Die restlichen 3 Werte müssen in die ersten beiden gepackt werden.

Die programminternen Formeln werfen aus, dass man mit 250 Zielen um 20% besser trifft. Daraus ergeben sich 120%.

Mit 300Manöver kann man 20% mehr Schüsse ausweichen, sodass man 1,25 mal mehr einstecken kann. Es treffen 80%.

1500Ver reduzieren den Erlittenen Schaden um 1/3, sodass das Schiff das 1,5 Fache erträgt.

Angriffstempo gibt es nicht im Spiel.

Daraus ergibt sich dann:

A= 2000·1,2·1= 2400a

L= 8000·1,5/0,8= 15000L

## G Die Zweiteilung des einfachen Kampfes

Kämpft eine Gruppe, so scheiden irgendwann alle Einheiten aus. Zuerst kämpfen alle Einheiten ohne nennenswerte Verluste. Nach einer bestimmten Zeit sind die Einheiten unterschiedlich stark verwundet. Einige noch fast gesund und andere schwer verletzt. Ab diesen Punkt erleidet die Gruppe schwere Verluste.

Diesen Sachverhalt kann man mit einer Funxion gA(L) beschreiben. Aus der X-Axe werden die Leben aufgetragen und auf der Y-Axe der Gesamtangriff. Der Gesamtangriff aller Einheiten ist A·N(L). N(L) sind die übrigen Einheiten in Abhängigkeit von L. L sind die restlichen Leben der Gruppe. Für diesen Sachverhalt werden folgende Namen verwendet:

* + gA(L) heißt *Kampfverlauf*.
  + Die Veränderung von gA(L) in Abhängigkeit der Leben heißt *Angriffssteigung*. gA’(L)  
    m=
  + Die Fläche von gA(L) heißt *Kampfkraft*.  
    K= ∫gA(L)·dL = A·∫N(L)·dL

Die Funxion gA(L) wird idealisiert und in 2 Bereiche unterteilt, und zwar in einem rechteckigen und in einem dreieckigen.

L= Ld+ Lr

Aufteilung des Kampfes in dreieckig und rechteckig G

Dargestellt ist ein Kampfverlaufsdiagramm. Die Zeit verläuft von rechts nach links. Dies ist ungewöhnlich, da in Diagrammen mit einer Zeit auf der X-Axe die Zeit immer von links nach rechts verläuft und der Ursprung stellt den Beginn des Sachverhaltes dar. Die Leben stellen indirekt eine Zeit dar. Die Leben sinken im Kampf mit der Zeit. Der Kampf beginnt also nicht im Ursprung, sondern oben rechts. Der Ursprung ist das Ende des Kampfes, bei der die letzte Einheit fällt. Die Zeit im Diagramm rückwärts darzustellen vereinfacht viele Formeln. Außerdem sind Zeit und Leben nicht proportional.

Im Bereich von gLd bis gL ist ein Rechteck zu sehen. Das bedeutet, dass die Gruppe Schaden einstecken kann, ohne dass Einheiten aus dem Kampf ausscheiden. Man sagt: Die Gruppe kämpft *rechteckig*. Rechteckige Leben sind alle Leben, die verloren gehen können, ohne dass Einheiten aus dem Kampf ausscheiden. Dieser Sachverhalt kann durch die Funxion gA(L)=gA beschrieben werden.

Im Bereich von 0 bis gLd ist ein Dreieck zu sehen. Das bedeutet, dass die Gruppe mit jedem erlittenem Schaden auch Einheiten verliert. Man sagt: Die Gruppe kämpft *dreieckig*. Dreieckige Leben sind alle Leben, die verloren gehen können, bei denen Einheiten aus dem Kampf ausscheiden. Dieser Sachverhalt wird durch eine lineare Funxion f(L)=L·gA/gLd beschrieben.

Der Term gA/gLd ist der Anstieg m des Dreiecks, also die Angriffssteigung m. Aus der leichten negativen Krümmung, die es in der Realität gibt, wird eine Gerade gemacht. Ein Vorteil ist, dass die Werte in vorgefertigte Formeln eingesetzt werden. Der Nachteil ist, dass kleine Ungenauigkeiten auftreten können, da die Funxion nicht mehr rund ist. Zu diesem vereinfachtem Modell gibt es als alternative auch ein genaueres Modell, das den Kampf in eine Hyperbel und einem Rechteck unterteilt.

So können verschiedene Kämpfe aussehen:

brft.wmf

s2.wmf

s5.wmf

s10.wmf

verschiedene Kämpfe mit unterschiedlichen Parametern G

In der oberen Reihe ist das Lebenschadenverhältnis klein und in den unteren Reihen groß. In den Kämpfen wirkt auch der Zufall mit, sodass ein Kampf unter gleichen Bedingungen unterschiedlich ausgehen kann. Mittelt man 10000 Kämpfe, so nimmt der Kampfverlauf eine regelmäßige Form an.

Kampfverlauf mit idealisiertem Dreieck-Rechteck G

Gut zu sehen ist der rechteckige Kampf, wo also noch keine Einheit ausgeschieden ist. Der getreppte Bereich links wird durch ein Dreieck angenähert. In Wirklichkeit ist das Dreieck leicht nach oben links gewölbt. Wie sich Leben und Anzahl im dreieckigen Kampf verhalten, ist hauptsächlich für die Mischformel wichtig.

## G der Kampfbeiwert f

Der Kampfbeiwert f beschreibt die Art und Weise des Kampfverlaufes und beantwortet die Wie-Frage. Es gibt 2 Extremformen des Kampfes: rechteckig und dreieckig

Bei der rechteckigen Kampfweise ist

f= fr =1 rechteckiger Kampfbeiwert

rechteckiger Kampfverlauf G

Das bedeutet, dass alle Einheiten bis 1 Leben kämpfen und dann bei einem einzigen Schuss alle mit einmal besiegt werden. Dies ist in den meisten Spielen ohne weiteres nicht möglich. Helden kämpfen alleine rechteckig.

Bei der dreieckigen Kampfweise ist

f= fd=0,5 dreieckiger Kampfbeiwert

dreieckiger Kampfverlauf G

Das bedeutet, dass der Gegner sich immer eine Einheit raussucht und sie abschießt. Erst dann schießt er auf die nächste. Dies schwächt enorm die Kampfkraft. Diese Kampfweise ist möglich, wenn der Gegner solch starke Waffen hat, sodass mit jedem Schuss eine Einheit zerstört wird.

Bei der tatsächlichen Kampfweise liegt f genau dazwischen. 0,5<f<1. Für einheitliche Flotten kann der Kampfbeiwert mit 0,8 geschätzt werden.

trapeziger Kampfverlauf G

Der Kampfbeiwert ist von Lebenschadenverhältnis abhängig. Ist der Schaden groß und die Leben klein, so ist der Kampfbeiwert klein, weil Einheiten frühzeitiger ausscheiden. Für den anderen Fall ist der Kampfbeiwert groß, weil die Einheiten gleichmäßiger beschossen werden und damit länger kämpfen.

Da der Kampfbeiwert die Art und Weise des Kämpfens beschreibt, wird häufig ein Adverb als Zahl zur Beschreibung des Kampfbeiwertes benutzt.

Z.B. 20 Ritter haben je 30 Leben, 4 Angriff und einen Kampfbeiwert von 0,8.

Oder: 20 Ritter haben je 30 Leben, 4 Angriff und kämpfen 0,8.

### R Diagrammbeispiel

Die Kampfweise kann man sich an einem Diagramm veranschaulichen. Auf der X-Axe trägt man die Gesamtleben der Flotte auf. Auf der Y-Axe kommt der gesamte Angriff. Eine Funxion gA(L) ordnet jedem Leben einen Angriff zu.

Dazu folgende Beispielwerte:

Es kämpfen 3 Verteidigungstürme. Jeder hat A= 3,2ka und L= 3,6kl. Man beachte, dass Nullen durch Silben wie Kilo und Mega eingespart werden können.

Der GesamtAngriff ist

gA= 3·A=3·3,5ka=9,6ka

Die GesamtLeben sind

gL= 3·L= 10,8kl

Bei 10,8kl; 9,6ka wird ein Punkt P1 gesetzt.

Die Türme werden angeschossen und es bleiben noch 6kL übrig.

Bei 6kL; 9,6ka wird ein Punkt P2 gesetzt.

Bei jedem Schuss vorher wird auch jeweils immer ein Punkt gesetzt. Diese werden nicht dargestellt.

Alle Punkte liegen in einer horizontalen Linie.

Die Türme werden weiter beschossen und bei 4kl wird ein Turm zerstört.

Bei 4kl; 6,4ka wird ein Punkt P3 gesetzt.

Dies führt man fort, bis man den Koordinatenursprung erreicht.

Die Punkte werden verbunden und es entsteht der Graph einer Funxion gA(L)

Die Funxion gA(L) schließt zwischen der X-Axe eine Fläche ein. Diese Fläche ist die Kampfkraft.

Definition des Kampfbeiwertes G

Die Fläche der Funxion über die gesamte Leben und der X-Axe ergibt die Kampfkraft. Dividiert man diese Fläche durch die gesamten Leben mal den gesamten Angriff, so erhält man den Kampfbeiwert f.

f=K/(gL·gA)

### R Kampfbeiwert ermitteln

Zur Veranschaulichung des Kampfbeiwertes wird eine Armee aus 2 Soldaten beschossen. Jeder Soldat hat 2 Leben und ein Angriff. Jeder Treffer zieht ein Leben ab.

Der Kampf verläuft folgendermaßen ab.

1. Zu Beginn des Kampfes haben beide Soldaten 2 Leben. Insgesamt sind es 4 Leben. Im Diagramm wird ein Punkt gesetzt bei (4L; 2a)
2. Ein Schuss fällt und ein Soldat wird getroffen. Es ist egal welcher getroffen wird, denn nach dem Treffer gibt es einen Soldat mit 2 Leben und einen mit einem Leben. Es wird ein Punkt gesetzt bei (3L; 2a) und mit dem vorherigen verbunden.
3. Ein weiter Schuss fällt. Nun gibt es 2 Möglichkeiten, bei der ein Soldat besiegt werden könnte.  
   Fall 1: Der Soldat mit 2 Leben wird getroffen. Es bleiben 2 Soldaten im Kampf  
   Fall 2: Der Soldat mit 1 Leben wird getroffen und besiegt. Es werden 2 Punkte im Diagramm gesetzt. Ein Punkt (2L; 2a) als er getroffen wurde und ein weiterer Punkt (2L; 1a) nachdem er aus dem Kampf ausgeschieden ist.
4. Ein Schuss fällt und es ist noch ein Soldat übrig
5. Der vierte Schuss besiegt den letzten Soldaten

Rechenbeispiel zur Ermittlung des Kampfbeiwertes nach der Herzchenmethode für L=2, N=2 und D=0 G

Nun wird die Kampfkraft berechnet, also die grüne Fläche im Diagramm.

1. Die Teilkampfkraft berechnet sich mit Leben mal Gesamtangriff. Jeder Schuss zieht ein Leben ab. Da als letztes ein Soldat übrig ist, beträgt die Teilkampfkraft ein Angriffsleben. Die Kampfkraft beträgt bis dahin auch ein Angriffsleben.
2. Fall 1: Es leben 2 Soldaten. Die Teilkampfkraft tK beträgt 1L·2a= 2al. Die Kampfkraft ist die Summe aller Teilkampfkräfte. Danach wird die Armee noch ein Angriffsleben haben. Die Kampfkraft ist also 2al+1al= 3al.  
   Fall 2: Es lebt ein Soldat mit 2 Leben. Die Teilkampfkraft beträgt 1L·1a= 1al. Die Kampfkraft ist für diesen Fall 1al+1al= 2al.
3. Es gibt 2 Soldaten im Kampf. Die Teilkampfkraft beträgt 1L·2a= 2al. Danach wird sich entscheiden, ob ein Soldat stirbt oder nicht. Wenn er stirbt, dann ist die weitere Kampfkraft nur 2al, sonst 3al. Da beide Fälle mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% eintreten, kann man eine Kampfkraft von 2,5al erwarten. Die Kampfkraft ist bis hierher also  
   K= tK+K= 2al+2,5al= 4,5al
4. Der Kampf startet mit 2 Soldaten. Die Teilkampfkraft beträgt 1L·2a= 2al. Danach wird die Armee eine Kampfkraft von 4,5 haben. Die gesamte Kampfkraft einer Armee aus 2 Soldaten mit 2 Leben und einem Angriff ist also  
   K= 4,5al+2al= 6,5al

Nun kann der Kampfbeiwert berechnet werden.

f= K/(gL·gA)

f= =

Ermittelt man auf die gleiche Weise den Kampfbeiwert für 3 Soldaten mit 2 Leben, so ergeben sich diese Kampfverlaufmöglichkeiten.

Rechenbeispiel zur Ermittlung des Kampfbeiwertes für N=3, L=2 und D=0 G

Beispielhaft wurden 2 mögliche Kampfverläufe mit rot und blau nachgezeichnet und in einem Diagramm dargestellt.

Der Mittelwert aller Möglichkeiten ergibt eine Kampfkraft von 13,5 al und der Kampfbeiwert beträgt

f= K/(L·A·N²)

f= = 0,75

Als letztes wird der Kampfbeiwert für 4 Soldaten mit 2 Leben ermittelt.

Rechenbeispiel zur Ermittlung des Kampfbeiwertes für N=4, L=2 G

Die Kampfkraft erreicht 23 Angriffsleben und der Kampfbeiwert beträgt 23/32.

Die Kampfkräfte werden für verschiedene Anzahlen und L=2 aufgelistet.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N | K | f |
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 6,5 | 0,8125 |
| 3 | 13,5 | 0,75 |
| 4 | 23 | 0,71875 |

Je größer die Anzahl, desto kleiner ist der Kampfbeiwert.

Ermittelt man die Kampfkraft für L=3 und N=3 so werden die zu untersuchenden Möglichkeiten noch mehr. Unüberschaubar wird es für praktische Fälle wie z.B. 4000 Leben, 30 Soldaten und 150 Angriff und 200 gegnerischen Angriff. Aus diesem Grund gibt es für den Kampfbeiwert eine Näherungsformel oder man nimmt einen Kampfbeiwert von 0,8 an.

## G Kampfkraft von beschädigten Flotten

### G Grundformeln

Besiegt man eine Armee, so hat die eigene Armee noch eine Restkampfkraft. Diese erhält man, wenn man von der eigenen Kampfkraft die gegnerische Kampfkraft subtrahiert.

(Rest)K=K-geK Restkampfkraftformel

Nach einem Kampf hat der Gewinner so viel Kampfkraft verloren, wie der Gegner hatte G

Der Kampfverlauf wird idealisiert und zwar in einen dreieckigen Teil und in einen Rechteckigen Teil. Der dreieckige Teil Ld macht (2-2·f)·gL der Leben aus und (2·f-1)·gL den rechteckigen Teil Lr. Betrachtet man eine Einheit, so verschwindet das g.

Für die dreieckigen Leben sind Leben und Angriff proportional zueinander.

Es gilt:

A(x)= m·L(x)

m ist der Anstieg des Dreiecks und wird Angriffssteigung genannt. Die Angriffssteigung ändert sich nicht, wenn die Flotte beschossen wird. m errechnet sich mit

Da gA= n·A und gL= n·L, so kann man n kürzen und erhält:

m=

oder kurz

m= A/Ld

und für f=0,8 ist m= A/(0,4·L)

Also:

Ld= (2-2·f)·L dreieckige Leben

Lr= (2·f-1)·L rechteckige Leben

Ld+Lr= L Aufteilung des Kampfes

m= A/Ld= A/((2-2·f)·L) Angriffssteigung

Vermaßung des Kampfes

Um die Kampfkraft einer beschädigten Armee zu berechnen wird mit dieser Formel möglich:

K= f·L·A·N², wobei L die durchschnittlichen Leben jeder Einheit ist.

Da die gesünderen Einheiten nach dem Kampf ihre Leben nicht an die verletzten Einheiten abgeben, sodass alle Einheiten wieder die gleichen Leben haben, so sinkt der Kampfbeiwert.

wobei Lr die noch vorhandenen Leben pro Einheit des rechteckigen Teils sind.

Setzt man die Formel in die Kampfkraftformel ein so erhält man:

K= (Lr+ Ld/2)·A·N²

### G Formeln für übrige Leben

Mit diesen Formeln wird berechnet, wie viel Leben die Einheiten nach dem Kampf noch haben. Wenn die gegnerische Kampfkraft kleiner ist als die eigene rechteckige Kampfkraft

K=(2·f-1)·gA·gL, dann gilt:

gL neu= gL- geK/ gA

Je nach dem, ob der Gegner schwach oder stark ist, entscheidet darüber, welche Formel verwendet wird G

Dabei ist

geK = gegnerische Kampfkraft

gA = Gesamtangriff der eigenen Armee.

gL neu = eigene Gesamtleben nach dem Kampf

Für den anderen Fall berechnet man die noch vorhandenen Leben gL so aus:

(K-geK)= f·gL·gA

Dabei ist (K-geK) die Kampfkraft, die nach dem Kampf noch übrig ist.

Da die Flotte dreieckig kämpft (f=0,5) besteht zwischen gL und gA diese Beziehung:

gA=m·gL

m ist die Angriffssteigung.

In die Formel eingesetzt erhält man

(K-geK)=0,5·m·gL²

und nach gL umgestellt:

gL neu= m einsetzen

gL neu= Bruch umformen

gL neu=

Bei dieser Formel muss man beachten, dass nicht mehr die Leben sinken, sondern die Anzahl. Die Leben jeder Einheit sind Ld. Die Anzahl ist:

N= gL neu/Ld Einsetzen

N= Kürzen

N= Ld einsetzen

N= Kürzen

Damit entsteht die Formel für die Anzahl der Überlebenden nach einem hefigen Kampf

N=

**So viele Leben haben die Einheiten während des Kampfes.**

Zuerst sinken die Leben jeder Einheit. Tritt die dreieckige Kampfweise ein, so sinken nicht mehr die Leben, sondern deren Anzahl. Die übrigen Einheiten haben nicht exakt die dreieckigen Leben Ld, sondern durchschnittlich. Es gibt daher Einheiten, die noch sehr gesund sind, und andere, die fast kampfunfähig.

Dividiert man den Kampfverlauf durch die Anzahl so erhält man zu jedem Zeitpunkt, wie viele Leben jede Einheit hat.

Leben pro Einheit in Abhängigkeit von den Gesamtleben für den idealisierten Kampf G

### R 2 gegnerische Flotten hintereinander wegballern

Die eigene Flotte besteht aus 30 Raumschiffe mit 1,5kA und 7,059kl und kämpfen f=0,8.

Ein Schiff tritt den Rückzug an, wenn es weniger als 15% Leben hat. Damit stehen nur noch 6kl zum Kampf zur Verfügung.

Die Kampfkraft berechnet sich mit

K= f·L·A·N²= 0,8·6·1,5·30²

K= 6480Mal

Eine gegnerische Flotte mit 3375Mal wird besiegt.

Raumkampf1.wmf Nun muss geprüft werden, ob die Flotte noch rechteckig kämpft.

(2·f-1)·gA·gL= 0,6·45·180= 4860

Kampfkraftdiagramme zum Rechenbeispiel - unbeschädigt G

3375 < 4860, also gLneu= gL- geK/ gA

gL= 6·30- 3375/(1,5·30)

gL=105kl

Die Schiffe haben damit durchschnittlich noch

105kl/30= 3,5kl

Sie haben damit 2,5kl Schaden pro Schiff erlitten.

Nun wird die Kampfkraft der Flotte errechnet. Die dreieckigen Leben Ld sind

Ld= (2-2·f)·L

Ld= 0,4·6

Ld= 2,4kl

Die rechteckigen Leben sind

Lr= (2·f-1)·L

Lr=0,6·6

Lr=3,6kl

Von den 3,6 sind jedoch schon 6-3,5= 2,5kl verbraucht, sodass Lr= 3,6-2,5=1,1kl.

Der Kampfbeiwert f kann berechnet werden

f=

f=

f= 0,657

Die Kampfkraft beträgt

K= (Lr+ Ld/2)·A·N²

K= (1,1+2,4/2)·1,5·30²

K= 3105Mal

Dies muss auch so sein denn 6480- 3375= 3105.

Die Flotte zu reparieren ist leider nicht möglich, da ein gegnerischer Spieler die Rohstoffe auf deinem Heimatplanet einsammelt.

Nun kämpft die Flotte noch ein zweites Mal, und zwar gegen 3000Mal.

Raumkampf2.wmf

Damit verbleibt eine Kampfkraft von

K= 3105-3000

K= 105Mal

Kampfkraftdiagramme zum Rechenbeispiel - beschädigt G

Die Angriffssteigung m= A/((2-2f)·L) wird errechnet.

m=

m= 1,5/2,4=0,625

Oder m=

m= 1,5/2,4= 0,625

gLneu=

gLneu = =

gLneu = 18,33kl

Damit hat jedes Schiff durchschnittlich (inkl. der geflohenen Schiffe) noch 18,33/30= 0,611kl übrig und der erlittene Schaden pro Schiff ist

3,5-0,611= 2,888kl

Da jedes übrige Schiff durchschnittlich Ld= 2,4kl hat, sind viele Schiffe geflohen. So viele Schiffe kämpften bis zu letzt:

N= gLneu /Ld

N= 18,33/2,4

N= 7,6 Schiffe

Oder

N=

N= = 7,6 Schiffe

Obwohl die zweie Flotte schwächer war, fallen hier höhere Reparaturkosten an.

Um die tatsächlichen Leben zurück zu rechnen, brauchen nur die nicht genutzten Leben zuaddiert werden. Wurde in die Leben ein Überschaden berücksichtigt, so muss der Lebensbonus wieder abgezogen werden.

### R Kampf zwischen gleichstarken Armeen

Kämpfen 2 gleich starke Armeen gegeneinander, so ist es dennoch selten, dass am Ende genau eine Einheit übrig bleibt. Das Glück entscheidet, dass von einer Armee meist noch ein ganzes Dutzend übrig ist.

Beispiel: Es kloppen sich 40 Krieger eines blauen Stammes mit 40 Krieger eines roten Stammes. Beide Spieler haben unterschiedliche Techtrees eingeschlagen und die Werte der Krieger sehen so aus:

blaue Krieger rote Krieger

L= 20 geL= 25

A= 2,5 geA= 2

N= 40 N= 40

f= 0,828 gef= 0,828

Der rote Stamm verliert zum Anfang 2 Krieger. Durch dieses Pech stürzt sein Kampfbeiwert um 0,02.

Die Kampfkraft der blauen Krieger beträgt

K= f·L·A·N²

K= 0,828·20·2,5·402= 66240 al

Die Kampfkraft der roten Krieger beträgt normalweise

geK= 0,828·25·2·402= 66240 al

Das Pech mindert deren Kampfkraft jedoch auf

geK= 0,808·25·2·402= 64640 al

Die blauen Krieger haben nach dem Kampf eine Restkampfkraft von

K= K-geK= 66240-64640= 1600 al

Einfluss des Glückes beim ausgeglichenen Kampf G

Jetzt werden die Formeln für beschädigte Armeen benutzt. Zuerst prüft man, ob die blauen Krieger nach dem Kampf noch rechteckig kämpfen. Diese Prüfung kann übersprungen werden, weil diese nach einem ausgeglichenen Kampf normalerweise immer dreieckig kämpfen.

gL neu=

gL neu = = 93,8 L

N=

N= = 13,6 Krieger

Es haben also 34% der Krieger die Schlacht überlebt. Die verbleibenden Leben sind nur noch 12% von den ursprünglichen Leben und die Kampfkraft beträgt nur 2,5%.

Fazit: Nach einem ausgeglichenen Kampf ist die Kampfkraft am stärksten gesunken, die Leben sind verhältnismäßig größer, aber die Anzahl der Überlebenden ist am größten.

Wenn man nach einem Kampf noch 60% der Armee übrig ist, darf man eigentlich nicht prahlen, dass man den Gegner überrannt hat. Wenn der Gegner nur 5% mehr Soldaten gehabt hätte, dann hätte er den Kampf sogar gewonnen.

### G Kampfkraft von beschädigten uneinheitlichen Flotten

Bei einer einheitlichen Flotte unterteilte sich der Kampf in rechteckig und dreieckig. Dies ist ein Polygon aus 3 Punkten. Bei uneinheitlichen Flotten hat das Polygon des Kampfverlaufes mehr Punkte. Berechnet man die Kampfkraft der Flotte, so liefert die Berechnungsmethode auch immer ein Polygon mit.

Es gibt diese Berechnungsmethoden, die folgende Kampfverläufe liefern

* zweiheitliche Formel: Polygon
* mehrheitliche Formel: Polygon
* genauer Kampfverlauf: Hyperbel
* getreppter Kampfverlauf: Polygon
* lineare Mischformel: Polygon
* nichtlineare Mischformel: e-Funxion
* iteratives Tabellenverfahren: feines Polygon
* Simulation: Polygon

Die meisten Berechnungsmethoden liefern also ein Polygon, sodass unabhängig von der Berechnungsmethode der Beschädigungsgrad der Flotte berechnet werden kann.

Wie die Flotte nach einem Kampf beschädigt wird, wird rein geometrisch berechnet. Dazu wird das Polygon des Kampfverlaufes an den Punkten in trapezige Streifen geschnitten. Die Fläche jedes Trapez ist eine Teilkampfkraft.

tK= (L2-L1)·0,5·(A2+A1) Teilkampfkraftformel

Aufteilung des Kampfverlaufpolygons in Trapeze G

Man prüft zuerst, ob man den Gegner besiegt. Dann subtrahiert solange Teilkampfkräfte von der gegnerische Kampfkraft, bis diese negativ wird. Dabei geht man von rechts nach links vor. Die Teilkampfkraft, die die gegnerische Kampfkraft negativ macht, ist das Ende des Kampfes. Es wird nur ein Teil der Teilkampfkraft aufgebraucht.

tL= rgeK/A2 für A2=A1 Rechteckformel

tL= für A1 < A2 Trapezformel

tA=

Dabei sind:

L2= Leben des rechten Punktes

L1= Leben des linken Punktes

A2= Angriff des rechten Punktes

A1= Angriff des linken Punktes

rgeK= restliche gegnerische Kampfkraft

tL= verbrauchte Leben in der Teilkampfkraft

tA= Angriff an der Stelle tL

Die Kampfkraft des ersten Punktepaars (P5 und P6 im Bild) ist die verlustfreie Kampfkraft. Hier werden Einheiten beschädigt, ohne dass welche fallen. Die verlustfreie Kampfkraft ist rechteckig. Es ist möglich, dass im fortgeschrittenen Kampf nochmal rechteckig gekämpft wird, aber bis dahin wurden Einheiten schon besiegt.

Für sehr starke Progamer ist die verlustfreie Kampfkraft wichtig, da sie einen Durchschnittsspieler überrennen können, ohne Einheiten zu verlieren. Durch spezielles Zusammenstellen der Armee kann die verlustfreie Kampfkraft vergrößert werden.

Die verlustfreie Kampfkraft kann allgemein mit der obigen Teilkampfkraftformel berechnet werden oder da der Angriff gleich ist, mit dieser Formel.

tK= (L6-L5)·A6

Rechenbeispiel zur Aufteilung des Kampfverlaufpolygons in Trapeze und Anwendung der Kampfsubtraxion G

**Rechenbeispiel**

Zekkadauria, die Götter der Deckchins, wurden verärgert. Sie schicken einen Strafangriff, danach und unabhängig vom Ausgang des Kampfes sind sie wieder gnädig und versorgen die Deckchins mit Nahrung. Die toten Deckchins kommen in den Himmel. Der Spieler steuert ein Deckchinvolk, von denen alle technologisch rückständig, gewalttätig und unzivilisiert sind. Es gibt so viel Krieg unter den Völkern, sodass Lesen und Schreiben nie gelernt wird. Im späten Spiel erfährt man nach vielen technologischen Fortschritten, dass es sich bei den vielen Strafangriffen eigentlich um Ernten handelte.

Mitten im Spiel gibt es wieder einen Kampf zwischen den Deckchins und Zekkadauria. Der Spieler formiert seine Deckchins gegen Mizzie. Die einen blocken Mizzie und die anderen teilen den Schaden aus. Mizzie ist dem Spieler bereits bekannt und kennt ihre Stärke.

Die Kampfkraft von Mizzie beträgt 12150al und sie hat 110 Angriff und 105 Leben. Die Horde des Spielers wird mit der zweiheitlichen Formel berechnet und beträgt 36250al bei 300L Gesamtleben und 150 Gesamtangriff.

geK= 11550 al

K= zweiheitlicheFormel(Deckchins)

Wird der Spieler Mizzie ohne Verluste besiegen?

Die zweiheitliche Formel hat diese Liste des Kampfverlaufes geliefert:

P0 P1 P2 P3 P4

gL L0 L1 L2 L3 L4

gA A0 A1 A2 A3 A4

P0 P1 P2 P3 P4

gL 0 50 100 150 300

gA 0 100 100 150 150

Die verlustfreie Kampfkraft ist die Kampfkraft der ersten beiden Punkte P4 und P3.

tK4= (L4-L3)·A4= (300-150)·150= 22500 al

Die verlustfreie Kampfkraft ist deutlich höher als Mizzies Kampfkraft, sodass der Spieler keine Verluste befürchten muss.

Doch das Spiel hält Überraschungen bereit. Mizzie hat diesmal einen gleichstarken Komplizen. Zekkadauria ist auf einmal dreimal so stark.

geK= getreppterKampfverlauf(Mizzie+Komplize)= 34650 al

Zuerst wird überprüft, wer gewinnt. Für den Gewinner werden die Wunden ausgerechnet, vom Verlierer kennt man das Ergebnis.

K= 36250 > 34650 = geK

Die Deckchins gewinnen.

Beispiel Teilkampfkraftformel: Deckchins gegen Zekkadauria G

Dann werden die Teilkampfkräfte berechnet.

tK4= 22500

tK3= (L3-L2)·0,5·(A3+A2)= (150-100)·0,5·(150+100)= 6250

tK2= (L2-L1)·0,5·(A2+A1)= (100-50)·0,5·(100+100)= 5000

tK1= (L1-L0)·0,5·(A1+A0)= (50-0)·0,5·(100+0)= 2500

Nun wird die Kampfkraft von Zekkadauria so lange um die Teilkampfkräfte abgemindert, bis sie negativ wird.

Rest geK= geK-tK4= 34650-22500= 12150

Rest geK:= Rest geK-tK3= 12150-6250= 5900

Rest geK:= Rest geK-tK2= 5900-5000= 900

Rest geK:= Rest geK-tK1= 900-2500= -1600

Zekkadauria wird besiegt, während die Deckchins bei tK1 sind. Die Teikampfkraft1 liegt zwischen den Punkten P0 und P1. Es werden die Leben berechnet, die in der Teikampfkraft1 verloren gehen.

tL= da A1 < A2

tL=

tL= 10

tA= =

tA= 80

Die verbleibenden Leben der Deckchins berechnen sich mit

Rest L= L1-tL

Rest L= 50-10= 40

Der Spieler erlebt einen sehr verlustreichen Sieg.

## G Wirkung von Zaubersprüchen

Für mehr Spaß im Spiel muss der Kampf auch mit Zaubern beeinflussbar sein. Einige Zauber können mit der Kampfkrafttheorie berücksichtigt werden und so rechnerisch besser ausbalanciert werden. Wird eine Armee von einem Helden geführt, so ist man in der Regel enttäuscht, dass man den Sieg nicht berechnen kann. Dies liegt daran, dass die Voraussetzungen für diese Theorie nicht eingehalten sind.

In diesem Kapitel werden die Zaubersprüche aufgelistet, die berücksichtigt werden können. Die Wirkung eines Zaubers kann berechnen werden, wenn dieser vor dem Beginn des Kampfes gesprochen wird und den ganzen Kampf lang wirkt.

Die Wirkung wird hier qualitativ beschrieben. Es gibt also keine Formeln.

Bei den Kampfverlaufsdiagrammen wird die Beschriftung der Axen weggelassen. Auf der X-Axe sind die Leben und auf der Y-Axe der Angriff.

Außerdem wird oft auf den Mischkampf oder den zweiheitlichen Kampf verwiesen. Diese Kampfformen werden in den Kapiteln Mischkampf und zweiheitlicher Kampf genauer beschrieben. Hier kurz die Bedeutung der beiden Kampfformen:

* einheitlicher Kampf: Alle Einheiten in der Armee sind gleich
* Mischkampf: Die Armee besteht aus unterschiedlichen Einheitentypen. Gleiche Einheiten werden zu einer Gruppe zusammengefasst. Es gibt meistens 2 Gruppen. Beide Gruppen kämpfen in der gleichen Reihe. Beide Gruppen nehmen gleichzeitig Schaden. Die Kampfkraft einer Mischarmee wird mit der Mischformel berechnet.
* zweiheitlicher Kampf: Die Armee besteht aus 2 unterschiedlichen Einheitentypen. Gleiche Einheiten werden zu einer Gruppe zusammengefasst. Es gibt 2 Gruppen. Beide Gruppen kämpfen in unterschiedlichen Reihen. Die vordere Reihe nimmt so lange Schaden, bis sie besiegt ist, dann ist die hintere Reihe dran. Die Kampfkraft einer zweiheitlichen Armee wird mit der zweiheitlichen Formel berechnet.

Beispiele für Zauber, die nicht berücksichtigt werden können:

* Giftpfeile: Sie verursachen noch Schaden nach dem Treffer.
* Giftwolke: Einheiten verlieren mit der Zeit Schaden.
* Regeneration: Einheiten heilen mit der Zeit.
* Erschöpfung: Einheiten brauchen nach einiger Zeit eine Pause, um weiter angreifen zu können
* Feuerball, Erdbeben, Eissturm…: Schaden mitten im Kampf
* Vampire: Dem Gegner Schaden zufügen heilt eigene Verletzungen.
* Mauer, Netz, Baum: Ein Teil der Einheiten muss sich um das Hindernis rumbewegen und kann nicht sofort kämpfen.
* Betäubung: Treffer stunnen gegnerische Einheiten, sodass sie für kurze Zeit nicht angreifen können
* kritischer Schaden

**Blitz / Beschwörung**

Sofortvernichtung oder Beschwörung G

Ein Blitz schlägt in die gegnerische Horde ein und desintegrierte eine oder mehrere Orcs. Der Gegner verliert vor dem Kampf sofort einige Einheiten. Seine Kampfkraft sinkt, weil seine Anzahl sinkt. Das Gegenstück zur Sofortvernichtung ist die Erhöhung der Anzahl. Dies ist möglich, indem man das Restgeld für eine größere Kaserne zusammengekratzt hat, um mit 2 Extrasamurais antreten zu können. Die Kampfkraft wird berechnet, indem nur eine veränderte Anzahl eingesetzt wird.

**Verstärkung in einer anderen Reihe**

6 Fälle zur Verstärkung in einer anderen Reihe G

Bevor die untote Horde Bogenschützen in die Schlacht zieht, werden noch 5 Skelette aus den Gräbern geholt. Diese Skelette kämpfen vor den fragilen Bogenschützen und beschützen diese.

Anderes Beispiel: Eine Stadt wird angegriffen. Während die Mauern fallen, wird die Garnison formiert. Diese besteht aus gut gerüsteten Schwertkämpfern. Gleichzeitig läutet die Glocke des Rathauses, sodass Arbeiter mit Armbrüsten ausgestattet werden. Während die Schwertkämpfer vorne kämpfen, stehen die Arbeiter hinter der Truppe.

Die Armee erhält Einheiten, die entweder vorne oder hinten stehen. Hinten stehende Einheiten müssen Fernkämpfer sein. Sind diese jedoch Nahkämpfer, so haben diese entweder keinen Angriff, während die vordere Reihe abgemetzelt wird, oder sie rücken in die erste Reihe vor (Mischformel benutzen). Es ist nicht nur zu unterscheiden, wo die zusätzlichen Einheiten hinkommen, sondern auch wie gut sie ins Team passen. Es gibt daher 6 Fälle.

In allen Fällen ist die zweiheitliche Formel für die Berechnung der Kampfkraft zu verwenden.

Im Diagramm ist Dargestellt, wie zu einer Truppe eine zusätzliche gleichstarke Truppe hinzugefügt wird. Die Kampfkraft der verstärkenden Truppe ist genauso groß, wie die vorhandene. Dennoch wird die Kampfkraft mehr als verdoppelt, weil es zwischen den beiden Truppen noch ein Teamwork gibt. Das Teamwork ist umso besser, wenn die vorderen Einheiten mehr Leben und die hinteren Einheiten mehr Angriff haben. Eine defensive Truppe braucht hinten eine offensive Verstärkung und eine offensive Truppe braucht vorne eine gute Defensive.

**Verstärkung in gleicher Reihe**

verspätete Verstärkung G

Vor dem Kampf werden erstmal 2 Golems auf der Erde erhoben. Die Golems sind schwächer als die eigentliche Truppe. Die Armee wird mit Einheiten eines anderen Typs verstärkt. Da die Golems weniger Leben haben, scheiden früher aus dem Kampf aus. Für die Berechnung der Kampfkraft muss die Mischformel verwendet werden.

Anderer Fall: Dein Freund wurde im Reallife abgelenkt und hat den Kampfbeginn verpasst. Seine Ritter kommen eine Minute zu spät angeritten. Die gemeinsame Kampfkraft steigt zwar noch, aber nicht mehr so deutlich. Berechnet wird die Kampfkraft folgendermaßen. Zuerst wird die Formel für beschädigte Armeen auf die erste Truppe angewendet. Dabei wird eine Teilkampfkraft anhand der verlorenen Leben berechnet. Außerdem wird ein neuer Kampfbeiwert für diese Truppe berechnet, weil diese verwundet ist. Die Gemeinsame Kampfkraft aus der verwundeten Truppe und der Verstärkung wird mit der Mischformel berechnet. Auch wenn der Freund Einheiten des gleichen Typs schickt, wird die Mischformel verwendet, weil die Einheiten im Kampf nicht mehr gleich sind.

**gegnerische Einheiten bekehren**

Dieser Zauber ist eine Kombination aus Verstärkung auf der eigenen Seite und Sofortvernichtung auf der gegnerischen Seite.

gegnerische Einheit bekehren G

Zu Beginn der Schlacht wird ein gefürchteter Zauber gesprochen. 2 gegnerische Glaubensfanatiker kämpfen nun in deiner Sekte. Die Anzahl der Einheiten des Gegners sinkt, während man selbst Einheiten eines anderen Typs erhält. Die Kampfkraft des Gegners wird mit reduzierter Anzahl neuberechnet. Die eigene Kampfkraft wird mit der zweiheitlichen Formel berechnet.

Anderes Beispiel: Deine Spione hecken 2 feindliche Raumschiffe. Die eigene Kampfkraft wird mit der Mischformel berechnet. Ob man nun die zweiheitliche Formel oder die Mischformel verwenden muss, hängt davon ab, wo sich die bekehrten Einheiten nach der Gehirnwäsche befinden. Sind ihre ehemaligen Freunde Nahkämpfer, dann werden sie auf der Stelle abgemetzelt. Es wird die zweiheitliche Formel verwendet, weil sie in einer anderen Reihe stehen (nämlich vorne im Gegner). Gelingt es die Einheiten schnell in die eigene Reihe in Sicherheit zu bringen, dann nutzt man die Mischformel. Der Unterschied ist also, wie schnell scheiden die Einheiten aus. Bei dem schnellen Tod können nur die Leben der Einheiten für den Kampf genutzt werden, weil sie allerhöchstens einmal zuschlagen können. Bei dem anderen Fall wird auch deren Angriffskraft genutzt.

Das Bekehren von Einheiten kann die Spielbalance stark verzerren. Hier werden Einheiten bewegt und nicht Kampfkräfte. Dazu mal ein Vergleich mit gleichen Einheiten. Man selbst hat 10 Einheiten, der Gegner hat 5; 10 oder 20 Einheiten, die mit 0,5A und 2,5L 0,8 kämpfen. Es wird eine Einheit bekehrt.

Die Kampfkraft berechnet sich mit

K= f·L·A·N²

K= 0,8·2,5·0,5·N²

K= N²

Fall 1

K= 10²= 100

geK= 5²= 25

Kneu= 11²= 121

geKneu= 4²= 16

Man selbst hat 21al gewonnen, der Gegner hat 9al verloren.

Fall 2

K= 10²= 100

geK= 10²= 100

Kneu= 11²= 121

geKneu= 9²= 81

Man selbst hat 21al gewonnen, der Gegner hat 19al verloren.

Fall 3

K= 10²= 100

geK= 20²= 400

Kneu= 11²= 121

geKneu= 19²= 361

Man selbst hat 21al gewonnen, der Gegner hat 39al verloren.

Obwohl immer nur eine Einheit bewegt wurde, bedeutet dies für den Gegner einen unterschiedlichen Kampfkraftverlust. Andere Effekte gibt es, wenn dem Gegner eine sehr starke Einheit entnommen wird.

Auswirkung von Einheit bekehren G

Besonders kritisch wird es, wenn die Einheit eine spezielle Rolle als Einstecker oder Austeiler einnimmt (siehe zweiheitlicher Kampf). Diese Einheit kann in der eigenen Armee entweder nutzlos oder sehr wertvoll sein. Die Differenz der Gehirnwäsche setzt sich aus 2 Effekten gleichzeitig zusammen: Der Schwächung des Gegners und der Stärkung der eigenen Armee.

**den Angriff verändern**

Angriff verändern G

Diverse Zauber (Lähmung, Blendung, Hast) können den Angriff steigern oder senken. Wirken diese nur temporär, so kann dies nicht berechnet werden.

Die Kampfkraft wird ganz einfach berechnet, indem der neue Angriff in die Formel eingesetzt wird. Zu beachten ist jedoch die Quelle der Angriffsveränderung. Dies kann entweder direkt über den Schaden geschehen oder indirekt über Treffsicherheit oder Angriffstempo. Der Kampfbeiwert (von der Gruppe, auf denen der Zauber nicht gewirkt wurde) muss bei Schadenserhöhung neu berechnet werden.

**Raserei**

Angriff in Verteidigung umwandeln oder umgekehrt G

Vor dem Kampf trinkt die eigene Gruppe einen giftigen Trunk, der die tapferen Krieger in tollwütiger Raserei versetzt. Das Gift macht die Krieger verwundbar und lässt sie schneller zuhauen. Die Gruppe verliert also Leben und gewinnt an Angriff. Die Angriffssteigerung resultiert meist aus einem höheren Angriffstempo. In manchen Fällen wird sowohl das Tempo als auch der Schaden erhöht.

Die Kampfkraft wird mit erhöhtem Angriff und reduzierten Leben neuberechnet. Weiterhin muss wegen der reduzierten Leben auch der Kampfbeiwert neu berechnen werden. Dieser verschlechtert sich durch den Lebensverlust. Wird Raserei in einer zweiheitlichen Armee auf die geschützten Fernkämpfer angewendet, so bringt dies eine enorme Kampfkraftsteigerung.

Das Gegenstück zur Raserei ist der Verteidigungsmodus. Dabei gehen die Legionäre in Schildkrötenformation und rücken an den Gegner heran. In dieser Formation können sie schlecht angreifen, aber nehmen auch weniger Schaden.

Für die Kampfkraft ist zu beachten, dass das Ranrücken an den Feind eine Voraussetzung verletzt. Einheiten müssen zu jeder Zeit austeilen können. Dies kann berücksichtigt werden, indem auf die Legionäre der Zauber „Zufallsschaden“ berücksichtigt wird.

**Zufallsschaden**

Zufallsschaden z.B. Steinhagel G

Zufallsschaden ist von Flächenschaden zu unterscheiden. Beim Flächenschaden bekommen alle Einheiten der Gruppe gleichmäßigen Schaden. Beim Zufallsschaden werden die Einheiten unterschiedlich verletzt. Es sinken nicht nur die Leben um den Schaden D, sondern auch noch der Kampfbeiwert. Der Kampfbeiwert wird mit den Formeln für beschädigte Flotten berechnet.

Beispiele für Zufallsschaden sind:

* Steinhagel
* Splitterbomben
* Armee ist gestunnt.
* Die Nahkämpfer müssen an die feindlichen Fernkämpfer ranrücken.

**Flächenschaden**

Flächenschaden senkt Leben und Kampfbeiwert G

Beim Flächenschaden werden alle Einheiten gleichmäßig geschädigt und treten mit weniger Leben in die Schlacht. Der Kampfbeiwert sinkt im Gegensatz zum Zufallsschaden nur geringfügig und wird mit der Kampfbeiwertformel neu berechnet. Die Kampfkraft wird mit veränderten Leben und veränderten Kampfbeiwert berechnet. Im Diagramm ist eine grüne Fläche zu sehen. Dies täuscht auf dem ersten Blick einen höheren Kampfbeiwert vor. Der rechteckige Bereich ist verhältnismäßig stärker geschrumpft als der dreieckige. Das Gegenteil zum Flächenschaden ist eine verbesserte Rüstung.

Beispiele für Lebensveränderungen sind

* Feuerball; Meteor
* Schwäche gegen ein Element (Wasser, Feuer, Eis)
* bessere Schilde
* Schutzzauber
* Rückzug

Der Rückzug stellt taktisch eine Besonderheit dar. Einheiten mit wenig Leben werden nach Hause geschickt. Die Gruppe kämpft mit weniger Leben und hat daher weniger Kampfkraft. Dennoch ist es meist besser nur eine Schlacht zu verlieren, als seine gesamte Armee. Reduzierte Kampfkraft ist allerdings bei einem ausgeglichenen Kampf die Ursache der Niederlage.

**Teilflächenschaden**

Teilflächenschaden hat auch Nachwirkungen G

Beim Teilflächenschaden erhält ein Teil der Einheiten einen Schaden. Dieser Schaden kann Zufällig oder gleichmäßig sein. Als Beispiele für Teilflächenschaden sind alle Beispiele für Zufallsschaden und Flächenschaden denkbar. Bestimmte Zauber wie Geofissur, Dolchfächer oder der Wurf einer Granate können nur Teilflächenschaden verursachen. Der Teilflächenschaden zieht nicht nur Leben ab, sondern zeigt auch noch Nachwirkungen in der Mitte des Kampfes. Die getroffenen Einheiten werden früher ausscheiden.

Und so berechnet man die Kampfkraft: Die Gruppe wird in eine getroffene Gruppen und eine unversehrte Gruppe aufgeteilt. Die getroffene Gruppe wird so behandelt, wie unter Zufallsschaden oder Flächenschaden beschrieben -> Leben und Kampfbeiwert werden neu berechnet. Anschließend wird die Mischformel angewendet. Die Nachwirkungen muss man nicht separat berechnen, weil dies von der Mischformel erledigt wird.

**Heilung**

Heilung und Reincarnation geben zusätzliche Kampfkraft durch mehr Leben und Kampfbeiwert G

Im Kampf können eine begrenzte Anzahl verwundeter Soldaten geheilt werden. Dadurch stehen nicht nur mehr Leben zur Verfügung, sondern die Kampfweise wird deutlich verbessert. Grade die Einheiten, die lebensbedrohlich versetzt sind, erhalten die dringend benötigten Leben. Die Streuung der Leben innerhalb der Gruppe wird reduziert. Der Kampfbeiwert ist wesentlich größer, als wenn man ihn für vergrößerte Leben mit der Kampfbeiwertformel berechnen würde.

Das Wiederbeleben von Einheiten erhöht nicht die Anzahl der Einheiten. Es stehen lediglich mehr Leben zur Verfügung. Bei geringem Lebenschadenverhältnis wird der Kampfbeiwert besser als nach der Kampfbeiwertformel. Bei hohem Lebenschadenverhältnis leben die wiederbelebten Einheiten zu lange und kämpfen zum Schluss alleine.

Die Kampfkrafttheorie bietet für Heilung und Reincarnation leider keine Formel zu Berechnung des Kampfbeiwertes.

**Einheiten zusammenführen oder trennen**

Einheiten zerteilen erhöht Anzahl, senkt Leben und Angriff. Das Resultat ist ein kleinerer Kampfbeiwert. G

Okkultisten schwören vor der Schlacht einen dunklen Eid gemeinsam zu siegen. Bei diesem Ritual wird ein mit Menschenblut verdünnter Rotwein getrunken und ein Zauber wird die Qualen des Kampfes auf alle Seelen gleich verteilen. Im Kampf wird ein Teil des Schadens auf ein in der Nähe befindlichen gesünderen Kultist verteilt. Die Kultisten bleiben dadurch länger am Leben. Der Kampfbeiwert steigt stark. Die Steigerung ist von der Art und Stärke des Zaubers anhängig. Im extremsten Fall kann ein rechteckiger Kampf erreicht werden. Der Kampfbeiwert kann nicht berechnet werden.

Das Gegenteil einer mentalen Verbundenheit ist das Teilen von Einheiten. Z.B. Wasserelementare werden in kleinere Wasserelementare aufgespalten. Dadurch wird zwar die Anzahl verdoppelt, aber Leben und Angriff eines Wasserelementars halbiert. Der Kampfbeiwert sinkt etwas und die Kampfkraft wird mit den neuen Werten für Kampfbeiwert, Leben, Angriff und Anzahl berechnet. Das Teilen von Einheiten kann dennoch auch sinnvoll sein. Wenn man weis, dass diese mit genau 3 Treffern besiegt werden, dann bringt das Teilen einen zusätzlichen Treffer, den das Paar einstecken kann. Die Leben der Einheit werden um diesen Überschaden deutlich vergrößert.

**höheres Bewegungstempo**

Bewegungstempo wird in der Kampfkrafttheorie nicht behandelt G

Mit schönen Stiefeln können die Krieger schneller laufen. Eine Veränderung des Bewegungstempos hat entweder keinen Einfluss auf die Kampfkraft, oder es werden Voraussetzungen verletzt.

**Glück**

Da dieses große Kapitel nur unbefriedigend behandelt wird, wird dieses unter den Zaubersprüchen versteckt. Wie groß ist die Chance einen Gegner mit 105% Kampfkraft zu besiegen? Die Antwort auf diese wichtige Frage fehlt. Hier wird nur gezeigt, wo qualitativ das Glück wirken kann.

Glück gibt es sowohl für die eigenen Truppen, als auch für den Gegner. Das Glück wirkt an diesen Werten

* A: Es wird überdurchschnittlich viel Schaden verursacht
* A: Man trifft seltener daneben
* L: Einheiten halten mehr aus, weil sie mehr Überschaden erhalten
* f: Der Schaden wird gleichmäßig auf die Einheiten aufgeteilt
* geA, geL, gef: Gleiche Chancen für dem Gegner

Möglichkeiten der Glückswirkung G

Hat man Glück im Angriff, so bedeutet das nicht, dass man danach Pech im Angriff hat. Hat man 5 mal hintereinander eine 6 gewürfelt, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass man eine weitere 6 würfelt immer noch 1/6. Das Glück davor beeinflusst den Würfel nicht. Aber: Für Gerechtigkeit beim Glück sorgt Gesetzt großer Zahlen! Würfelt man 10 Würfel, so tritt öfters auf, dass die Hälfte davon Sechsen sind. Nimmt man aber 100 Würfel, so wird man nie im Leben die Hälfte Sechsen würfeln. Übertragen auf einen Kampf bedeutet dies, dass Kämpfe mit 30 Einheiten und vielen Leben sehr vorhersagbar verlaufen. Bei 4 Einheiten hingegen kann man bei halber Kampfkraft mit sehr viel Glück dennoch gewinnen.

Glück wirkt bei kleinen Armeen stärker G

Nun könnte man meinen, dass man anhand der Anzahl irgendwelche Beiwerte festlegen kann, wie sich die einzelne Komponente erhöht. Z.B. mit 50% Wahrscheinlichkeit hat man bei 10 Einheiten 5% mehr Angriff. Mit 16% Wahrscheinlichkeit kämpft der Gegner 20% dreieckiger. Leider kann man die 4 eigenen Glückskomponenten nicht getrennt von den gegnerischen Glückskomponenten getrennt betrachten. Überschaden und gegnerischer Angriff sind gekoppelt. Dazu gibt es diese Beispiele:

Die eigenen Einheiten halten nur einen Treffer aus. Nun hat der Gegner Glück im Angriff, sodass er mehr Schaden macht. Die gegnerische Kampfkraft steigt. Das Glück des Gegners nützt den eigenen Truppen im gleichen Maße. Je mehr Schaden der Gegner macht, desto mehr halten die eigenen Einheiten aus. Insgesamt wird der Kampf nicht beeinflusst, da die Anzahl der Treffer im dreieckigen Kampf gleich bleibt.

Bei einem dreieckigen Kampf wird das gegnerische Glück zum eigenen Glück G

Die eigenen Einheiten halten ein bis zwei Treffer aus. Nun hat der Gegner Glück im Angriff, sodass er mehr Schaden macht. Die gegnerische Kampfkraft steigt. Das Glück des Gegners schadet den eigenen Einheiten zusätzlich. Tötet der Gegner oft mit einem Treffer, dann kämpfen die eigenen Einheiten mit weniger Leben, weil sie kaum Überschaden erhalten. Eine Einheit, die 1,1 Treffer aushält, absorbiert bei 2 Treffer einen Schaden von etwa 1,9 Treffern. Bei nur einem Treffer ist der eingesteckte Schaden aber nur etwa 1,2 Treffer. Statt dem Mittelwert von 1,55 Treffer kämpfen die Einheiten nur mit einem Lebenschadenverhältnis von 1,2. Die Kampfkraft sinkt. Obendrein kämpfen die Einheiten auch noch dreieckig. Leben und Kampfbeiwert sinken. Die guten Würfel des Gegners drehen die eigenen Würfel auf schlechte Werte.

Bei geringen Lebenschadenverhältnis wird das gegnerische Glück obendrein auch noch zum eigenen Pech G

### R mordend durchs Land plündern

In einem Wikingerspiel lädt man viele Krieger von einem Schiff auf eine neue Insel. Die Krieger moschen sich durch das Land und plündern alles, was sie besiegen können. Das Level ist geschafft, wenn alle Dörfer auf der Insel geplündert sind. Das geplünderte Gold wird zum Upgraden der Einheiten und Fähigkeiten genutzt. Jedes Dorf leistet mit ein paar Soldaten Widerstand. Die Soldaten haben die verschiedensten Waffen und Aussehen, aber Leben und Angriff sind gleich. Die Wikinger, die man spielt, kämpfen automatisch und haben auch gleiche Leben und Angriff.

In diesem Spiel gibt es eine Besonderheit. Sowohl bei den Wikingern als auch bei den Gegnern hat jede Einheit keinen Lebensbalken. Es gibt nur eine Gesamtanzahl der Leben. Sinkt diese um die Leben einer Einheit, dann fliegt die Einheit aus dem Schlachtfeld. Die Armeen kämpfen also immer dreieckig.

Zum Anfang des Spiels kann man 10 Wikinger aufs Boot nehmen und diese haben 50 Leben und machen durchschnittlich 30 Schaden. Es gibt 5 Orte zu plündern:

1. Dorf: 6 Soldaten mit 160 Leben und 3 Angriff
2. Bauernhof: 7 Bauern mit 240 Leben und 2 Angriff
3. Stadt: 8 Soldaten mit 175 Leben und 4 Angriff
4. Stadt: 9 Soldaten mit 190 Leben und 5 Angriff
5. Schatztruhe: 10 Soldaten mit 300 Leben und 3 Angriff

Wird man das Level schaffen?

Lösung:

Kampfkraftformel K= f·L·A·N² mit f=0,5. Für den Gegner werden 5 Kampfkräfte berechnet, die dann aufsummiert werden.

K= 0,5·50·30·102= 75000

geK1= 0,5·160·3·62= 8640

geK2= 0,5·240·2·72= 11760

geK3= 0,5·175·4·82= 22400

geK4= 0,5·190·5·92= 38475

geK5= 0,5·300·3·102= 45000

geK= = = 126275

Da 126275 wesentlich mehr ist als 75000, wird man dieses Level ohne Zaubersprüche nicht schaffen. Als Spieler kann man entscheiden, wann man welchen Zauber wirkt. Es gibt diese Zaubersprüche und Fähigkeiten:

* Pfeilhagel: 100 Pfeile mit je 2 Schaden verdunkeln den Himmel
* Thors Hammer: 3 grelle Blitze töten sofort 3 Gegner
* Ein Fass Bier Anzapfen: +100% Angriff für einen Kampf
* Feuerball: Fügt jedem Gegner 30 Schaden zu

Die Zaubersprüche können für die Kampfkraftberechnung so berücksichtigt werden.

* Der Pfeilhagel verursacht einen Schaden von 200. Dazu werden die Gesamtleben um 200 reduziert. Diese Leben werden mit dem durchschnittlichen Angriff multipliziert, um den Kampfkraftverlust berechnen zu können. Kämpft die Armee rechteckig, so beträgt der Verlust 200·gA. Der Pfeilhagel hat eine umso größere Kampfkraft, je größer der Gesamtangriff ist.
* Thors Hammer reduziert die Anzahl um 3.
* Das Bier verdoppelt die eigene Kampfkraft temporär. Dadurch erhält man weniger Schaden vom Gegner, weil dieser schneller besiegt wird. Also: Die eigene Kampfkraft wird verdoppelt. Dann wird die gegnerische Kampfkraft davon abgezogen. Dann wird die eigene Kampfkraft wieder halbiert. Um die Berechnung zu vereinfachen, kann man auch sagen, dass die gegnerische Kampfkraft halbiert wurde.
* Normalerweise werden beim Feuerball einfach nur die Leben um 30 reduziert und mit diesen dann gerechnet. Da in diesem Spiel die Einheiten keinen Lebensbalken haben, muss man hier genau auf den Monitor kucken. Scheiden sofort nach diesem Zauber ein oder 2 Gegner aus? Wenn dies nicht der Fall ist, dann rechnet das Spiel mit reduzierten gegnerischen Leben. Scheiden Gegner aus dem Kampf aus, dann ist wie mit dem Pfeilhagel zu verfahren.  
  Nach dem Einsetzen des Feuerballs sieht man, dass 2 Soldaten durch die Luft gewirbelt werden und mit einem Feuerschweif zu Boden fallen.

Die Kampfkraft des Pfeilhagels und des Feuerballs berechnen sich mit dieser Formel

K=

dabei sind

D= Schaden des Zaubers

A= Angriff des Getroffenen

L= Leben des Getroffenen

Die Zauber werden folgendermaßen eingesetzt.

1. Dorf: nichts
2. Bauernhof: nichts
3. Stadt: Pfeilhagel
4. Stadt: Thors Hammer
5. Schatztruhe: Feuerball und Bierfass

Die Kampfkraft des Pfeilhagels beträgt:

K= =

K= 5943

Der Schaden des Feuerballs beträgt 10·30 und das sind 300. Genauso viel hält auch ein Soldat an der Schatztruhe aus, sodass man statt der Formel auch mit einer Einheit weniger rechnen kann.

Die Kampfkräfte der 5 Orte betragen

geK1= 0,5·160·3·62= 8640

geK2= 0,5·240·2·72= 11760

geK3= 0,5·175·4·8²-5943= 16457

geK4= 0,5·190·5·(9-3)2= 17100

geK5= 0,5·0,5·300·3·(10-1)2= 18225

geK= = 72182

Das Level ist mit Zauberei zu schaffen. Einen Zauber ein zu setzen ist sinnvoll, wenn man damit die Kampfkraft des Gegners deutlich senken kann.

Kampfverlauf der Dörfer mit Zaubersprüche G

Mit den Formeln für beschädigte Armeen kann man berechnen, wie viele Wikinger mit wie viele Leben nach jeder Schlacht übrig sind.

gL neu=

N=

Damit kommt man auf dieses Ergebnis:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| übrige Wikinger | übrige Leben | übriger Angriff |
| 9,4063808 | 470,31904 | 282,19142 |
| 8,5322916 | 426,61458 | 255,96875 |
| 7,1314328 | 356,57164 | 213,94298 |
| 5,2969173 | 264,84587 | 158,90752 |
| 1,9383842 | 96,91921 | 58,151526 |

## G Einheiten richtig ausrüsten

In einigen Spielen kann der Spieler seine Armee mit Gegenständen ausrüsten. Z.B. kann ein Schlachtraumschiff mit vielen Kanonen, Abwehrschilden und anderen Bauteilen ausgestattet sein. Der Spieler kann sich seine Raumschiffe nach seinem Geschmack konstruieren, ob diese nun viel transportieren können, ob diese schnell, schwach und weitsichtig sind oder langsam und stark. Wenn die Schlachtschiffe dafür konstruiert werden, um möglichst stark zu sein, bietet dieses Kapitel eine Formel für das Problem. Die Kampfkraft wird umso größer, je mehr Waffen und Panzerungen man einbaut. Doch der Platz im Schiff ist begrenzt. Je mehr Panzerungen man einbaut, desto weniger Waffen können eingebaut werden. Das richtige Verhältnis aus Waffen und Panzerungen muss gefunden werden. Eine Faustregel besagt: Hälfte - Hälfte.

Bedingungen für die Optimierungsformel

Als erstes müssen die Antriebe, sonstige notwendige Bauteile und das Objekt selbst (Skelett oder Chassis) eingebaut werden. Der restliche Platz wird auf Waffen und Panzerungen aufgeteilt.

Die Rohstoffbedingung lautet

W= Wi·i+Wj·j Rohstoffbedingung

Dabei sind

W= der begrenzende Rohstoff (Geld, Platz oder Volumen),

der für Waffen und Rüstung aufgeteilt werden muss

Wi= Rohstoffkosten der Waffe

i= Waffenanzahl

Wj= Rohstoffkosten der Rüstung

j= Panzerungen

Beispiel: Ein Panzer kann bis zu 50 Tonnen bewegen. Eine Waffe wiegt 3 Tonnen, eine Panzerplatte 6 Tonnen, ein Motor 2 Tonnen, der Benzintank 2 Tonnen und das Panzerskelett 10 Tonnen. Wie viele Waffen und Panzerungen können eingebaut werden?

Lösung: Der Motor und der Benzintank müssen zuerst in das Panzerskelett eingebaut werden. Damit sind schon 14 Tonnen verbraucht und die restlichen 36 Tonnen können auf Waffen und Panzerungen aufgeteilt werden. Zur Aufteilung gibt es 3 Fälle.

1. Man wählt 10 Panzerungen und 10 Waffen  
   W = Wi·i+Wj·j  
   36 = 10·6+10·3  
   36 < 90  
   Diese Wahl ist ungültig, weil so viel nicht in den Panzer reinpasst
2. Man wählt 2 Panzerungen und 3 Waffen  
   36 = 2·6+3·3  
   36 > 21  
   Diese Wahl ist eine gültige Lösung, aber da ist noch Platz im Panzer
3. Man wählt eine Panzerung und 10 Waffen  
   36 = 1·6+10·3  
   36 = 36  
   Das ist eine gute Lösung, weil der Platz restlos aufgebraucht wurde. Von diesen Lösungen gibt es viele und nur diese werden betrachtet. Z.B. 2 Panzerungen und 8 Waffen oder 3 Panzerungen und 6 Waffen.

Die Rohstoffbedingung kann nach der Anzahl der Panzerungen i oder Waffen j umgestellt werden.

W= Wi·i+Wj·j umformen nach der Anzahl der Waffen

i = (W-Wj·j)/Wi

Die Waffen und Panzerungen erhöhen den Angriff und die Leben der Einheit

Aw= i·Ai = Waffenanzahl· Angriff der Waffe

Lp= j·Lj = Panzerungen· Leben der Rüstung

Angriff und Leben der Einheit berechnet sich mit diesen Formeln

A= Aw+A0 = Gesamtangriff der Waffen + Angriff der sonstigen Bauteile

L= Lp+L0 = Gesamtleben der Panzerungen + Leben der sonstigen Bauteile

In diese beiden Formeln werden die oberen Formeln eingesetzt

A= A0+ i·Ai

L= L0+ j·Lj

Dabei sind

i= Waffenanzahl

j= Panzerungen

Ai= Angriff der Waffe

Lj= Leben der Rüstung

Aw= Gesamtangriff der Waffen

Lp= Gesamtleben der Panzerungen

A0= Angriff der sonstigen Bauteile

L0= Leben der sonstigen Bauteile

Beispiel: Das Skelett des Panzers hat 100 Leben. Eine Panzerung bringt 50 Leben und eine Kanone 20 Angriff. Es werden 2 Panzerungen und 8 Kanonen eingebaut. Welche Werte hat der Panzer?

Lösung:

i= 8 j= 2

Ai=20a Aj= 50L

A0=0a L0= 100L

A= Ac+ i·Ai= 0+8·20= 160a

L= Lc+ j·Aj= 100+2·50= 200L

Der Panzer hat 160 Angriff und 200 Leben.

### H Herleitung der Bauteiloptimierungsformel

Zuerst wird die Kampfkraftgleichung aufgestellt.

K= f·L·A·N²

Da nur eine Einheit betrachtet wird, die in Serie gebaut wird, kann eine einfachere Gleichung verwendet werden.

K= A·L

In diese werden die Formeln für den Angriff und die Leben eingesetzt

K= (A0+ i·Ai)·(L0+ j·Lj)

In diesem Fall steigert ein Bauteil den Angriff und das zweite Bauteil die Leben. Diese Beschränkung ist nicht notwendig! Denkbar ist auch doppelte Angriffserhöhung oder doppelte Lebenerhöhung im Zusammenhang mit der Optimierung. Doppelte Angriffserhöhung bedeutet, dass ein Bauteil den Schaden erhöht und das andere das Angriffstempo. Doppelte Lebenerhöhung bedeutet dass ein Bauteil die Leben erhöht und das andere die Ausweichrate. Dreifache Lebenerhöhung wäre Sinngemäß das Ausbalancieren von Leben, Schadensreduktion und Ausweichen. Die Formel für die Optimierung der doppelten Lebenerhöhung lautet:

L= (L0i+ i·Li)·(L0j+ j·Lj)

Zurück zum Fall, dass zwischen Angriff und Leben optimiert wird.

Dann wird i durch die Rohstoffbedingung i = (W-Wj·j)/Wi ausgetauscht

K(j)= (A0+ Ai·(W-Wj·j)/Wi)·(L0+ j·Lj)

Damit ist eine Gleichung entstanden, die die Kampfkraft in Anhängigkeit von der Anzahl der Panzerungen beschreibt. Die Waffenanzahl ist in der Gleichung nicht mehr enthalten.

Die Kampfkraft soll maximal werden. Dazu werden erstmal die Klammern aufgelöst

K(j)= (A0+ Ai·W/Wi-Ai·Wj·j/Wi)·(L0+ j·Lj)

K(j)= A0·L0+ Ai·W·L0/Wi -Ai·Wj·j·L0/Wi+ A0·j·Lj + Ai·W·j·Lj/Wi -Ai·Wj·j²·Lj/Wi

Bei dem Maximum ist der Veränderung der Kampfkraft nach j gleich 0. Das Ableiten der Gleichung ist leicht, weil dies eine Parabel ist. Alle Buchstaben die nicht j sind, sind nur Konstanten, die mitgeschleppt werden.

K‘(j)= 0+ 0 -Ai·Wj·L0/Wi+ A0·Lj + Ai·W·Lj/Wi -2·Ai·Wj·j·Lj/Wi K‘(j)=0

0= -Ai·Wj·L0/Wi+ A0·Lj + Ai·W·Lj/Wi -2·Ai·Wj·j·Lj/Wi ·Wi/Ai

0= -Wj·L0+ A0·Lj·Wi/Ai + W·Lj -2·Wj·j·Lj /Lj

0= -Wj·L0/Lj+ A0·Wi/Ai + W -2·Wj·j +2·Wj·j

2·Wj·j= -Wj·L0/Lj+ A0·Wi/Ai + W Sortieren

2·Wj·j= W-Wj·L0/Lj+ A0·Wi/Ai /(2·Wj)

j= Bauteiloptimierungsformel

Die Anzahl j der Panzerungen wird durch 3 Dinge bestimmt. Bei hohen Leben der Chassis müssen weniger Panzerungen eingebaut werden. Bei einem hohen Grundangriff wird eine bessere Rüstung benötigt.

Es gibt einen Sonderfall, dass die Grundausrüstung keine Werte bringt, also Ac=0 und Lc=0. Damit vereinfacht sich die Bauteiloptimierungsformel zu:

j= 0,5·W/Wj

Das bedeutet, dass die eine Hälfte des Platzes mit Waffen und die andere Hälfte mit Panzerungen gefüllt wird, also Halbe - Halbe. Für den Sonderfall braucht man nicht zu rechnen, sondern kann gleich Handeln.

### R Ein Schlachtschiff optimal ausrüsten

Schlachtschiff.wmfEin Kreuzer soll bestens ausgestattet werden. Das Schlachtschiff hat ein Volumen von 2200m³. Es können diese Bauteile eingebaut werden:

1. Ein 100m³ großer Maschinenraum mit Schiffsschraube, Motor und Kraftquelle
2. 50m³ große Panzerungen, die 30 Leben bringen
3. 200m³ große Geschütztürme, die 10 Angriff haben
4. Der Kreuzer selbst hat 600 Leben, keinen Angriff und bietet den Platz von 2200m³.
5. Frachtraum, der zum Transportieren von Rohstoffen genutzt werden kann.

Als erstes müssen die notwendigen Bauteile eingebaut werden. Diese sind der Kreuzer und der Maschinenraum. Der Spieler entscheidet sich dafür, dass 2 Maschinenräume eingebaut werden, da langsame Schiffe ihm eine Spaßbremse sind. Bei nur einem Maschinenraum sind stärkere Schiffe möglich. Weiterhin hat sich der Spieler auf das Kämpfen spezialisiert, sodass in dem Schiff kein Platz für Rohstoffe übrig ist. Die Rohstoffe werden von einem Verbündeten transportiert.

Damit stehen 2000m³ für Waffen und Panzerungen zur Verfügung.

Gegeben:

Ai= 10a Lj= 30L

Wi= 200w Wj= 50w

A0= 0a L0= 600L

W= 2000w

Bei so vielen Leben (600L) der Chassis denkt man intuitiv, dass die paar Leben durch eine Panzerung gar nichts bringen. Das ganze Schiff sollte nur mit Türmen ausgestattet werden.

gesucht

i= Anzahl der Geschütztürme

j= Anzahl der Panzerungen

K= Kampfkraft eines Schiffes

Lösung:

j=

j= = 10 Panzerungen

i= (W-Wj·j)/Wi

i= = 7,5 Geschütztürme

Die Optimierung hat ergeben, dass sowohl die Anzahl der Panzerungen als auch die Anzahl der Geschütztürme größer als 0 sind. Das bedeutet, dass das Optimum baubar ist. Wären -8 Panzerungen und 12 Geschütztürme rausgekommen, so wäre die Intuition, dass man nur Geschütztürme auf das Schiff baut, richtig gewesen.

Das Schiff hat diese Werte:

A= A0+ i·Ai= 0+7,5·10= 75a

L= L0+ j·Lj= 600+10·30= 900L

Die Kampfkraft berechnet sich mit

K= 75·900 = 67500 al

Da gebrochene Anzahlen nicht baubar sind, wählt der Spieler 8 Panzerungen und 8 Geschütztürme. Schlachtschiff.wmf

Die Kampfkraft lässt sich in Abhängigkeit von den Panzerungen j darstellen.

K(j)= (A0+ Ai·W/Wi-Ai·Wj·j/Wi)·(L0+ j·Lj)

K(j)== 67200al

Die Wahl von 0 Panzerungen und 10 Geschütztürme bringt eine Kampfkraft von 60000 al.

Schlachtschiff.wmfPanzerungOptimierung.wmf G

### R Skillpunkte richtig setzen

Dem Sonnengott Ra können Opfergaben gegeben werden. Für jede Gabe darf man wählen, ob man das Angriffstempo um 2%, die Reitgeschwindigkeit um 3% oder den Schaden seiner Streitwagen um 4% erhöht. Ziel ist es mit 100 Opfergaben den Streitwagen möglichst stark zu machen. Bewegungstempo hat keine Auswirkung auf die Kampfkraft, aber die anderen beiden Größen schon. Jeder Streitwagen schlägt einmal pro Sekunde, legt 150 Pixel pro Sekunde zurück, verursacht einen Schaden von 5 und hat 80 Trefferpunkte.

Wie muss man die Skillpunkte verteilen?

Egal, wo man den Skillpunkt hinsetzt, es wird immer der Angriff erhöht. Die Leben bleiben unberührt. Die Skillpunkte erhöhen den Angriff aber unterschiedlich. Der Angriff berechnet sich mit

A= Schaden · Angriffstempo

A= (A0+ i·Ai)·(L0+ j·Lj)

Das ist ja leicht…, denn ein Skillpunkt bringt immerhin doppelt so viel Schaden wie Angriffstempo, deshalb alle Skillpunkte in den Schaden setzen.

A= (1+0·0,02)·(1+100·0,04)= 1·5

A(i=0; j=100)=5

Dazu mal im Vergleich mit Alles in Angriffstempo und als Drittes Halbe-Halbe.

A= (1+100·0,02)·(1+0·0,04)= 3·1

A(i=100; j=0)=3

A= (1+50·0,02)·(1+50·0,04)= 2·3

A(i=50; j=50)=6

Offenbar ist die Lösung doch nicht so leicht, weil Halbe-Halbe einen größeren Angriff bringt, obwohl Skillpunkte in Angriffstempo bloß die Hälfte bringen.

Die Lösung ist die „Bauteiloptimierungsformel“. Das stimmt zwar nicht ganz, da hier der Angriff optimiert wird. Das Extremwertproblem ist aber das gleiche. Deshalb kann für diesen Zweck die Bauteiloptimierungsformel recycelt werden. Dabei bleiben die Buchstaben der Formel erhalten aber die Sachverhalte ändern sich.

j=

Dabei sind

i= ~~Waffen~~Anzahl der Skillpunkte für Angriffstempo

j= ~~Panzerungen~~ Anzahl der Skillpunkte für Schaden

Wi= Rohstoffkosten pro Angriffstempoerhöhung

Wj= Rohstoffkosten pro Schadenserhöhung

Ai= ~~Angriff der Waffe~~ Angriffstempoerhöhung

Lj= ~~Leben der Rüstung~~ Schadenserhöhung

A0= ~~Angriff der sonstigen Bauteile~~ Angriffstempoerhöhung des uvb. Streitwagens

L0= ~~Leben der sonstigen Bauteile~~ Schadenserhöhung des unverbesserten Streitwagens

~~K~~A= ~~Kampfkraft~~ Angriff

W= der begrenzende Rohstoff (Opfergaben)

Die Angriffstempoerhöhung und die Schadenserhöhung des unverbesserten Streitwagens sind 100%, also 1. Nicht täuschen lassen: Der Schaden beträgt zwar 5, aber für die Formel wird die Schadenserhöhung und nicht der Schaden benötigt. Angaben zum Schaden, Angriffstempo und Leben sind in dieser Aufgabe überflüssig, dennoch ist in der Praxis mehr gegeben als man braucht.

gegeben:

Wi= 1 L= 80L (unwichtig)

Wj= 1 Grundangriff= 5a (unwichtig)

Ai= 0,02 Reitgeschwingigkeit= 150px/s (unwichtig)

Lj= 0,04 Angriffstempo= 1/s (unwichtig)

A0= 1

L0= 1

W= 100

gesucht:

i= Anzahl der Skillpunkte für Angriffstempo

j= Anzahl der Skillpunkte für Schaden

A= Angriff

Lösung:

j=

j=

j= 62,5

i= (W-Wj·j)/Wi

i= (100-1·62,5)/1= 37,5

A= (A0+ i·Ai)·(L0+ j·Lj)

A= (1+37,5·0,02)·(1+62,5·0,04)

A= 6,125

Obwohl die Angriffstempoerhöhung nur 2% gegenüber den 4% bringt, sind dennoch 37,5 Skillpunkte für Angriffstempo sinnvoll.

Optimierung der Skillpunktvergabe G

**Ähnliche Aufgabe**

Mit einer Opfergabe können die Leben des Streitwagens um 2 erhöht werden oder mit einem dreifachen Opfer sogar um 5 Leben. Wie lassen sich die Leben maximieren?

gegeben:

Wi= 1 Wj= 3

Li= 2L Lj= 5L

L0= L= 80L W= 100

gesucht: i und j

falsche Lösung:

j=

Bevor man eine Formel benutzt, muss man den Sachverhalt genau verstehen. Beide Möglichkeiten der Verbesserung setzen an ein und derselben Größe an. Die Formel zur Berechnung der Gesamtleben lautet hier:

L= L0+ i·Li+ j·Lj

und nicht

L= (L0+ i·Li)·(L0+ j·Lj)

Die Lösung lautet daher ganz einfach i=100, weil man mit 3 einzelnen Opfern 6 Leben bekommt, anstatt nur 5.

Die Bauteiloptimierungsformel wäre anwendbar, wenn das dreifache Opfer z.B. den erhaltenen Schaden um 6% reduziert (i=55; j=15; L=361). Bei Schadensreduktion und Ausweichrate muss man jedoch beachten, wie diese sich auf die Leben auswirken. Erhöht man die Schadenreduktion r 17 mal, so sind das 102%. Bedeuten 102%, dass der Streitwagen unbesiegbar ist? Oder kann der Streitwagen 102% mehr einstecken kann. Für den ersten Fall gilt die Optimierungformel nicht.

Fall 1: r= L0/(1-j·Lj)

Fall 2: r= 1/(1/(L0+j·Lj))= (L0+j·Lj)

## R Ein Raumschiffspiel ausbalancieren

Es soll ein Onlineraumschiffspiel entwickelt werden. Ein Teil des Spiels bildet das Kämpfen zwischen den Raumschiffflotten. Außerdem kann jeder Spieler seine Raumschiffe nach seinen Vorlieben konstruieren. Der eine spezialisiert sich auf den Handel, der andere auf das Rauben und Kämpfen. In jedem Raumschiff kann verschiedenes eingebaut werden. Damit das Spiel Spaß macht, müssen die Raumschiffe und all deren Bauvarianten irgendwie ausbalanciert sein. Stellt sich im Laufe des Spiels heraus, dass eine Kombination total imba ist, so werden alle Spieler nur noch diese bauen und den Spaß verlieren. Außerdem kann man sich für 10€ im Monat einen Premiumaccount erwerben. Dieser bietet künstlerische Vorteile, Klickeinsparungen und es kann im späten Spiel ein starkes Schiff erforscht und gebaut werden.

Damit das Rechenbeispiel überschaubar bleibt, wird nur eine maßvolle Auswahl an Raumschiffen und Bauteilen angeboten.

Es gibt diese Raumschiffe zur Auswahl

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Raumschiff | Werftverbrauch | Angriff | Leben | Platz | Sonstiges |
| Fighter | 20 | 0 | 10 | 10 | zu Anfang des Spiels |
| Orbitaljäger | 80 | 0 | 40 | 40 | Standardraumschiff |
| Schlachtschiff | 150 | 0 | 80 | 80 | spät erforschbar |
| Kommandokorvette | 320 | 0 | 150 | 150 | nur für Premiumnutzer |

Die Raumschiffe können mit diesen Bauteilen ausgebaut werden.

Bilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfTabelle der möglichen Bauteile, die man in ein Raumschiff einbauen kann G

Mögliche Kombinationen

Bilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfBilder.emfmögliche Kombinationen, wie man ein Raumschiff auf Kampf ausrüsten kann G

2x bedeutet, dass das erste Bauteil 2 mal eingebaut wird.

Bei diesem Rechenbeispiel müssen viele Informationen verarbeitet werden, aber nur wenig Formeln werden dafür gebraucht. Genau genommen ist es nur die Kampfkraftformel. Die Bauteiloptimierungsformel wird nicht benötigt, weil die Menge der einbaubaren gleichen Teile nicht mehr als 6 ist und da ist Raten effektiver als Rechnen.

Der Kampfbeiwert wird überall mit 0,8 angenommen, nur die Fighter haben 0,7.

Beispielrechnung

Es wird davon ausgegangen, dass 10000 Platz in der Werft ist. Man kann auch jeden anderen Wert nehmen, weil die Raumschiffe untereinander verglichen werden. Die Anzahl N der Raumschiffe berechnet sich, indem 10000 durch den Werftverbrauch W dividiert wird.

N= 10000/W

K= f·L·A·108/W²

Es ist sinnvoll, dass in der Berechnung auch halbe oder gebrochene Schiffe gebaut werden können, da die Werftmenge sich im Laufe des Spiels langsam erhöht.

Fighter

N= 10000/20

N= 500 Fighter

K= f·L·A·N²= 0,7·60·9·5002

K= 94 500 000 al = 94,5 Mal

Orbitaljäger

K= f·L·A·108/W²

K= 0,8·190·24·108/802 = 57 Mal

Die Kampfkraftformel wendet man für alle möglichen Kombinationen an.

letzte Kommandokorvette

N= 10000/320= 31,25

K= 0,8·750·72·31,252 = 42,1875 Mal

Das Titanschild besitzt die besondere Fähigkeit, dass der Schaden um 25% reduziert wird. Dies erhöht die Leben und damit die Kampfkraft

K:=

K= 42,1875/0,75= 56,25 Mal

Nachdem man alle Kampfkräfte berechnet hat, werden diese verglichen. Für ein gutes Spiel müssen die Beginnerschiffe am schwächsten sein und die Endschiffe am stärksten. Bei den Kampfkräften fällt folgendes auf:

* Die Fighter sind mit Abstand viel zu stark
* Das schwächste Raumschiff ist ein Premiumschiff mit Ionenkanone
* Die Orbitaljäger sind wie gewollt schwächer als die Schlachtschiffe
* Die Kommandokorvetten sind jedoch schwächer als die Schlachtschiffe

Das Spiel hat 3 frustrierende Mängel. Am leichtesten lassen sich diese beheben, indem der Werftverbrauch reguliert wird. Den Platzverbrauch zu verändern bedeutet neue Kombinationen, die untersucht werden müssen und dies macht mehr Arbeit.

Es werden diese Anpassungen vorgenommen:

1. Der Fighter verbraucht 28 Werft anstelle von 20 und wird damit zum schwachen Schiff. Die Leben der Chassis werden dafür von 10 auf 13 Leben erhöht.
2. Die Kommandokorvette verbraucht nur noch 300 Werft anstelle von 320. Damit wird diese zwar etwas stärker, aber die Premiumnutzer sind immer noch frustriert.
3. Um die Kommandokorvette weiter zu stärken, wird das Titanskelett verbessert, da dieses in jedem Schiff Einbaustandard ist. Die Leben steigen von 288 auf 320. Damit sind die Kommandokorvetten maßvoll stärker als die Schlachtschiffe.
4. Der schwache Angriff der Ionenkanone wird von 40 auf 45 erhöht. Damit ist die Ionenkanone immer noch leicht schwächer als der Laser, aber dafür effektiv gegen Schiffe mit dem schadensreduzierendem Titanschild.

Damit ergeben sich diese ausbalancierten Kampfkräfte

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Raumschiff | alte Kampfkraft | A | L | Kampfkraft |  |
| Fighter | 94,5 | 9 | 63 | 50,625 |  |
| Orbitaljäger | 57 | 24 | 190 | 57 |  |
| Orbitaljäger | 54 | 48 | 90 | 54 |  |
| Schlachtschiff | 62,80533333 | 48 | 400 | 68,2666667 |  |
| Schlachtschiff | 66,56 | 144 | 130 | 66,56 | hoher Schaden |
| Schlachtschiff | 49,152 | 24 | 432 | 49,152 |  |
| Kommandokorvette | 61,65 | 144 | 580 | 74,24 | lahm, hoher Schaden |
| Kommandokorvette | 58,8 | 168 | 480 | 71,68 | hoher Schaden |
| Kommandokorvette | 50,4 | 144 | 480 | 61,44 |  |
| Kommandokorvette | 42 | 135 | 480 | 57,6 | Ionenkanone |
| Kommandokorvette | 56,25 | 72 | 782 | 66,7306667 | lahm, gepanzert |

Zu diskutieren ist noch der Plansmastrahler mit seinen hohen Schaden. Dieser zwingt die Fighter und die zweiten Orbitaljäger in einem dreieckigen Kampf, aber gibt ihnen Überschaden. Für die Kampfkraft bedeutet dies, dass die Leben so groß werden wie der Schaden und der Kampfbeiwert sinkt auf 0,5.

Orbitaljäger

K= 0,5·144·48·108/802= 54 Mal

Die Kampfkraft änderte sich nicht.

Fighter

K= 0,5·144·9·108/282= 82,65 Mal

Der schwache Fighter wird gegen Raumschiffe mit Plasmastrahler zum stärksten Schiff. Diese Stärke lässt sich aber auch rechtfertigen, da beim Kampf immer so viele Schiffe kaputt gehen und nie welche repariert werden können.

Schlachtschiff mit Plasmastrahler

K= 0,5·144·144·108/1502= 46,08 Mal

Dieses Schlachtschiff verliert gewaltig an Kampfkraft. Wenn es gegen seinen eigenen Typ antritt, ist es nicht im Nachteil. Mit dem Erscheinen der Kommandokorvetten werden diese Schlachtschiffe allmählich aus dem Universum verschwinden.

# G Überschaden

Wenn ein Soldat besiegt wird, geht Schaden verloren. Z.B. ein Ritter hält 2,3 Attacken eines Drachen aus. Mit dem dritten Treffer stirbt der Ritter, aber 0,7 Treffer sind zum Besiegen nicht notwendig. Dieser Schaden kann auf die Leben gutgeschrieben werden und heißt *Überschaden* U. Ganz extrem wird es, wenn mit Kanonen auf Spatzen geschossen wird. Die Spatzen halten so viel aus, wie die Kanone an Schaden anrichtet. Der Überschaden erhöht die Kampfkraft. Damit die Armee diese Lebensgewinne nutzen kann, muss sie jedoch Einheiten verlieren.

K= u·f·L·A·N²

Der Wert u·f wird vom Makro Massenschlacht ausgegeben

Der Schadensbeiwert u berücksichtigt zusätzliche Kampfkraftgewinne, wenn Soldaten mehr Schaden erleiden, als sie aushalten. Dabei wird Kampfkraftgleichung mit dem Schadensbeiwert u multipliziert werden. Für Untersuchungen mit einem Makro macht dies Sinn, aber es lässt sich zeigen, dass der Überschaden in f und L untergebracht werden kann.

Wie der Effekt des Überschadens berücksichtigt wird, führen folgende Wege:

scheinbar einfacher Weg

Makro Massenschlacht

↓

Schadensbeiwert u

Formel für Schadensbeiwert

↓

K=u·f·L·A·N²

Dieser Weg versucht eine Formel für den Schadensbeiwert zu finden. Diese lässt sich jedoch nicht finden.

genauerer Weg

Makro Überschaden

↓

Überschaden

Herleitung der Formelelemente

Formel für Überschaden

Genauere Formel für

dreieckigen Kampf

Einbau in Kampfkraftgleichung

K= u·f·L·A·N² **K=fu·Lu·A·N²**

## H Makro Überschaden

Der Überschaden ist von der Anzahl unabhängig. Deshalb wird auf den Soldat solange geschossen, bis er besiegt ist. Das Makro ermittelt, wie viel Schaden der Soldat erhalten hat.

Für die Simulation werden Kämpfe mit diesen Parametern untersucht:

Leben L= 0,04 bis 4 in 0,04 Schritten sowie von 9,04 bis 10 (125 Werte insgesamt)

Streuung D= 0 bis 1,05 in 0,05 Schritten (22 Werte insgesamt)

Damit ergibt sich ein Zahlenrechteck von

22·125= 2750 Werten

**Sub Uberschaden()**

Dim L, d As Double

Dim N As Integer

Dim Schuss As Double

Dim Zähler, i, j As Long

Dim OrtX, OrtY As Integer

Dim UberL, Gesamtschaden As Double

Dim Ws As Worksheet

Set Ws = Application.ActiveWorkbook.ActiveSheet

OrtX = Selection.Row

OrtY = Selection.Column

Gesamtschaden = 0

For j = 0 To 20

d = j \* 0.05

L = 0

For i = 1 To 100

L = i \* 0.04

Ws.Cells(OrtX + i, OrtY) = L

For Zähler = 1 To 1000000

UberL = 0

While UberL < L

Schuss = 1 - d + 2 \* d \* Rnd

UberL = UberL + Schuss

Wend

Gesamtschaden = Gesamtschaden + UberL

Next

Gesamtschaden = Gesamtschaden / 1000000

Ws.Cells(OrtX + i, OrtY + 1 + j) = Gesamtschaden

Gesamtschaden = 0

Next

Next

**End Sub**

Der Überschaden berechnet sich aus

Überschaden = Gesamtschaden - Leben des Soldaten

Bei den Leben handelt es sich hier um das Lebenschadenverhältnis.

## G Ergebnisse der Auswertung

Der Überschaden lässt sich in einem Diagramm darstellen. Auf der X-Axe und der Y-Axe werden die Streuung D und die Leben L aufgetragen und auf der Z-Axe der zugehörige Überschaden U.

3D Diagramm Überschaden

G

Für den Überschaden gibt es eine vereinfachte Schätzformel:

Wenn L < 1-d, dann U= 1-L, wenn Einheiten nach einen Schuss besiegt sind

sonstwenn d=0, dann U= 1-L+Int(L), wenn Schüsse immer den gleichen Schaden machen

sonst U= 0,55. für alle anderen Fälle

Die Schätzformel erreicht ein Bestimmtheitsmaß von 0,46.

Für große Leben (mehr als 5) oder große Streuungen (mehr als 0,5) gilt außerdem sehr präzise

U= 0,5+D²/6

Die empirische Formel für den Überschaden lautet:

**Function U** (ByVal L As Double, ByVal D As Double) As Double

Dim HV#, Term#, T2#

HV = Int(L) \* (1 + d) - L

T2 = L - (1 + Int(L)) \* (1 - d)

If HV < T2 Then HV = T2

If HV < 0 Then

U = 1 - L + Int(L)

If L = Int(L) Then U = U - 1

Else

‘3Trefferformel einfügen

Term = 2 \* L - 2 \* Int(L) - 1

HV = (Abs(Term) ^ (1 + 0.8 / (d \* L)) \* Sgn(Term) - Term) / 2 + 0.5

T2 = d^2/6+d\*(2-d)\*0.41\*(L>0.5) \* Sin(L\*2\* 3.14159265358979) / (L^2+1.2)

U = T2 + HV

End If

**End Function**

Das Bestimmtheitsmaß der Überschadensformel beträgt nur 0,953.

Das Bestimmtheitsmaß der Trefferformel beträgt theoretisch 1.

Die empirische Formel ist eine Näherung, die das obere Diagramm nachbildet.

Überschaden mit der empirischen Überschadensformel

1) 2) 3) 4) 5) 6)

G

Die Nachbildung hat vom Original diese Abweichung:

1. Sprung an der ebenen Fläche
2. Zu starker Abfall und eine Welle mit falscher Krümmung
3. Dies ist eine gekrümmte Fläche, statt einer Ebene
4. Die Räumliche Kante fehlt
5. Zu starker Abfall an der Spitze
6. Bis zu 0,15 Abweichung bei großen Leben und kleiner Streuung

Abweichung von zwischen Formel und Orginal

G

Die Alternative zur Überschadensformel ist die Trefferformel. Für die Erstellung der Trefferformel gibt es einen Algorithmus. Möchte man von einer Einheit mit den Leben L und der Streuung D wissen, wie groß der Überschaden ist, so kann man die Werte direkt in die Überschadensformel einsetzen. Die Trefferformel muss für jeden einzelnen Fall neu erstellt werden - erst dann können Werte eingesetzt und der Überschaden berechnet werden.

## G Besonderheiten des Überschadens

*Wenn die Leben fast 0 sind, dann ist U fast 1*

Beispiel: Ein Spatz hält 0,0001 Kanonenkugeln aus. Der Überschaden ist 0,9999.

*Wenn die Leben kleiner sind als der minimale Schaden, dann U= 1-L*

**Der mittlere Schaden ist auf 1 normiert, sodass**

**Leben = Lebenschadenverhältnis**

**Schaden = Schadenverhältnis**

**Überschaden = Überschadensverhältnis**Der Minimale Schaden ist 1-D, der maximale Schaden 1+D  
Beispiel: Eine Einheit hält L= 0,3 Treffer aus und ein Treffer verursacht 0,8 bis 1,2 Schaden (D=0,2). Der Überschaden beträgt damit

U= 1-L

U= 1-0,3= 0,7

*Wenn die Streuung fehlt, dann U= 1 + Int(L) - L*

Die Funxion Int(x) schneidet die Nachkommazahlen ab.

Bei ganzzahligen Lebenschadenverhältnissen gibt es keinen Überschaden.

Leben+ Überschaden ohne Streuung G

In dem ersten Diagramm ist L+U in Abhängigkeit von L dargestellt, also mit wie viele Leben die Einheit im Kampf kämpft. Im zweiten Diagramm wird nur der Überschaden dargestellt.

Überschaden für nicht streuende Treffer G

Beispiel: Eine Einheit hält 5 Treffer aus und jeder Treffer macht den gleichen Schaden. Die Einheit ist mit 5 Treffern besiegt. Der Überschaden ist genau 0.

Beispiel: Eine Einheit hält 5,1 Treffer aus und jeder Treffer macht den gleichen Schaden. Für den Rest von 0,1 wird ein weiterer Treffer benötigt, also 6 insgesamt. Der Überschaden ist damit:

U= 1 +Int(L) -L

U= 1+Int(5,1) -5,1= 1+5-5,1= 0,9

*Wenn die Streuung fast 0 ist, dann*

Leben + Überschaden mit Streuung G

Überschaden für streuende Treffer. Die Spitzen sind abgerundet G

Die Spitzen des vorherigen Diagrammes sind nun abgerundet.

Die Rundungen sind mit zunehmenden Leben stärker.

Die Rundungen sind mit zunehmender Streuung stärker.

Bei kleinen Leben und kleiner Streuung gibt es immer noch Bereiche mit einer Gerade.

*Die Formel U= 1 +Int(L) -L gilt auch in weiteren Bereichen,*

für die diese Bedingungen erfüllt ist

Int(L)·(1+D)-L < 0

L-(1+Int(L))·(1-D) < 0

Kriterium, ab wann streuender Schaden bei welchen Leben dennoch ganzzahlige Treffer bedeuten G

Diese Bedingung bedeutet, dass man genau vorhersagen kann, mit wie vielen Treffern eine Einheit besiegt ist. Die Terme beschreiben den Abstand zu den gültigen Bereichen.

*Wenn die Streuung fast 0 ist und die Leben ganzzahlig sind, dann U=0,5*

Es macht einen großen Unterschied, ob die Streuung exakt 0 ist (U=0) oder nur fast 0.

Beispiel: Eine Einheit mit 6 Leben wird beschossen: Schaden 1,01; 1; 1,01; 0,99; 0,99 und 0,99.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/2 hält die Einheit noch einen weiteren Treffer aus, weil noch 0,01 Leben übrig sind.

*Wenn die Einheit mit maximal 3 Treffern besiegt ist, dann gibt es eine exakte Lösung*

Die Lösung ist die Dreitrefferformel. Die Überschadensformel kann mit der Dreitrefferformel verbessert werden.

*Wenn die Leben groß sind, dann hat die Nachkommastelle der Leben keinen Einfluss*

Es gibt keine vorhersagbare Anzahl an Treffern, um die Einheit zu besiegen. Im vorherigen Beispiel können 6 Treffer vorhergesagt werden.

Beispiel: Eine Einheit hat 8,3 Leben und erleidet pro Treffer 0,5 bis 1,5 Schaden. Es sind nicht mehr genau 9 Treffer nötig. Es ist möglich diese Einheit mit 7 starken Glückstreffern zu besiegen. Der Überschaden ist genauso groß, als wenn die Einheit 8,4 oder 8,7 Leben hat.

Wenn die Streuungen kleiner sind als die Leben groß sind, dann hat die Nachkommastelle wieder einen Einfluss.

Weiterhin gibt es bei großen Leben zwischen Streuung und Überschaden einen parabolischen Zusammenhang.

Bei Streuung D = fast 0 ist der Überschaden 0,5

Bei D = 1 ist der Überschaden =2/3

Die Parabel hat ihr Minimum bei D=0

Die Parabel lautet U(D)= D²/6+0,5

parabolischer Zusammenhang zwischen Streuung und Überschaden G

## H Konstruktion der empirischen Überschadensformel

Die empirische Formel für den Überschaden setzt sich aus 4 Teilen zusammen. Zuerst werden die Variablen deklariert. In dem ersten Teil werden die trivialen Fälle behandelt. Im zweiten Teil wird ein Hilfsterm berechnet. Dieser wird im dritten Teil verwertet. Im letzten Teil kommen noch Korrekturterme hinzu. Der Hilfsterm und deren Verwertung stellen den Hauptteil dar.

**Function U** (ByVal L As Double, ByVal D As Double) As Double

Dim HV#, Term#, T2# Variablendeklaration

HV = Int(L) \* (1 + d) - L

T2 = L - (1 + Int(L)) \* (1 - d) Trivialprüfung

If HV < T2 Then HV = T2

If HV < 0 Then

U = 1 - L + Int(L)

If L = Int(L) Then U = U - 1 Trivialteil

Else

Dreitrefferformel

Term = 2 \* L - 2 \* Int(L) - 1 Hilfsterm

HV = (Abs(Term) ^ (1 + 0.8 / (d \* L))\_ Verwertung Hauptteil

\* Sgn(Term) - Term) / 2 + 0.5

T2 = d^2/6+d\*(2-d)\*0.41\*(L>0.5) \_

\* Sin(L\*2\* 3.14159265358979) / (L^2+1.2) Korrekturterme

U = T2 + HV

End If

**End Function**

Die Überschadensformel kann mit der Dreitrefferformel oder anderen Teilen der Trefferformel verbessert werden. Diese wird in einem separaten Kapitel hergeleitet. Mit der Dreitrefferformel kann der Überschaden trotz fehlgeschlagener Trivialprüfung exakt berechnet werden. Die Dreitrefferformel ist gültig, wenn eine Einheit mit maximal 3 Treffern besiegt ist.

Darstellung der Formel im Flussdiagramm

a.wmf

U= 1-L+Int(L) 0. optional Dreitrefferformel benutzen

Wenn L ganzzahlig ist, 1. Hilfsterm berechnen

dann U um 1 reduzieren Term = 2· L - 2 · Int(L) - 1

2. Hauptfunxion berechnen

HV =

3. Korrekturterme berechnen

T2= d²/6 und wenn L > 0,5 ist

dann wird noch folgender Term abgezogen

U= Hauptfunxion + Korrekturterme

Eingangswerte

L = Lebenschadenverhältnis

D = Streuung

Die Anzahl N geht nicht mit ein

Ausgangswerte

U = Überschadenverhältnis

Die Überschadensformel gibt nicht wirklich einen Überschaden aus, sondern einen Verhältniswert mit ähnlicher Definition wie das Lebenschadenverhältnis.

s= L/S

u= =

mit

s= Lebenschadenverhältnis

L= Leben

S= durchschnittlicher gegnerischer Schaden

U= Überschaden

Trivialprüfung

Es wird überprüft, ob die Bedingung

Int(L)·(1+D)-L < 0

L-(1+Int(L))·(1-D) < 0

erfüllt ist, indem der Abstand zu den trivialen Lösungen berechnet wird. Ist der Abstand kleiner oder gleich 0, dann gilt für den Überschaden die triviale Formel.

Trivialer Teil

Die Prüfung deckt diese beiden Sonderfälle ab:

Sind die Leben kleiner als 1-Streuung, so hat die Einheit insgesamt 1 Leben und der Überschaden ist 1-Leben.

Gibt es keine Streuung, so werden die Leben der Einheit aufgerundet und der Überschaden ist damit U= 1 +Int(L) –L

linearer Zusammenhang zwischen Leben und Überschaden, wenn die Einheit mit einem Treffer besiegt ist G

Bei bestandener Prüfung gilt allgemein:

U= 1 +Int(L) –L

Die Zeile *If L = Int(L) Then U = U - 1* ist gültig, wenn Einheiten mit 0 Leben kampfunfähig werden. Es gibt Spiele, wo Soldaten mit exakt 0 Leben immer noch kämpfen können. Für diesen Fall ist diese Zeile aus der Formel zu entfernen! Für ganzzahlige Lebenschadenverhältnisse bedeutet dies, dass der Überschaden 1 anstatt 0 ist (Die Streuung kann nur 0 sein, weil bei größeren Streuungen die Trivialprüfung für ganze Zahlen nie erfüllt ist).

Hilfsterm

Die Funxion U= 1 +Int(L) -L beginnt bei 1, sinkt auf 0 ab, springt dann wieder auf 1. Ziel ist es, dass diese Funxion drehsymmetrisch zum Ursprung wird und die Extremwerte 1 und -1 hat. Dazu wird diese Funxion mit 2 multipliziert und dann um ein herunter gesetzt und gespiegelt.

1 +Int(L)-L ·2

2 +2·Int(L)- 2·L -1

1+2·Int(L)- 2·L /-1

-1-2·Int(L)+ 2·L

Dieser Hilfsterm gilt als Grundlage für weitere Formeln G

Verwertung

Kommen Streuungen hinzu, so werden die Spitzen von U= 1 +Int(L) -L abgerundet. Das Abrunden der Spitzen sieht folgendermaßen aus:

Hauptfunxion = (Spitzenabrunden(Hilfsterm) – Hilfsterm)/2+0,5

Methode zum Spitzen abrunden G

Für fehlende Streuungen muss aus dem Hilfsterm wieder die Funxion des Überschadens werden. Der bearbeitete Hilfsterm wird 0, übrig bleibt – Hilfsterm. Dieser wird mit dem Vorzeichen und /2+0,5 in die ursprüngliche Form verwandelt.

Spitzenabrunden(Hilfsterm) wird auf diese Weise 0:

* D=0
* Eine Zahl durch 0 ist ∞
* Der Exponent ist damit ∞
* Eine Zahl kleiner 1 hoch ∞ wird 0.

Spitzen lassen sich mit einer Potenzfunxion abrunden.

f(x)= xa mit -1<= x <=1

Der Parameter a steuert, wie stark abgerundet wird.

a.wmf

a.wmf

a.wmf

a.wmf

a.wmf

a.wmf

Methode zum Spitzen abrunden für verschiedene Exponenten G

Der Hilfsterm wurde in eine Form gebracht, sodass das problemlos möglich ist. Eine Zahl, die kleiner ist als 1, hoch einer großen Zahl wird noch kleiner. f(x)= xa löst 3 Probleme auf einmal:

1. Für D=0 müssen die Spitzen bleiben. Dies wird durch einen unendlich großen Exponenten erreicht, sodass f(x) immer 0 ist.
2. Für Exponenten größer als 1 werden die Spitzen abgerundet.
3. Sind Streuung und Leben hoch, so hat die Nachkommastelle der Leben gar keinen Einfluss mehr. Es müssen daher nicht nur die Spitzen flacher werden, sondern der ganze Term muss verschwinden. Dies wird durch einen Exponenten erreicht, der 1 ist. Dadurch ist der bearbeitete Hilfsterm genauso groß wie der Hilfsterm und beide lösen sich auf. Die übrige 0,5 muss nachbearbeitet werden.

Die Potenzfunxion kann keine negativen Zahlen annehmen. Deshalb wird das Vorzeichen des Hilfsterms entfernt und nach dem Ausführen der Potenzfunxion wieder hergestellt.

Korrekturterme

Der Term D²/6 ist die Ergänzung zum parabolischem Zusammenhang U(D)= D²/6+0,5.

Der lange Term mit den Sinus schüttet einem Bereich auf, der mit der nachgebauten Formel zu niedrige Werte ausgibt. Der Wert (L>0,5) nimmt für L > 0,5 in Excel den Wert 1 an und in VBA den Wert -1. In Excel muss der lange Term daher noch ein negatives Vorzeichen erhalten.

## H Dreitrefferformel

Das Bestimmtheitsmaß der Überschadensformel von nur 0,953 lässt sehr zu wünschen übrig. Für genauere Ergebnisse kann die Überschadensformel mit der Dreitrefferformel auf 0,966 verbessert werden. Die Dreitrefferformel liefert wie der Trivialteil exakte Ergebnisse und ist gültig, wenn die Einheit mit maximal 3 Treffern besiegt ist.

Dieses Diagramm zeigt, mit wie vielen Treffern eine Einheit besiegt ist. Auf der X-Axe werden die Leben der Einheit aufgetragen und auf der y-Axe die Streuung.

Gültigkeitsbereich der Dreitrefferformel

G

Je größer die Streuung, desto größer ist die Differenz zwischen maximaler und minimaler Trefferanzahl.

Für die 3 hellgrünen Bereiche müssen Formeln hergeleitet werden.

Dazu beginnen wir mit dem leichtesten Fall, dass eine Einheit mit 1 bis 2 Treffer besiegt ist und zwar die Zweitrefferformel.

Die Zweitrefferformel ist gültig, wenn gilt:

Gültigkeitsbereich der Zweitrefferformel

G

MaxS = 1·(1+D); MaxS > L

MinS = 2·(1-D); MinS > L

MinS2= 1·(1-D); MinS2 < L

MaxS2= 0·(1+D); MaxS2 < L

Die Häufigkeit (Wahrscheinlichkeit) X1, mit der eine Einheit mit einem Treffer besiegt ist beträgt:

X1= MaxS und MinS2 einsetzen

Im Nenner ist die Spanne der möglichen Schäden mit einem Treffer angegeben, nämlich von 1-D bis 1+D. Im Zähler werden alle Schäden aufgezählt, die größer als L sind. Der Bruch beschreibt dabei, wieviel % der möglichen Treffer zu X1 gehören. Die Häufigkeit ist immer eine Zahl zwischen 0 und 1.

X1= Zusammenfassen

X1=

Die Häufigkeit X2, mit der eine Einheit mit zwei Treffer besiegt ist beträgt:

X2= Alternative Formel: X2=1-X1

X2=

Eine Einheit, die mit einem Treffer besiegt wurde, musste den Schaden U1 einstecken.

Der Schaden zum Besiegen der Einheit beträgt mindestens L und maximal MaxS=1+D.

U1=

U1=

Der Schaden U2 für 2 Treffer berechnet sich mit

U2=

U2=

Dabei überlebt die Einheit bei Schaden von 1-D bis L. Der zweite Treffer verursacht einen normalen Schaden von 1-D bis 1+D, also durchschnittlich 1.

Der Überschaden berechnet sich, indem der Mittelwert aller Möglichkeiten gebildet wird.

U= X1·U1+X2·U2-L

Dabei sind

X1= Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit mit einem Treffer besiegt ist

U1= Schaden des tödlichen Ersttreffers

X2= Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit mit genau 2 Treffern besiegt ist

U2= Gesamtschaden der beiden Treffer

X1·U1= Anteil am Überschaden, dass die Einheit mit einem Treffer besiegt ist

X2·U2= Anteil am Überschaden, dass die Einheit mit genau 2 Treffern besiegt ist

X1·U1+X2·U2= Mittelwert des Schadens, den die Einheit erhält

Der Überschaden ist der Schaden, der zum Besiegen der Einheit nicht benötigt wird. Deshalb müssen von dem Mittelwert die Leben abgezogen werden.

In die Formel eingesetzt ergibt dies

U= Klammer auflösen

U= Klammer auflösen

U= Zusammenfassen

U= Zusammenfassen

U= kürzen

und damit entsteht die Zweitrefferformel

U= Zweitrefferformel

Für ein Besiegen der Einheit mit 3 Treffern gibt es 2 Möglichkeiten:

1. Die Einheit ist mit 3 bis 3 Treffern besiegt.  
   Dieser Fall wurde im Trivialteil der Überschadensformel bereits erfasst.
2. Die Einheit ist mit 2 bis 3 Treffern besiegt.
3. Die Einheit ist mit 1 bis 3 Treffern besiegt.

Zuerst wird die Formel für 2 bis 3 Treffer hergeleitet.

Dies ist gültig, wenn gilt:

Gültigkeitsbereich der 2-3Trefferformel

G

MaxS = 2·(1+D); MaxS > L

MinS = 3·(1-D); MinS > L

MinS2= 2·(1-D); MinS2 < L

MaxS2= 1·(1+D); MaxS2 < L

Dazu werden die beiden Treffer in einem Diagramm aufgetragen.

Wahrscheinlichkeit, ab wann 2 Treffer bei maximal 3 Treffern tödlich sind G

Auf der X-Axe ist der Schaden des ersten Treffers aufgetragen und auf der Y-Axe der Schaden des zweiten Treffers. Die Linie L teilt das Quadrat in 2 Teile. Der Teil X2 sind alle Möglichkeiten, bei der die Einheit mit 2 Treffern besiegt ist und X3 gilt für 3 Treffer. Bei der Viertrefferformel würde hier jetzt eine Ebene L einen Würfel in 2 Teile teilen. Die Lage der Linie L ist entscheidend darüber, wie sich die Fläche X2 berechnet. Ist L > 2, dann ist die Fläche X2 ein Dreieck, ansonsten ist X3 ein Dreieck.

Es wird der Fall betrachtet, dass L > 2 ist.

Die Fläche X2 berechnet sich mit dieser Formel

X2=

X2=

X2=

Der zugehörige Schaden ist der Mittelwert aus L und MaxS

U2= falsche Formel

Diese Formel ist leider nicht gültig. Der Schaden MaxS tritt nur einmal auf, und zwar wenn der erste und der zweite Treffer 1+D sind. Im Diagramm ist das der Punkt oben rechts. Der Schaden L ist durch mehrere Möglichkeiten als nur einer zu erreichen. Im Diagramm ist dies eine ganze Linie von Punkten. L geht im Gegensatz zu MaxS mit einem stärkeren Gewicht in den Mittelwert ein. L besitzt 2/3 Stärke, während MaxS nur 1/3 hat.

U2=

U2=

Die andere Fläche X3 berechnet sich mit

X3= 1-X2

Der zugehörige Schaden lässt sich nicht so einfach mitteln. Dazu folgende Überlegung. Der Schaden mit 2 Treffern beträgt durchschnittlich 2. Die größten Treffer gehören zur Fläche X2. Übrig bleiben also nur noch die kleinen Treffer. Von diesen wird der Mittelwert gebildet.

U3=

U3=

2-U2·X2 sind die übrigen Treffer, die die Einheit nicht besiegen. Diese werden auf die Fläche X3 gemittelt. Die zusätzliche 1 ist der dritte Treffer, der die Einheit besiegt.

Damit sind die Wahrscheinlichkeiten X2 und X3 und deren Schaden U2 und U3 berechnet.

Nun wird der zweite Fall betrachtet, dass L < 2 ist.

Wahrscheinlichkeit, ab wann 2 Treffer bei maximal 3 Treffern selten tödlich sind G

Die Formel für die Fläche X2 lautet

X2 =

X2 =

X2 =

Für die andere Fläche X3 gilt die „gleiche“ Formel.

X3= 1-X2

Bei 3 Treffern wird durchschnittlich dieser Schaden angerichtet.

U3=

Dabei geht L wieder mit größerem Gewicht in den Mittelwert ein, als MinS2. Die +1 ist dabei wieder der tödliche dritte Treffer.

Der Schaden U2 berechnet sich analog dem vorherigen Fall. Aus U3 muss der tödliche dritte Treffer rausgenommen werden.

U2=

Nun kann für beide Fälle der Überschaden berechnet werden

U= X2·U2+X3·U3-L

Dabei sind

X2= Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit mit genau 2 Treffern besiegt ist

U2= Gesamtschaden der beiden Treffer

X3= Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit mit genau 3 Treffern besiegt ist

U3= Gesamtschaden der drei Treffer

X2·U2= Anteil am Überschaden, dass die Einheit mit genau 2 Treffern besiegt ist

X3·U3= Anteil am Überschaden, dass die Einheit mit genau 3 Treffern besiegt ist

X2·U2+X3·U3= Mittelwert des Schadens, den die Einheit erhält

Man kann alle Werte in die Formel einsetzen und erhält für L > 2 diese Gleichung

U=

Stattdessen kann gekürzt und zusammengefasst werden.

Fall L > 2

U= X2·U2+X3·-L X3 kürzen

U= X2·U2+2-U2·X2+X3-L Zusammenfassen

U= 2+X3-L X3= 1-X2

U= 3-L-X2

U= 3-L-

Fall L<2

U= X2·+X3·U3-L X2 kürzen

U= 2-U3·X3-X3+X3·U3-L Zusammenfassen

U= 2-X3-L X3= 1-X2

U= 3-L-X2

U= 3-L-

U=

Da zwischendurch U=3-L-X2 rausgekommen ist, bedeutet dies, dass der Überschaden nur von der Häufigkeit abhängt, dass eine Einheit mit 2 Treffern besiegt ist.

Als letztes wird die Formel für 1 bis 3 Treffer hergeleitet.

Dies ist gültig, wenn gilt:

Gültigkeitsbereich der 1-3Trefferformel

G

MaxS = 1·(1+D); MaxS > L

MinS = 3·(1-D); MinS > L

MinS2= 2·(1-D); MinS2 < L

MaxS2= 0·(1+D); MaxS2 < L

Erster Fall: Die Einheit wird mit einem Treffer besiegt.

Die Wahrscheinlichkeit X1 dafür beträgt

X1=

X1=

Im Zähler steht der Schaden von … bis und im Nenner die gesamte Schadensspanne. Bei der Wahrscheinlichkeit werden von … bis mit einem Minus verbunden und beim Schaden mit einem Plus.

Es wird ein mittlerer Schaden U1 verursacht

U1=

U1=

Zweiter Fall: Die Einheit wird so stark getroffen, dass sie einen weiteren Treffer nicht überlebt. Der dafür nötige Schaden muss mindestens L-(1-D) sein, denn 1-D ist der minimale Schaden.

Der Schaden liegt also zwischen L-(1-D) und L. Die Wahrscheinlichkeit X2 dafür beträgt.

X2=

X2=

Der zugehörige mittlere Schaden beträgt

U2=

U2=

Dritter Fall: Die Einheit wird leicht getroffen und hat die Chance einen weiteren Treffer zu überleben. Die Wahrscheinlichkeit X3 beträgt dafür

X3= 1-X2-X1

Der erste Treffer verursacht einen Schaden von 1-D bis L+D-1 und der zweite Treffer einen normalen Schaden von 1-D bis 1+D. Der durchschnittliche Schaden U3 für 2 dieser Treffer liegt damit bei

U3=

U3= L/2 +1

Die zwei Treffer werden in einem Diagramm der Möglichkeiten aufgetragen.

Auftelung der Wahrscheinlichkeiten mit wie vielen Treffern eine Einheit besiegt ist G

Dabei gibt es wieder eine Linie L, die den Bereich X3 in die Teile X31 und X32 unterteilt. X32 ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit doch noch mit dem zweiten Treffer stirbt. X31 bedeutet 3 Treffer.

Die Fläche X32 berechnet sich mit

X32=

X32=

X32=

Dabei sind

1+D = von den maximaler Schaden

0,5·(1-D + L+D-1)= bis zum minimalen mittleren Schaden

1+D-(1-D)= dividiert durch die Streubreite

Die Fläche X31 berechnet sich mit

X31= 1-X1-X2-X32 X32 einsetzen

X31= 1-X1-X2- Multiplizieren

X31= (1-X1-X2)·- Addieren

X31= Zusammenfassen

X31=

X31= alternative Formel über Dreieck

Schaden U31 mit 3 Treffern

Der Gesamtschaden der ersten beiden Treffer reicht von 2·(1-D) bis L. Der Minimalste Schaden 2·(1-D) gibt es nur einmal, während der Schaden L mehrmals möglich ist. L wird im Mittelwert stärker gewichtet. Der dritte Treffer verursacht eine durchschnittlichen Schaden von 1.

U31= (2·(1-D)+2·L)/3+1

U31= (2-2·D+2·L)/3+1

Für den Schaden U32 bleiben die größeren Treffer übrig.

U32=

U32=

Da nun alle Fälle berechnet wurden, wird der Mittelwert gebildet

U= X1·U1+X2·U2+X31·U31+X32·U32-L

U32 wird in die Gleichung eingesetzt und man kann kürzen.

U= X1·U1+X2·U2+X31·U31+X32·-L kürzen

U= X1·U1+X2·U2+X31·U31+ (0,5·L+1)·(1-X1-X2)-(U31-1)·X31-L Klammer auflösen

U= X1·U1+X2·U2+X31·U31+ (0,5·L+1)·(1-X1-X2)-U31·X31+X31-L Zusammenfassen

U= X1·U1+X2·U2+(0,5·L+1)·(1-X1-X2)+X31-L X31 einsetzen

U= X1·U1+X2·U2+(0,5·L+1)·(1-X1-X2)-(1-X1-X2)·(1-D-0,5·L)/(2·D) -L

1-(X1+X2)= X1 und X2 einsetzen und Zusammenfassen

1-(X1+X2)= 1-(2-L)/(2·D) Multiplizieren

1-X1-X2= Addieren

1-X1-X2= Term einsetzen

U= X1·U1+X2·U2+(0,5·L+1)·-· -L Multiplizieren

U= X1·U1+X2·U2+·-·-L Addieren

U= X1·U1+X2·U2+·-L Klammer auflösen

U= X1·U1+X2·U2+·-L X1,X2,U1,U2 einsetzen

U=

U= 2·D kürzen

U=

U= Bruch teilen

U= Klammer erstellen

U= umformen

U=

### G Zusammenfassung der 3 Trefferformel

Einheit hält 1-2 Treffer aus

Bedingung: L< (1-D)·2

U=

Einheit hält 1-3 Treffer aus

Bedingung: L< (1-D)·3 und L < 1+D

U=

Einheit hält 2-3 Treffer aus

Bedingung: L< (1-D)·3 und L > 1+D

U= 3-L- für L>2

U= für L<2

Das Flussdiagramm verdeutlicht, welche Prüfungen zwischen der Trivialprüfung und der Näherungsformel geschaltet werden müssen.

Flussdiagramm, ab wann man welche Trefferformel nimmt G

## H Algorithmus zum Erstellen der Trefferformel

Beim Herleiten der Dreitrefferformel ist eine Besonderheit aufgetreten, sodass der Überschaden keinen Einfluss mit der Häufigkeit hat.

Beim Herleiten wurde für die 1-3 Trefferformel diese Formel verwendet:

U= X1·U1+X2·U2+X3·U3-L

Dabei ist X die Häufigkeit und U der Schaden. Die Zahl bedeutet, mit wie vielen Treffern die Einheit besiegt wurde.

Beispiel: Ein Ritter bekommt einen Pfeil mit der Wahrscheinlichkeit X1 genau durch seinen Schädel. Der Schaden U1 ist nicht besonders hoch, da dieser kaum größer ist als seine Leben.

Fall2: Der Ritter bekommt erst ein Schwert ins Bein, dann eine Lanze in die Brust (oder in seinen Kopf) und fällt vom Pferd. Der Ritter hat in der Summe den Schaden U2 erlitten. In U2 ist mehr Überschaden drin als in U2. Mit dem ersten Treffer hat der Ritter schon Leben verloren.

Fall3: Der Ritter wird mit 2 abgetrennten Körperteilen so stark verwundet, dass er mit dem dritten Treffer mit Sicherheit stirbt. Der Gesamtschaden U3 wird noch größer sein als U2 oder U1. Der Schaden U3 kann sogar so groß sein, sodass der Ritter doppelt tot ist. Mit der Wahrscheinlichkeit X3 wird der Ritter also den Schaden U3 einstecken.

Aus unerklärlichen Gründen gilt aber

U= X1+ X2+ X3- L

Der Überschaden ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten minus Leben.

Das der Ritter mit der Wahrscheinlichkeit X1 sofort besiegt wird, ist entscheidend, aber nicht, dass der Ritter genau eine große Verletzung hat. Mit der Wahrscheinlichkeit X3 ist der Ritter mit 3 Treffern besiegt. Es hat aber keinen Einfluss auf den Überschaden, ob der Ritter dadurch in Stücke geschnitten wurde oder als ganzes auf den Boden liegt.

Dadurch, dass sich die Formel so stark vereinfacht hat, reduziert sich die Formel für den Überschaden auf eine **Volumenberechnung** oder Flächenberechnung. Es wird angenommen, dass diese Vereinfachung nicht nur für die Dreitrefferformel, sondern für alle Treffer gilt. Anschließend wird geschaut, ob die Ergebnisse mit den Ergebnissen aus der Simulation übereinstimmen. Auf den Beweis, dass die Vereinfachung gilt, wird verzichtet.

Zuerst wird die Formel für 1-3 Treffer mit der einfachen Methode hergeleitet:

Die Einheit ist mit maximal 3 Treffern besiegt. Deshalb erstellt man ein Diagramm mit 3-1 Axen. Auf jeder Achse ist ein Treffer aufgetragen.

3TFormel_L13.wmf

Der erste Treffer lässt sich in 3 Bereiche unterteilen.

1. Von 1+D bis L-0·(1-D) ist die Einheit mit einem Treffer besiegt
2. Von L-0·(1-D) bis L-1·(1-D) sind es 2 Treffer
3. Unter L-1·(1-D) sind es 3 Treffer

Die 3 Bereiche bilden eine weiße Fläche und 2 transparente graue Flächen, die übereinander gestapelt sind. Entstapelt man diese nebeneinander, dann sieht es so aus:

Aufteilung der Wahrscheinlichkeiten in Trefferflächen G

Man erhält ein Quadrat, ein Rechteck und ein Dreieck. Die Flächen der geometrischen Objekte berechnen sich folgendermaßen:

* Quadrat: A= a²
* Rechteck: A=a·b
* Dreieck: A= c²/2
* X1= Quadrat/ Quadrat
* X2= Rechteck/ Quadrat
* X3= Dreieck/ Quadrat

Dabei sind a, b und c die Seitenlängen und A die Fläche. Das Quadrat hat die Maße 2·D x 2·D. 2·D ist die Streubreite von 1-D bis 1+D. Die anderen Abmessungen der Objekte sind aus der Grafik zu entnehmen.

Der Überschaden ist die Summe der Häufigkeitsflächen minus die Leben.

U=

Die Werte werden in die Formeln eingesetzt

U= (a²+a·b+c²/2)/a²-L

a²= (2·D)²= 4·D²

a·b= (2·D)·(L-0·(1-D)-(1-D))= 2·D·(L+D-1)

c²/2= (L-1·(1-D)-(1-D))²/2= (L-2·D-2)²/2

U= (4·D²+2·D·(L+D-1)+ (L-2·D-2)²/2)/(4·D²)-L 2·D kürzen

U= 2·D aus der Klammer holen

U= 4·D kürzen

U= Zusammenfassen

U= 2·D kürzen

U=

Damit ist die Formel für 1-3 Treffer entstanden.

Für die 2-3 Trefferformel sieht die Flächenberechnung folgendermaßen aus.

Aufteilung der beiden Möglichkeiten der 2-3Trefferformel G

Entstapelt man diese 3 Figuren, so erhält man 2 Quadrate (das weiße und ein graues) und eine Figur für den dritten Treffer. Die Figur ist ein Dreieck für L< 2 oder ein Quadrat mit fehlendem Dreieck für L>2. Das weiße Quadrat ist der erste Treffer. Dass der zweite Treffer auch ein Quadrat liefert, bedeutet, dass die Einheit nie schon nach einem Treffer besiegt ist.

Das dunkle Dreieckchen unten links gehört eigentlich nicht in die Grafik. Dieses Dreieckchen sind Hypertetraeder X4, X5…, die der Berechnung hinzugefügt werden, wenn es sich um eine Mehrtrefferformel handelt.

### H Herleitung der Viertrefferformel

Bei der Viertrefferformel muss die Dreitrefferformel um einen Tetraeder erweitert werden. Da gibt es 2 Möglichkeiten. Entweder man zeichnet die 2D-diagramme und nur der Tetraeder ist 3D oder man zeichnet 3D-diagramme. Bei den 3D-diagrammen werden 3 Treffer auf 3 Axen aufgetragen. Für die Viertrefferformel gibt es diese Möglichkeiten:

Das Wahrscheinlichkeitsquadrat aus 2 Schüsse wird zu einem Wahrscheinlichkeitswürfel aus 3 Schüsse

G

Wichtig: Die 3 Pfeile sind die unterste Ecke des Würfels und nicht die des Koordinatenursprungs. Der Koordinatenursprung liegt weit unter dem Würfel. Die unterste Ecke des Würfels hat die Koordinaten (1-D; 1-D; 1-D). Die Würfel sind gleich groß abgebildet, sind aber in Wirklichkeit unterschiedlich groß. Der linke Würfel ist sehr groß, während der rechte eine mittlere Größe hat. Je größer die Streuung, desto größer der Würfel.

Betrachtet man den linken Würfel, der für 1-4 Treffer gilt, so besteht der aus 4 geometrischen Figuren. Die ersten 3 Figuren kennt man aus der 1-3 Trefferformel. Diese wurden um eine Dimension verlängert. Kürzt man 2·D, so erhält man wieder gleichwertige 2D-Objekte. Neu ist lediglich der Tetraeder. Packt man den Karton der 1-4 Trefferformel aus, so findet man darin diese Objekte:

Aufteilung der Trefferwahrscheinlichkeiten in geometrische Körper

G

Diese sind ein Würfel des ersten Treffers, ein Rechteck des zweiten Treffers, ein Prisma des dritten Treffers und ein Tetraeder des vierten Treffers. Der Überschaden berechnet sich daher mit

U= 2·D kürzen

U=

Das Volumen eines Tetraeders berechnet sich mit

V= d³/6

d= c-(1-D)

c= b-(1-D)

b= L-(1-D)

d= L-3·(1-D)

V= (L-3·(1-D))³/6

Dabei sind

* a= Seitenlänge des Würfels, des Quaders und des Prismas
* b= Seitenlänge des Quaders
* c= Seitenlänge des Prismas
* d= Seitenlänge des Tetraeders
* V= Volumen des Objektes

Dieser Term muss der Dreitrefferformel hinzugefügt werden:

=

Die Viertrefferformel wird im LD-Diagramm eingerahmt.

Gültigkeitsbereich der Viertrefferformel

G

Entlang des roten Pfeils ergeben sich folgende Würfel der Viertrefferformel

1. 1-4 Trefferformel
2. 2-4 Trefferformel für L<2
3. 2-4 Trefferformel für L>2
4. 3-4 Trefferformel für L<3-D
5. 3-4 Trefferformel für L>3-D und L<3+D
6. 3-4 Trefferformel für L>3+D
7. 4-4 Trivialteil der Überschadensformel

Es gibt also 6 Viertrefferformeln, von denen die ersten 3 eine Erweiterung der Dreitrefferformel sind. Der siebente Fall gehört nicht zur Viertrefferformel, sondern zum Trivialteil der Überschadensformel. Dies ist ein gleichfarbiger Würfel, bestehend aus 4 Würfeln.

Diese 6 Möglichkeiten gibt es zur 4 Trefferformel3Tetraeder1.wmf

G

Die letzten 3 Varianten entstehen nicht aus Dreitrefferformel + Tetraeder, sondern sind neu. Da jede Einheit mit 3-4 Treffern besiegt ist, wird sie immer den ersten, zweiten und dritten Treffer einstecken. Die ersten 3 Treffer liefern ein Würfel und der vierte Treffer eine Figur. Der Überschaden berechnet sich damit schon mal nach dieser Formel

U=

Im vierten Fall ist die Figur ein Tetraeder und im sechsten Fall ist es ein Würfel ohne Tetraeder. Der fünfte Fall sieht aus wie ein zu groß geratener Tetraeder, dessen Spitzen gestutzt wurden.

Der Tetraeder lässt sich vom vierten bis sechsten Fall so beschreiben. Im Ursprung wächst ein Tetraeder (Fall 4). Dann wächst er über die Würfelgrenzen hinaus (Fall5). Die Spitzen werden abgeschnitten. Im Fall 6 ist er so groß gewachsen, sodass es nach dem Abschneiden so aussieht, als wäre da ein Würfel mit abgeschnittenem Tetraeder.

Das Volumen des Tetraeders berechnet sich mit

V= d³/6

d= L-3·(1-D)

Ist der Tetraeder zu groß, so werden Objekte davon abgeschnitten. Diese Objekte sind kleine Tetraeder mit der Seitenlänge d1. Diese Seitenlänge ist die um die Würfellänge verkürzte Seitenlänge des Haupttetraeders. Von den Tetraedern gibt es insgesamt 3 Stück.

d1= d-2·D

V1= -3·d1³/6

Von einem großen Tetraeder werden kleine Tetraeder an einem Würfel abgeschnitten G

Wird der Haupttetraeder noch größer, so sind auch die kleinen Tetraeder größer als eine Würfellänge. Zieht man diese kleinen Tetraeder ab, dann zieht man zu viel ab. Die Überlappungsflächen müssen wieder hinzuaddiert werden. Die Seitenlänge d2 der Nebentetraeder ist die um eine Würfellänge verkürzte Seitenlänge der kleinen Tetraeder.

d2= d1-2·D

d2= d-4·D

V2=-(-3·d2³)/6

V2= d2³/2

Nun noch ein theoretischer Fall 7, dass der Tetraeder über den gesamten Würfel hinauswächst. Die Nebentetraeder überlappen sich in der Mitte. Einer ist zu viel und muss weggeschnitten werden.

d3= d2-2·D

d3= d-6·D

V3=-(-(-(d3³/6)))

V3=-d3³/6

Hierbei wird aus dem Riesentetraeder ein Würfel herausgeschnitten.

Zusammenfassung der Formelzeichen

* V= Volumen des Haupttetraeders
* V1= Volumen der kleinen Tetraeder (1x Stutzen)
* V2= Volumen der Nebentetraeder (2x Stutzen)
* V3= Volumen des 3x Stutzen Tetraeder
* d= Seitenlänge des Haupttetraeders
* d1= Seitenlänge der kleinen Tetraeder (1x Stutzen)
* d2= Seitenlänge der Nebentetraeder (2x Stutzen)
* d3= Seitenlänge des 3x Stutzen Tetraeder

Der Überschaden berechnet sich also folgendermaßen

1. Fall: U= 3-L+V
2. Fall: U= 3-L+V+V1
3. Fall: U= 3-L+V+V1+V2
4. Fall: U= 3-L+V+V1+V2+V3= 4-L

Je größer der Tetraeder, desto häufiger muss er gestutzt werden.

Die Viertrefferformel ist damit gefunden. Es wurden dabei 2 Methoden angewendet. Die eine ist, dass die Formel aus 4 geometrische Würfelobjekten unterschiedlicher Dimensionen besteht. Die andere ist, dass das Objekt gestutzt wird.

U=

Das Würfelobjekt der zweiten Dimension ist ein Quadrat und in der ersten Dimension ist es eine Linie. Das Würfelobjekten der 0. Dimension ist ein Punkt und ist immer 1. Dieses Objekt hat hier die Farbe weiß erhalten (weißes Quadrat, weißer Würfel). Jedes Würfelobjekt muss gestutzt werden, damit es in den Würfel passt. Bei der 2-3 Trefferformel wurde analog der 3-4Trefferformel ein Rechteck gestutzt.

Würfelobjekten = V+ wenn benötigt V1+… V3

### H Methode Hypertetraeder erzeugen

Mit dieser Methode werden Tetraeder erzeugt, mit denen die maximale Trefferanzahl n erhöht wird. Es entsteht eine 1-n Trefferformel.

Gültigkeitsbereich der 1-n Trefferformel

G

Zuerst wird das Volumen des Würfels und des Tetraeders in Abhängigkeit von der Dimension Q benötigt. In dieser Tabelle stehen die Formeln, wobei e die Kantenlänge ist.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Würfel | Tetraeder |
| Dimension 0 | V= 1 (Punkt) | V= 1 (Punkt) |
| Dimension 1 | V= e (Linie) | V= e (kurze Linie) |
| Dimension 2 | V= e2 (Quadrat) | V= e2/2 (Dreieck) |
| Dimension 3 | V= e3 (Würfel) | V= e3/6 (Tetraeder) |
| Dimension 4 | V= e4 (Tesserakt) | V= e4/24 (Pentachoron) |

Vervollständigt man die Reihe, so erhält man diese Formeln zur Volumenberechnung

V= eQ Hyperwürfel

V= eQ/Q! Hypertetraeder

Wie groß ist die Kantenlänge e und wie groß ist die Dimension Q?

Die Größe der Dimension ist davon abhängig, welchen Treffer man betrachtet. Hält die Einheit 1-n Treffer aus, so ist die Dimension für den ersten Treffer 0. Da es maximal n Treffer gibt, wird das Volumen für n Dimensionen berechnet. Die maximale Dimension beträgt

Q= n-1

Die Kantenlänge startet bei L für die nullte Dimension. Vor dem ersten Treffer hat die Einheit noch volle Leben. Mit dem ersten Treffer verliert die Einheit durchschnittlich ein Leben. Es ist aber nicht der Mittelwert interessant, sondern wie viele Treffer kann die Einheit mit maximalem Glück einstecken. Der erste Treffer wird also 1-D Schaden verursachen. Jeder weitere Treffer wird mit Glück genau so viel abziehen. Die Kantenlänge beträgt daher

e= L-Q·(1-D)

Betrachtet man den Würfel als Einheitswürfel, bei dem die Kantenlänge 1 ist, so ist die Kantenlänge durch 2·D zu teilen. Die Kantenlänge des Tetraeders im Würfel beträgt damit

e=

Das Volumen beträgt damit

V= Hypertetraederformel

Da das Volumen einen Hypertetraeder beschreibt, der noch nicht bearbeitet wurde, wird dieser rohe Hypertetraeder Hypertetraederobjekt genannt.

Beispiel

Eine Einheit hält 1 bis 7 Treffer aus. Generiere die zugehörigen Hypertetraederobjekte. Es

V(Q=0)= = 1

V(Q=1)= =

V(Q=2)= =

V(Q=3)= =

V(Q=4)= =

V(Q=5)= =

V(Q=6)= =

Summiert man alle Hypertetraeder, so erhält man die 1-7 Trefferformel.

### H Methode Hypertetraeder stutzen

Mit dieser Methode wird ein vorhandener Tetraeder gestutzt, sodass die minimale Trefferanzahl erhöht wird. Es entsteht eine m-n Trefferformel. Kombiniert man beide Methoden, so lässt sich eine beliebige Trefferformel generieren. Der Überschaden kann also absolut berechnet werden. Für kürzere Begriffe werden die Wörter Tetraeder und Würfel anstelle von Hypertetraeder und Hyperwürfel verwendet.

Bei der Herleitung der Viertrefferformel wurde bei der 3-4Trefferformel ein Tetraeder im Würfel betrachtet. Dieser kann so groß werden, sodass er nicht mehr in dem Würfel reinpasst. Die Kantenlänge des Tetraeders beträgt e. Auf der ersten Axe des Würfels können jedoch nur Werte aufgetragen werden, die von 1-D bis 1+D gehen. Etwas darunter oder darüber ist per Definition nicht möglich.

Der große Tetraeder muss gestutzt werden, wenn die Kantenlänge größer ist als der Würfel. Die Kantenlänge e1 der kleinen Tetraeder ist um eine Würfellänge reduziert.

e1= e-2·D

e= L-Q·(1-D)

Nimmt man wieder den Einheitswürfel, dann ergeben sich diese Formeln

e1= e-1

e=

Die Kantenlänge des kleinen Tetraeders wird also um 1 reduziert.

Das Volumen eines Tetraeders ist

V= eQ/Q!

Wie viele Tetraeder müssen abgezogen werden? Bei einer Linie wird ein Stück angebrochen. Bei einem Dreieck werden 2 Dreiecke abgetrennt, bei einem Tetraeder schon 3 Tetraeder und bei einem Pentachoron sind es 4 Pentachorons. Die Anzahl der Abzugskörper ist also immer genauso groß wie die Dimension Q.

Die Abzugskörper haben ein Volumen von

V1= -Q·e1Q/Q!

Das Volumen des einfach gestutzten Tetraeders beträgt damit

V= V0+V1

V= eQ/Q!- Q·e1Q/Q!

In der Regel muss der Tetraeder aber mehrmals gestutzt werden. Jeder kleinere Tetraeder ist immer um eine Würfellänge kleiner.

em= e-m·(1)

em=

Das Volumen jedes einzelnen kann damit berechnet werden. Aber wie viele gibt es davon? Dazu mal eine Tabelle mit den bekannten Zahlen.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Hauptobjekte | 1x Stutzen | 2x Stutzen | 3x Stutzen | 4x Stutzen |
| Punkt | 1 |  |  |  |  |
| Linie | 1 | -1 |  |  |  |
| Dreieck | 1 | -2 | 1 |  |  |
| Tetraeder | 1 | -3 | 3 | -1 |  |
| Pentachoron | 1 | -4 | ? | -? | ? |

Auch wenn es bei dem Pentachoron nicht einleuchtet, wie viele Pentachorons bei dem zweiten und dritten Stutzen abgeschnitten werden, kann man anhand der vorhandenen Zahlen dennoch ein Pascalsches Dreieck vermuten.

Die Formel für die Anzahl mit m mal Stutzen lautet

Anzahl=

Vm= Zusammenfassen

Vm= Einsetzen

Vm= gestutze Hypertetraederformel

Diese Formel muss so lange angewendet werden, bis die die Kantenlänge nicht mehr un die Würfellänge zu reduzieren geht. Die Stutzenanzahl m berechnet sich daher mit

max m= Int(e)

max m=

Um zu wissen wie oft das Hypertetraederobjekt gestutzt wird, muss man vorher wissen wie groß L und D sind. In der Praxis sind diese Werte gegeben. Zum Herleiten einer Trefferformel, in der man später L und D einsetzen will, muss man diese vorher schon wissen.

Also. Ohne das genaue Wissen über L und D gibt es keine Trefferformel. Dieses Problem tauchte schon bei der 2-3Trefferformel auf. Da musste man vorher wissen, ob die Leben größer oder geringer als 2 sind, dann konnte man sich die richtige Formel nehmen.

Beispiel:

Eine Einheit hat 3,3 Leben und die Streuung beträgt D=0,5. Wie viele Summanden hat die Trefferformel?

min T= 1+Int(L/(1+D))= 1+Int(3,3/1,5)

min T= 3 minimale Trefferanzahl

max T= 1+Int(L/(1-D))= 1+Int(3,3/0,5)

max T= 7 maximale Trefferanzahl

Die Einheit wird mit 3 bis 7 Treffer besiegt und der Überschaden wird mit der 3-7Trefferformel berechnet.

Zuerst werden 7 Objekte der Dimension 0 bis 6 erstellt.

V(Q=0)= 1

V(Q=1)= 1

V(Q=2)= 1

V(Q=3)= V(Q=3)

V(Q=4)= V(Q=4)

V(Q=5)= V(Q=5)

V(Q=6)= V(Q=6)

Zuerst werden die Summanden für V(Q=3) ermittelt

m(Q=3)= = = 1

Das Hypertetraederobjekt V(Q=3) muss einmal gestutzt werden und erhält daher 2 Summanden.

m(Q=4)= = 1

m(Q=5)= = 0

m(Q=6)= = 0

Die 3-7 Trefferformel für L=3,3 und D=0,5 besteht aus 9 Summanden

U=

### G Zusammenfassung

Dieser Algortihmus beschreibt, wie eine m-nTrefferformel erstellt wird

Zuerst wird bestimmt, mit wie vielen Treffern die Einheit besiegt sein wird.

min T= 1+Int(L/(1+D)) minimale Trefferanzahl

max T= 1+Int(L/(1-D)) maximale Trefferanzahl

Ist der Bruch eine ganze Zahl, so ist die Formel ohne 1+ anzuwenden.

Die maximale Dimension ist um eins geringer als die maximale Trefferanzahl

max Q= max T -1

Für jede Dimension wird ein Hypertetraederobjekt erstellt.

Jedes Hypertetraederobjekt besteht aus eine Schar an Hypertetraedern, die einen gestutzten Hypertetraeder ergeben. Die Formel für einen Hypertetraeder lautet:

Vm(Q)= gestutze Hypertetraederformel

Dabei sind

L= Lebenschadenverhältnis

Q= aktuelle Dimension (Werte von 0 bis max Q)

D= Streuung

m= aktuelles Stutzen (Werte von 0 bis max m)

Die maximale Anzahl m in einem Hypertetraederobjekt beträgt

max m(Q)=

Das Volumen des Hypertetraederobjektes ist sie Summe aller Hypertetraeder

V(Q)= V(Q)-V1(Q)+V2(Q)-V3(Q)+V4(Q)… +Vmax m(Q)

Definiert man das Volumen als Positiv, so hat jeder zweite Term ein negatives Vorzeichen.

Ist die aktuelle Dimension kleiner als die maximale Trefferanzahl, dann ist das Volumen des Hypertetraederobjektes immer 1.

V(Q<max T)= 1

V3(4) bedeutet das Volumen des Hypertetraeders in der Dimension Q=4 des Stutzen m=3.

V(3) bedeutet das Volumen des Q-dimensionalen Hypertetraeders.

Die Summe aller Hypertetraederobjekte ist der durchschnittliche Schaden

S= V(0)+V(1)+V(2)…V(max Q)

Der Überschaden ist die Differenz zwischen den Schaden und den Leben

U= 1+V(1)+V(2)…V(Q)-L

Die Trefferformel wird also mit 2 Schleifen generiert. In der einen Schleife die Hypertetraeder- objekte und in der zweiten Schleife alle Hypertetraeder im Hypertetraederobjekt. Für etwas robustere Einheiten ergibt sich da schnell eine große Anzahl an Summanden.

In VBA sieht der Algorithmus der m-nTrefferformel so aus:

Function Uschaden(ByVal L As Double, ByVal d As Double) As Double

Dim HV#, T2#, L0#, L1#, minT#, maxT#, Fak#, Fak1#

Dim i%, j%, Q%, vz%, Stutzen As Integer

HV = Int(L) \* (1 + d) - L

T2 = L - (1 + Int(L)) \* (1 - d)

If HV < T2 Then HV = T2

If HV <= 0.1 ^ 10 Then

Uschaden = 1 - L + Int(L)

If L = Int(L) Then Uschaden = Uschaden - 1

Else

minT = Int(L / (1 + d)) + 1

If d >= 1 Then maxT = 40 Else maxT = L / (1 - d)

If maxT > 40 Then maxT = 40

If maxT <> Int(maxT) Then maxT = Int(maxT) + 1

Q = maxT - 1

Fak = 1

Uschaden = 1

For i = 1 To Q

L0 = (L - i \* (1 - d)) / (2 \* d)

Fak = Fak \* i

If i < minT Then

HV = 1

Else

Stutzen = Int(L0)

HV = 0

Fak1 = Fak

vz = -1

For j = 0 To Stutzen

If vz = -1 Then vz = 1 Else vz = -1

HV = HV + vz \* (L0 - j) ^ i / Fak1

Fak1 = Fak1 \* (j + 1) / (i - j)

Next

End If

Uschaden = Uschaden + HV

Next

Uschaden = Uschaden - L

End If

End Function

### R Rechenbeispiel zur Trefferformel

Ein Kung Fu Meister tritt gegen einen Karate Schwarzgurt an. Der Kung Fu Meister hat 29,92 Leben und der Schwarzgurt richtet pro Attacke einen Schaden von 1,54 bis 7,26 an. Zur Vereinfachung der Aufgabe werden weitere Werte nicht angegeben. Gesucht ist nicht der Gewinner, sondern wie viel Überschaden der Kung Fu Meister erleidet.

Bevor die Trefferformel erstellt wird, muss erst das Lebenschadenverhältnis und die Streuung berechnet werden.

S= (min S+ max S)/2= (1,54+7,26)/2

S= 4,4 mittlerer Schaden

s= L/D= 29,92/4,4

s=6,8 Lebenschadenverhältnis

D= max S/S-1= 7,26/4,4-1

D=0,65 Streuung

Die Werte s und D werden als L und D in den Algorithmus eingesetzt.

min T= =

min T= 5

max T= =

max T= 20

Es wird eine 5-20Trefferformel hergeleitet

max Q= max T -1= 20-1

max Q= 19

Es werden 20 Hypertetraederobjekte V(0) bis V(19) erstellt.

Das Volumen jedes Hypertetraederobjektes ist 1, dessen Dimension kleiner ist als die minimale Trefferanzahl.

Q < min T

Q < 5

Es sind 5 Hypertetraeder betroffen, nämlich V(0), V(1), V(2), V(3), V(4).

Die maximale Anzahl m in jedem Hypertetraederobjekt beträgt

max m(Q)=

max m(Q)=

Die maximale Anzahl der Hypertetraederobjekte von V(0) bis V(4) braucht nicht mehr berechnet werden, weil das Volumen bereits bekannt ist.

max m(5)= = 3

Die 3 bedeutet 3 mal Stutzen, also 4 Hypertetraeder. Die weiteren Anzahlen für max m(5) bis max m(19) werden mit der gleichen Formel berechnet. Es ergibt sich diese Liste:

max m(5 bis 19) = 3; 3; 3; 3; 2; 2; 2; 2; 1; 1; 1; 0; 0; 0; 0

Der Überschaden ist damit

U= V(0) +V(1) +V(2) +V(3) +V(4) +V(5) +V(6) +V(7) +V(8) +V(9) +V(10) +V(11) +V(12) +V(13) +V(14) +V(15) +V(16) +V(17) +V(18) +V(19)

Setzt man die Werte ein, dann erhält man

U= -L

Zuletzt wird das Volumen jedes Hypertetraeders ausgerechnet.

Vm(Q)=

Diese Formel wird in die große Summe eingesetzt und

damit erhält man die 5-20 Trefferformel für L= 6,8 und D=0,65

U= -L

U= -6,8

U= 0,570425906

Da die Leben und die Streuung groß sind, kann der Überschaden auch näherungsweise mit dieser Formel berechnet werden:

U= 0,5+D²/6= 0,5+0,65²/6

U= 0,570416667

Die Näherung kommt der genauen Berechnung sehr nahe.

Als letztes muss noch das Überschadenverhältnis, das die Formel ausgegeben hat, in einen Überschaden umgerechnet werden.

Überschaden= Überschadenverhältnis · Schaden

U= 0,5704·4,4= 2,5099

## G getreppter dreieckiger Kampf

Vereinfachend wurde der Kampf in rechteckig und dreieckig aufgeteilt. Der Kampfbeiwert bestimmt dabei, wie groß das Rechteck davon ist. Bei einem Kampfbeiwert von 0,5 ist der Kampfverlauf dreieckig. Bei dieser Kampfweise wird eine Einheit nach der anderen abgeschossen. Zeichnet man diesen Kampfverlauf genauer auf, so sitzt zusätzlich auf dem Dreieck noch eine Treppe.

dreieckiger Kampf mit Treppe G

dreieckige Kampfbeiwertformel

Der Kampfbeiwert ist für die dreieckige Kampfweise nur bei unendlich großer Anzahl 0,5 ,denn im gesamten Kampf gibt es immer eine Einheit, die bis zum letzten Schuss durchhält. Diese eine Einheit wird in den Zusatzterm 1/(2·N) erfasst.

dreieckiger Kampf mit Treppe - Die Anzahl der Einheiten ist die Anzahl der Stufen G

Für allein kämpfende Helden ist der Kampf sowohl dreieckig als auch rechteckig. Ein Held kämpft dreieckig, weil die Einheiten dieser Armee nacheinander abgeschossen werden. Der Held kämpft rechteckig, weil alle Einheiten dieser Armee bis zum Schluss durchhalten. Der Zusatzterm verbindet beide Definitionen zu einem sinnvollen Ergebnis.

Berücksichtigt man diese Besonderheit in einem trapezigen Kampf mit dem Kampfbeiwert f, so ändern sich die Formeln für die rechteckigen und dreieckigen Leben.

trapeziger Kampfverlauf mit Treppe G

Herleitung der Formel für rechteckige Leben

Grundformeln

L= Ld+Lr Formel für Lebenaufteilung

fr= 1

fd= 0,5+0,5/N

f·L= fr·Lr+fd·Ld fr=1 einsetzen

f·L= Lr+ fd·Ld Ld= L-Lr einsetzen

f·L= Lr+ fd·(L-Lr) Klammer auflösen

f·L= Lr+ fd·L- fd·Lr Lr ausklammern

f·L= Lr·(1-fd)+ fd·L -fd·L

f·L-fd·L= Lr·(1-fd) L ausklammern

L·(f-fd)= Lr·(1-fd) Seiten tauschen und /(1-fd)

Lr= fd= 0,5+0,5/N einsetzen

Lr= Zusammenfassen

Lr= Formel für rechteckige Leben

Herleitung der Formel für dreieckige Leben

f·L= Lr+ fd·Ld Lr= L-Ld einsetzen

f·L= L-Ld+ fd·Ld Ld ausklammern

f·L= L+Ld·(fd-1) -L

f·L-L=Ld·(fd-1) L ausklammern

L·(f-1)= Ld·(fd-1) /(fd-1)

L·(f-1)/(fd-1)= Ld fd einsetzen

L·(f-1)/(0,5+0,5/N-1)= Ld Seiten tauschen und zusammenfassen

Ld= Formel für dreieckige Leben

## H Kampfkraftformel mit Überschaden

Mit der Überschadensformel kann der Überschaden berechnet werden. Der Überschaden wird zu den Leben der Einheiten hinzuaddiert.

Lu= L+U

Die zusätzlichen Leben wirken aber erst, wenn Einheiten ausscheiden. Das heißt, dass die Armee in der rechteckigen Kampfweise nicht davon profitiert. Der dreieckige Teil wird also verlängert.

Der Überschaden wird auf die dreieckigen Leben hinzuaddiert G

Auch wenn dieses Modell noch so einleuchtend ist, gilt es nur exakt, wenn jede Einheit mit einer vorhersagbaren Anzahl von Treffern besiegt ist. Z.B. ein Treffer macht 12 bis 15 Schaden und die Einheit hat 32 Leben. Für große Streuungen ist dieses Modell nur eine gute Näherung.

Der Kampf wird in rechteckig und dreieckig aufgeteilt

K= (fr·Lr+(Ld)·fd)·A·N²

Die dreieckigen Leben werden um den Überschaden erweitert.

K/(A·N²)= fr·Lr+(Ld+U)·fd

Die Formeln für fr, Lr, Lr und fd aus dem vorherigen Kapitel werden eingesetzt und die andere Seite der Gleichung nicht betrachtet.

Für die Übersicht wird fd erstmal nicht eingesetzt

Klammer auflösen

Vorzeichen tauschen

Bruch addieren

Summanden zusammenfassen

fd zusammenfassen

f ausklammern

Kürzen

L·f+fd·U= K/(A·N²)

K= (L·f+fd·U)·A·N²

Für diese Gleichung gibt es 2 Wege, wie sie verwertet wird. Der eine Weg ist, dass man damit den Schadensbeiwert ermittelt, den das Makro Überschaden mit auswirft.

Die Kampfkraftgleichung, die den Schadensbeiwert beinhaltet lautet:

K= u·f·L·A·N² Gleichsetzen

u·f·L·A·N² =(L·f+fd·U)·A·N²= /A·N²

u·f·L=L·f+fd·U /f·L

u= fd einsetzen

u= Schadensbeiwertformel

Der andere Weg ist, dass man einen neuen Kampfbeiwert fu berechnet, der den Überschaden berücksichtigt.

K= fu·Lu·A·N² Gleichsetzen

fu·Lu·A·N²= (L·f+fd·U)·A·N² /A·N²

fu·Lu= L·f+fd·U /Lu

fu= Lu und fd einsetzen

fu= Kampfbeiwertformel

Dieser Weg wird für dieses Dokument verwendet.

# H Details aller Kämpfe

Dieses Kapitel geht sehr tief in Kampfdetails. Dabei werden Formeln für den Überschaden, Leben des letzten Überlebenden und der Kampfbeiwert ermittelt. Der Kampf wird aus der Verliererperspektive untersucht, sodass die eigene Armee zur Ermittlung der Kampfkraft immer besiegt wird.

Es werden neue Begriffe und Formelzeichen eingeführt.

## G Begriffe

Lebenschadenverhältnis

s =

Schaden geS  
Der Schaden reduziert die Leben einer Einheit. Es gibt 2 Schadensarten:

1. durchschnittlicher Schaden geS =
2. einzelner Schaden geS =

Je nach Kontext ist der durchschnittliche oder einzelne Schaden gemeint. Da in diesem Kapitel nur die eigenen Leben und der gegnerische Schaden an den eigenen Leben betrachtet werden, wird das Adjektiv „gegnerisch“ weggelassen. Statt geS wird S geschrieben.

Treffer

Ein Treffer verursacht Schaden an einer Einheit. Schuss und Treffer sind das gleiche, wenn Schüsse immer treffen.

Schuss; Schlag

Eine gegnerische Einheit versucht Schaden anzurichten und muss dabei erst noch treffen.

Schadenverhältnis v

v=

Streuung D

Die Streuung beschreibt wie stark der einzelne Schaden um das D-fache des durchschnittlichen Schaden vom durchschnittlichen Schaden abweichen kann. Bei einer Streuung von 0 ist der Schaden immer gleich und bei einer Streuung D=1 liegt das Schadenverhältnis zwischen 0 bis 2. Die Wahrscheinlichkeit im Streubereich folgt nicht einer Normalverteilung, sondern ist konstant. Da die Formeln für eine konstante Verteilung entwickelt wurden, ist es nicht möglich kritische Treffer zu berücksichtigen.

Überschaden U

Wenn eine Einheit mehr Schaden erleidet, als zum Besiegen nötig sind, sind die vorhandenen Leben der Einheit im negativen Bereich. Diese negativen Leben sind der Überschaden. Der Überschaden nützt der besiegten Einheit, weil sie mehr Schaden aufnehmen konnte. Einige Einheiten können die besondere Fähigkeit besitzen, dass sie keinen Überschaden verursachen, sondern dahinter liegende Ziele schwächen.

Überschadenverhältnis u

u =

Es ist kontextabhängig, ob nun ein durchschnittliches Überschadensverhältis oder ein einzelnes Überschadensverhältis gemeint ist. Die Überschadensformel wirft ein durchschnittliches Überschadensverhältis aus!

letzte Leben 1/m

Abkürzung für „Leben des letzten Überlebenden“. Die vorletzte Einheit einer Armee wurde besiegt. Die letzten Leben sind folgender Wert der letzten Einheit

1/m=

**Beispiel**

Eine gegnerische Einheit kann einen Schaden von 40 bis 60 anrichten und kämpft gegen eine eigene Einheit mit 80 Leben. Der Gegner hat mit dem ersten Schlag schon ganze 58 Schaden verursacht und die Einheit mit einem zweiten Treffer von 52 niedergestreckt. Ausweichen und Rüstungsboni gebe es nicht, aber der Gegner trifft zu 80%.

Der einzelne Schaden des ersten Treffers war 58 L.

Der durchschnittliche Schaden beträgt

S= = 50 L

Das Lebenschadenverhältnis beträgt

s= = = 1,6

Der Angriff beträgt

S·T= 50·0,8 = 40a

Die Streuung beträgt

D= (60-50)/50 = 0,2

Der erste Schlag hatte ein (überdurchschnittliches) Schadensverhältnis von

v= 58/50 = 1,16

Der einzelne Überschaden ist

U= (58+52)-L= 30

Das einzelne Überschadensverhältnis beträgt

u= = = 0,6

Das durchschnittliche Überschadensverhältnis beträgt

u = f(s;L;D)= 1- s +Int(s)= 1 - 1,6 + 1 = 0,4

Die letzten Leben sind

1/m = 80 (es kämpfte nur eine Einheit)

## H Das Untersuchungsmakro

Die Formeln für den Kampfbeiwert, Schadensbeiwert, Überschaden und Leben des letzten Überlebenden werden aus Versuche gewonnen. Der Kampf wird durch folgenden Algorithmus simuliert:

* Es gibt N Soldaten im Kampf.
* Jeder Soldat startet mit den Leben L.
* Es wird einmal geschossen und ein zufälliger Soldat erleidet Schaden. Schüsse treffen immer.
* Die Leben von diesem Soldat werden um den Schaden S reduziert.
* Wenn der Soldat 0 oder negative Leben hat, dann ist er besiegt.
* Auf besiegte Soldaten wird nicht geschossen.
* Es wird eine Vereinfachung getroffen:  
  Der Angriff A jedes Soldaten ist 1. Damit ist A=N.
* Der Schaden ist 1 + einen Zufallsanteil D. Da der Schaden durchschnittlich 1 ist, gilt  
  Schaden S = Schadensverhältnis v  
  Leben L = Lebenschadenverhältnis s  
  **Wenn von Schaden und Leben die Rede ist, bedeutet dies eigentlich Schadensverhältnis und Lebenschadensverhältnis!**
* Durch den erlittenen Schaden entsteht Teilkampfkraft k.  
  Diese ist Schaden·Angriff. Da A=N folgt  
  Teilkampfkraft= Schaden·Anzahl.

Wird ein Soldat besiegt, so gibt es 2 Sorten des Schadens:

Der eine Schaden ist vollständig (mit Überschaden) und der andere ist nur so groß wie die Leben, die der Soldat noch hatte. Erleidet eine Einheit mit 0,4 Leben 1,1 Schaden, so müssen die Schadensarten 0,4 und 1,1 verwertet werden. Die 0,4 reichen aus, um sie zu besiegen und die weiteren 0,7 Überschaden sind unwirksam. Der vollständige Schaden (die 1,1) bekommt den Index u. Also gilt:

k= S·N

ku= Su·N

Die Schießerei wird solange fortgesetzt, bis kein Soldat mehr übrig ist.

Die Kampfkraft ist die Summe der Teilkampfkräfte. Es gibt die beiden Kampfkräfte K und Ku. Bei der Kampfkraft Ku ist der Überschaden mitberücksichtigt, sodass die Armee mit mehr Leben kämpft.

Da die Kampfkraft nun gegeben ist, so kann der Kampfbeiwert und der Schadensbeiwert berechnet werden. Die Größe K liefert den Kampfbeiwert f.

K= f·L·A·N² nach f umstellen

f= K/(L·A·N²)

Die Große Ku liefert das Produkt aus f und u. Da der Kampfbeiwert schon berechnet ist, kann der Schadensbeiwert u rückgerechnet werden.

Ku= u·f·L·A·N²

u= Ku/(f·L·A·N²)

Weiterhin werden die Leben des letzten Überlebenden 1/f’(0) ermittelt. Diese Größe beschreibt die durchschnittlichen Leben des letzten Soldaten ein Schuss nachdem der vorletzte starb. f’(0) ist die Angriffssteigung an der Stelle x=0.

Für die Simulation werden Kämpfe mit diesen Parametern untersucht:

Leben L= 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 1; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2; 2,2; 2,4; 2,6; 2,8; 3; 3,2; 3,4; 3,6; 3,8; 4; 4,4; 4,8; 5,2; 5,6; 6; 6,4; 6,8; 7,2; 7,6; 8; 8,4; 8,8; 9,2; 9,6; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24 (53 Werte insgesamt)

Anzahl N= 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100 (43 Werte insgesamt; Summe = 1409)

Streuung D= 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1 (11 Werte insgesamt)

Damit ergeben sich 3 Zahlenquader mit jeweils

54·43·11= 25 542 Werten

Der eine Quader beinhaltet den Schadensbeiwert, der zweite den Kampfbeiwert und der dritte die Leben des letzten Überlebenden.

Jede Schlacht wurde 11 000 Mal geführt, sodass jeder dieser 3 Werte einen zuverlässigen Mittelwert darstellt. Das Adjektiv des Wortes „Mittelwert“ heißt durchschnittlich.

25 542·11 000= 280 962 000 Schlachten

53·1409·11·11000= 9 035 917 000 Soldaten sind im Kampf für die Formeln gefallen.

### H Makro Massenschlacht

Das Makro für die Ermittlung der 3 Werte lautet:

Sub Massenschlacht()

Dim Ws As Worksheet

Dim Reihe, Kämpfe As Integer

Dim Spalte, Zähler, Zählerrr, Anzahl, bisAnzahl, Getroffen, Zahl As Byte

Dim Lebende, Toter, Anzahlschleife As Byte

Dim Schritte, Lebensschleife As Byte

Dim Leben, Schuss, rSchuss, Basisschaden, Streuung As Double

Dim bisStreuung, Zwischenlager, Schrittgröße, gL As Double

Dim Teilkampfkraft, Teilkampfukraft, Kampfkraft, Kampfukraft, Mittelwertf, Mittelwertfu As Double

Dim Soldat() As Double

Dim Friedhof() As Double

Dim MittlereSterbezeit() As Double

Application.ScreenUpdating = False

Set Ws = Application.ActiveWorkbook.ActiveSheet

Spalte = -10

Leben = Ws.Cells(2, 2).Value

Schritte = Ws.Cells(2, 3).Value

Schrittgröße = Ws.Cells(2, 4).Value

Anzahl = Ws.Cells(1, 2).Value - 1

bisAnzahl = Ws.Cells(1, 4).Value - 1

Basisschaden = Ws.Cells(4, 2).Value

Streuung = Ws.Cells(5, 2).Value

bisStreuung = Ws.Cells(5, 4).Value

Kämpfe = Ws.Cells(7, 2).Value

Ws.Cells(10, 1).Value = "Lebende"

Ws.Cells(10, 2).Value = "Getroffen"

Ws.Cells(10, 3).Value = "rSchaden"

Ws.Cells(10, 4).Value = "Schaden"

Ws.Cells(10, 5).Value = "Kampfkraft"

Ws.Cells(10, 6).Value = "Kampfukraft"

Reihe = 11

Zählerrr = 1

For Streuung = Ws.Cells(5, 2).Value To bisStreuung 'Schleife für alle Streuungen

Leben = Ws.Cells(2, 2).Value

Leben = Leben - Schrittgröße 'Schleife für alle Lebensschritte

Lebensschleife = 1

For Lebensschleife = 1 To Schritte

If (Lebensschleife - 1) / Schritte < 0.34 Then

Leben = Leben + Schrittgröße

ElseIf (Lebensschleife - 1) / Schritte < 0.68 Then

Leben = Leben + 1 \* Schrittgröße

Else

Leben = Leben + 1 \* Schrittgröße

End If

Leben = Round(Leben, 2)

Reihe = Reihe + 1

Anzahl = Ws.Cells(1, 2).Value - 1

Anzahlschleife = Anzahl 'Schleife für alle Anzahlen

For Anzahlschleife = Anzahl To bisAnzahl

If Anzahl < 30 Then

Anzahl = Anzahl + 1

Else

Anzahl = Anzahl + 5

Anzahlschleife = Anzahlschleife + 4

End If

ReDim Soldat(Anzahl)

ReDim Friedhof(Anzahl)

ReDim MittlereSterbezeit(Anzahl)

Mittelwertf = 0

Mittelwertfu = 0

For Zähler = 1 To Anzahl

MittlereSterbezeit(Zähler) = 0

Next

For Zählerrr = 1 To Kämpfe 'Schleife für alle Kämpfe

'Armee wiederherstellen

gL = Leben \* Anzahl

For Zähler = 1 To Anzahl

Soldat(Zähler) = Leben

Next

Lebende = Anzahl

Teilkampfkraft = 0

Kampfkraft = 0

Teilkampfukraft = 0

Kampfukraft = 0

'Gemetzel beginnt hier

While Lebende > 0

If Streuung = 0 Then

Schuss = Basisschaden

Else

Schuss = Basisschaden - Streuung / 10 + 0.2 \* Streuung \* Rnd

End If

Getroffen = Round(0.5 + Lebende \* Rnd)

Soldat(Getroffen) = Soldat(Getroffen) - Schuss

If Soldat(Getroffen) <= 0 Then

rSchuss = Soldat(Getroffen) + Schuss

gL = gL - rSchuss

Friedhof(Lebende) = gL

MittlereSterbezeit(Lebende) = MittlereSterbezeit(Lebende) + gL / Kämpfe

Soldat(Getroffen) = Soldat(Lebende)

Soldat(Lebende) = 0

Lebende = Lebende - 1

Toter = 1

Else

rSchuss = Schuss

gL = gL - Schuss

Toter = 0

End If

Teilkampfkraft = rSchuss \* (Lebende + Toter)

Kampfkraft = Kampfkraft + Teilkampfkraft

Teilkampfukraft = Schuss \* (Lebende + Toter)

Kampfukraft = Kampfukraft + Teilkampfukraft

Wend

Mittelwertf = Mittelwertf + Kampfkraft / (Anzahl ^ 2 \* Leben \* Kämpfe)

Mittelwertfu = Mittelwertfu + Kampfukraft / (Anzahl ^ 2 \* Leben \* Kämpfe)

Next 'Schleife für alle Kämpfe

Reihe = Reihe + 1

Ws.Cells(Reihe - 1, 1 + Spalte).Value = "f; f\*u; m0"

Ws.Cells(Reihe - 1, 2 + Spalte).Value = Mittelwertf

Ws.Cells(Reihe - 1, 3 + Spalte).Value = Mittelwertfu

Ws.Cells(Reihe - 1, 5 + Spalte).Value = "Ende der " & Kämpfe & \_

" Kämpfe mit " & Anzahl & "N und " & Leben & "L; Streuung= " & Streuung / 10

Ws.Cells(Reihe - 1, 4 + Spalte).Value = MittlereSterbezeit(2)

Next 'Schleife für alle Anzahlen

Next 'Schleife für alle Lebensschritte

Next 'Schleife für alle Streuungen

Application.ScreenUpdating = True

**End Sub**

## H Leben des letzten Überlebenden

Die Leben des letzten Überlebenden 1/m werden für ein genaueres Modell des Kampfverlaufes benötigt. Das genauere Modell wird für dieses Dokument nicht weiter verwendet.

Kampfverlauf mit Leben des letzten Überlebenden G

Als Leben des letzten Überlebenden werden diejenigen Leben gezählt, in der der Letzte die ganze Zeit alleine kämpft. Es ist daher nicht der Schaden, den der letzte Schuss verursacht. Der Letzte kann mehrere Schüsse aushalten.

Als Kurzform für „Leben des letzten Überlebenden“ wird der Begriff letzte Leben verwendet.

Das Formelzeichen 1/m wurde so gewählt, dass ein Zusammenhang mit der Angriffssteigung besteht. Dividiert man 1 durch die letzten Leben, so erhält man die Angriffssteigung am Ende des Kampfes (Gültig für A=1).

1/(1/m)= m

Die letzten Leben sind von der Anzahl, der Leben und der Streuung abhängig und bilden einen Zahlenwürfel.

Dazu einen Rückblick auf die Problematik des Überschadens. Bei nur 2 Parametern hat man ein Zahlenrechteck, das man als unebene Fläche in einem räumlichen Quaderdiagramm darstellen kann. Der Quader wird von 6 Oberflächen begrenzt. Es können daher 6 zweidimensionale Diagramme als Begrenzung des Quaders verwendet werden.

Im Raum wird der Überschaden in Abhängigkeit von der Streuung und der Leben dargestellt.

U=f(L,D)

Die 6 Begrenzungen des 3D Diagramms aus dem vorherigen Kapitel lauten:

U=f(L) mit D=0

U=f(L) mit D=1

U=f(D) mit L= 0

U=f(D) mit L= 4

0=f(L,D)

1=F(L,D)

Aufteilung eines Würfels in FlächenIn den Diagrammen 0=f(L,D) und 1=f(L,D) können an mehreren Stellen Linien übereinander sein und es kann Stellen geben, an denen es keine Linie gibt. Für den Fall des Überschadens sind beide Diagramme fast Leer, weil nur für D=0 und L=Ganzzahlig Werte von 0 und 1 auftreten. Sie sind zwar sinnlos, aber begrenzen den Quader von oben und unten.

G

Der Zahlenquader der letzten Leben hat eine Dimension zuviel, sodass er in einem Tesseraktdiagramm als unebenen Raum dargestellt wird. Ein Tesserakt wird 8 Oberräumen begrenzt. Jeder dieser Räume kann in einem räumlichen Diagramm dargestellt werden.

Aufteilung eines Tesseraktes in Würfel G

Die Quader lauten:

1/m= f(L;D) mit N=2

1/m= f(L;D) mit N=100

1/m= f(L;N) mit D=0

1/m= f(L;N) mit D=1

1/m= f(D;N) mit L=0,1

1/m= f(D;N) mit L=24

0= f(L;D;N)

1= f(L;D;N)

Der Quader für 0= f(L;D;N) ist fast leer, da die letzten Leben nur 0 sind, wenn der Überschaden 0 ist. Der Quader für 1= f(L;D;N) enthält mehrere gekrümmte Ebenen, da es viele Möglichkeiten gibt, wie die letzten Leben genau 1 sein können. Es sind auch Werte größer als 1 möglich.

Es gibt auch noch eine andere Möglichkeit, wie man Werte darstellt. Dabei werden nicht alle Begrenzungen in einer Dimension tiefer aufgeführt, sondern das Objekt in mehrere Scheiben geschnitten.

Quader Tesserakt

Würfel2.wmfalternative Aufteilung eines Tesseraktes in Würfel G

Schneidet man einen Quader, so erhält man Rechtecke, die möglichst dünn sein sollten. Das gleiche ist mit einem Tesserakt möglich. Diesen kann man in mehrere Würfel schneiden, die in der vierten Dimension möglichst dünn sind.

Da die vierte Dimension (letzte Leben) eine zugeordnete Größe ist, ist es nicht notwendig diese als Länge darzustellen. Als vierte Dimension können Farbe, Zeit oder Material verwendet werden. Den Zahlenquader kann man sich wie ein Betonklotz vorstellen, wo an jeden Ort (3 Dimensionen) ein bestimmtes Material (eine Dimension) ist. Diesen Betonklotz kann man in mehrere Scheiben schneiden, um dessen Inneres zu betrachten.

Der Tesserakt der letzten Leben wird daher in 11 Quader entlang der Streuung D geschnitten. Damit sind auch Werte in der Mitte des Tesseraktes sichtbar. Die beiden äußeren Scheiben gelten für D=0 und D=1 und dazwischen sind Schnitte in Abstand von 0,1·D. Jede Scheibe hat damit nur noch die erste, zweite und vierte Dimension. Die dritte Dimension, die Höhe, ist verschwunden, sodass der Inhalt auf ein Blatt Papier passt. Für die vierte Dimension wird die Farbe verwendet.

Die Werte werden folgendermaßen dargestellt:

* + Die horizontale Axe hat die Leben.
  + Die vertikale Axe hat die Anzahl.
  + PaletteDie 11 Scheiben für jede Streuung werden untereinander angeordnet, sodass D=0 oben und D=1 unten ist
  + Jedem Wert wird ein Pixel zugeordnet.
  + Der Grauton ist 1/m mit Grauton = Int(60·1/m)  
    Für 1/m=0 ist die Farbe schwarz und für 1/m=255/60 oder darüber ist die Farbe weiß.  
    Die Grautöne werden JPG-komprimiert.
  + Für die Differenz zwischen Orginalwert und Formelwert werden die Farbtöne der rechten Farbskala verwendet.  
    Die Farbtöne werden PNG-komprimiert.

G

Beispielhaft werden hier die Leben des letzen Überlebenden für eine Streuung von 0 in Abhängig- keit von den Leben (horizontal) und der Anzahl (vertikal) dargestellt, wobei ein schwarzer Pixel 1/m=0 bedeutet und ein weißer Pixel 1/m ≈ 4. Das Bild befindet sich stark verkleinert nochmal obenlinks auf der drittnächsten Seite.

Diagramm Leben des letzten Überlebenden in GraustufenmD0.PNG

G

Je nach Einstellung des Betriebsystems werden die Pixel der extrem niedrigauflösenden Bitmap scharf oder verschwommen dargestellt. Das Raster umgrenzt jeden einzelnen Pixel. Korrekt ist eine scharfe und einfarbige Darstellung innerhalb eines Quadrates. Verschwommen hat nichts mit dem Inhalt zu tun, da es bei ganzzahligen Leben scharfe Übergänge gibt.

Die Zahl oben links (L=0,1 N=2) ist 0,1

Die Zahl oben rechts (L=24 N=2) ist 5,541

Die Zahl unten links (L=0,1 N=100) ist 0,1

Die Zahl unten rechts (L=24 N=100) ist 2,37

räumliche Darstellung des Diagramms

Diagramm Leben des letzten Überlebenden in 3D

G

### G Formel der letzten Leben

**Function** Letzter(ByVal N As Integer, \_

ByVal L As Double, ByVal d As Double) As Double

Dim Lebenreduktion As Double Variabendeklaration

Dim Term As Double

If L <= (1 - d) Or N = 1 Then

Letzter = L Trivialteil

Else

Term = 2 \* L - 2 \* Int(L) – 1 Hilfsterm

If d = 0 Then

Lebenreduktion = -Term / 2

If L - Int(L) = 0 Then

Lebenreduktion = Lebenreduktion – 1 Trivialteil der

End if Lebenreduktion

ElseIf L - Int(L) = 0 Then Hauptteil

Lebenreduktion = 0

Else

Lebenreduktion = 0.5 \* Sgn(Term) \_ Lebenreduktion

\* Abs(Term) ^ (1 + 0.1/(d^2\*L)) - Term / 2

End If

L = L + Lebenreduktion

Letzter = 0.8 \* L ^ 0.48/N ^ 0.146 – Lebenreduktion Hauptterm

Letzter = Letzter - (0.9 + 0.25\*d) \* (0.0067 \* L ^ 2

Letzter = Letzter - 0.5 \* L + 0.18) / N^ 2

Letzter = Letzter + 0.085 \* (d - 0.5) \* Log(L) Korrekturterme

Letzter = Letzter + 0.2 \* (d - 0.5) ^ 2

Letzter = Letzter - 0.001 \* (d = 0) \* N

Letzter = Letzter - 0.15\*d\*(1-0.3\*Log(N))/(1+1.5\*L^2)

End If

**End Function**

Das Bestimmtheitsmaß der Formel der letzten Leben beträgt 0,9988.

Die Formel gliedert sich folgendermaßen

1. Variablendeklaration
2. Trivialteil
3. Hauptteil  
   Der Hauptteil unterteilt sich in mehrere Abschnitte  
   1. Hilfsterm  
   2. Lebenreduktion  
   3. Hauptterm
4. Korrekturterme

Im Gegensatz zum Überschaden hat die Formel der letzten Leben einen kürzeren Trivialteil, der Hauptteil verfügt zusätzlich über eine Lebenreduktion und es gibt viel mehr Korrekturterme.

Triviale Formelteile liefern schnell exakte Ergebnisse.

Der Hauptteil bildet das Rückgrad der Formel und behebt weitestgehend diskrete Einflüsse. Er selbst liefert nur Ergebnisse mit moderater Genauigkeit.

Die starke Genauigkeit wird von den Korrekturtermen geliefert, die auf die Vorarbeit des Hauptteils aufbauen. Die Korrekturterme können leicht aus der Formel ausgebaut werden und gegebenenfalls durch effizientere ersetzt werden.

Eingangswerte

N = Anzahl

L = Lebenschadenverhältnis

d = Streuung

Ausgangswerte

1/m = Leben / gegnerischen Schaden

Trivialteil

Wenn eine Einheit mit einem Schuss besiegt wird, dann hat die letzte übrige Einheit noch keine Leben verloren. Kämpft ein Held alleine, dann ist er zu Beginn des Kampfes bereits der letzte Überlebende. Also wenn L< 1-D oder N=1, dann 1/m=L.

Die Korrekturterme

Orginal Term0 Term1 Term2 Term3 Term6 Diff. 0 Diff. 1 Diff. 2 Diff. 3 Diff. 6

mOrginal.jpgmFormelLV0.jpgmFormelLV1.jpgmFormelLV2.jpgmFormelLV3.jpgmFormelLV4.jpgmFormelDifferenzLV0.PNGmFormelDifferenzLV1.PNGmFormelDifferenzLV2.PNGmFormelDifferenzLV3.PNGWirkungsweise der Näherungsformel für die Leben des letzten Überlebenden

G

Die linke Bildreihe sind die originalen Werte, während Term0 bis Term4 den Genauigkeitsfortschritt der Korrekturterme darstellen. Die bunten Bilder sind die Differenzen zum Orginal.

Term0 ist der nackte Hauptteil der Formel ohne Korrekturterme. Dieser wurde für D=0,5 geeicht.

Die weißen Bereiche der Differenzbilder sind das Ergebnis des Trivialteils.

Term1 ist -(0,0067 · L² - 0,5 · L + 0,18) / N² und entfernt bei D<0,5 den roten Bereich oben rechts.

Term2 ist 0,085 · (d – 0,5) · Log(L) und löst den roten Bereich bei D=1 auf

Term3 ist 0,2 · (d – 0,5)² und arbeitet mit Term2 zusammen und arbeitet am selben Problem.

Term4 ist - 0,001 · (d = 0) · N und verbessert die Werte für D=0.

Term5 multipliziert Term1 mit (0,9 + 0,25 · d), um seine Wirkung für große Streuungen zu verstärken. Außerdem wurden alle Terme (auch der Hauptterm) feinjustiert.

Term6 ist - 0,15 · d · (1 – 0,3 · Log(N))/(1 + 1,5 · L²) und behebt den Bug, dass bei großen Streuungen und kleinen Leben für 1/m teilweise größere Werte rauskommen als L. Der letzte Überlebende kann niemals mehr Leben haben als zu Beginn des Kampfes.

### G Eigenschaften der Formel

Die letzten Leben haben viele Besonderheiten, von denen möglichst viele in der Formel berücksichtigt werden müssen.

1. Wenn L< 1-D, dann existiert eine exakte Lösung, die im Trivialteil berücksichtigt wird.
2. An der Grenze zum Trivialteil existiert kein nahtloser Übergang. Bei großen Anzahlen und kleinen Streuungen fällt der Wert stark ab, umgekehrt nimmt er zu.
3. Für eine Streuung D=0 sind die letzten Leben diskret, während sie für D=1 stetig sind.
4. Der diskrete Einfluss wirkt stark bei D=0,1 und schwächt sich mit höheren Leben ab.
5. Die letzten Leben haben einige Gemeinsamkeiten mit dem Überschaden.
6. Je größer die Leben, desto größer die letzten Leben.
7. Je kleiner die Anzahl, desto größer die letzten Leben.  
   Bei einer Anzahl von 2 sind die letzten Leben besonders groß.

In diesen 4 Diagrammen werden die letzten Leben in Abhängigkeit der Anzahl für ein Leben(schadenverhältnis) L=3 mit variierter Streuung betrachtet.

MschnittL3D0.wmf

MschnittL3D01.wmf

MschnittL3D05.wmf

LdlÜ Schnitt entlang der Anzahl für L=3 G

Die letzten Leben sinken mit zunehmender Anzahl. Für N=1 ist L=3. Bei einer Streuung von 0,1 schwächelt die Formel und liefert abweichende Werte.

In diesen 3 Diagrammen werden die letzten Leben in Abhängigkeit der Anzahl für eine Streuung von 0,5 mit variierten Leben betrachtet.

MschnittL3D05.wmf

MschnittL5D05.wmf

LdlÜ Schnitt entlang der Anzahl für D=0,5 G

Je höher die Leben, desto höher sind auch die Leben des letzten Überlebenden.

Hier sind die letzten Leben in Abhängigkeit von der Anzahl für große Leben und große Streuung aufgetragen.

LdlÜ Schnitt entlang der Anzahl für große Werte G

Die Formel hat Abweichungen für mittlere Anzahlen.

In diesen 5 Diagrammen werden die letzten Leben in Abhängigkeit den Leben für eine Anzahl von 10 mit variierter Streuung betrachtet.

MschnittN10D00.wmf

MschnittN10D005.wmf

MschnittN10D01.wmf

MschnittN10D02.wmf

LdlÜ Schnitt entlang der Leben für N=10 G

Die Ähnlichkeiten mit dem Überschaden sind besonders deutlich. Bei fehlender Streuung steigen die letzten Leben genauso stark wie die Leben und fallen bei jeder ganzen Zahl wieder ab. Im Gegensatz zum Überschaden fallen sie nicht auf 0, sondern auf einen Restwert. Ist die Streuung bereits geringfügig größer als 0, so sind die letzten Leben bei jeder ganzen Zahl zwar nicht 0,5 wie beim Überschaden, aber der Wert befindet sich in der Mitte zwischen den beiden Spitzen. Mit zunehmender Streuung und zunehmenden Leben werden die Spitzen abgerundet. Die Formel bildet zwar die Schwingungen nach, hat aber dennoch Abweichungen.

Hier nochmal der Vergleich zwischen Überschaden und Leben des letzten Überlebenden für D=0.

Vergleich zwischen LdlÜ und Überschaden G

a.wmf

Lebenreduktion

Die Lebenreduktion dient dazu den Sachverhalt für kleine Streuungen nach zu bilden. Für D=0 ist die Steigung überall 1, dennoch fällt der Wert bei jeder ganzen Zahl. Es gilt daher

1/m = a + L - Int(L) mit a= 1/m(Int(L))

1/m = 1/m(Int(L)) + L - Int(L)

Dabei ist a die letzten Leben, die zur vorherigen ganzen Zahl Int(L) zugehören. Für jede ganze Zahl wird 1/m(Int(L)) mit einer Hauptfunxion berechnet.

Beispiel:

Es soll die Hauptfunxion log(x) gelten. Die Funxion f(x) soll aber nicht die Steigung der Hauptfunxion übernehmen, sondern den Sachverhalt, dass die Steigung immer 1 ist. Setzt man für x=2 ein, so erhält man 0,301. Setzt man jedoch 2,1 ein, so liefert log(2,1) nicht die gewünschten 0,301+0,1=0,401, sondern 0,322.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 2 | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,9 | 3 |
| f(x) | 0,301 | 0,322 | 0,342 | 0,362 | 0,38 | 0,398 | 0,415 | 0,431 | 0,447 | 0,462 | 0,477 |
| Sollwert | 0,301 | 0,401 | 0,501 | 0,601 | 0,701 | 0,801 | 0,901 | 1,001 | 1,101 | 1,201 | 0,477 |

Damit f(x) den gewünschten Wert ausgibt muss x vor dem Einsetzten verändert werden. Die 2,1 werden um einen Wert b verändert und dann erst in die Formel eingesetzt. In diesem Fall ist b=0,1 und eingesetzt wird die 2. Nach dem Ausrechnen wird b wieder hinzuaddiert. Die Formel würde daher lauten:

f(x)= log(x-b)+b mit b= x - Int(x)

f(x)= log(x- x + Int(x)) + x - Int(x) einsetzen

f(x)= log(Int(x)) + x - Int(x) zusammenfassen

Zur Berechnung wird f(x)= log(x-b)+b verwendet, weil log(x) die Korrekturterme in der Formel der letzen Leben repräsentiert und diese Terme sind sehr lang.

Was in dem Beispiel b ist, ist in der Formel der letzten Leben die Lebenreduktion. Allerdinx werden die Lebenreduktion nicht mit L-Int(L) berechnet, sondern mit einer Formel.

Außerdem wird nicht auf gerade Zahlen runter subtrahiert, sondern alles auf ,5 bezogen. Das bedeutet, dass die Lebenreduktion bei ,5 genau 0 sind und unveränderte Leben in die Formel eingesetzt werden. Ist der Nachkommawert kleiner als 0,5, so wird ein Wert hinzuaddiert, andernfalls abgezogen. Bei einer Streuung von 0 und ganzzahligen Leben ist die Lebenreduktion 0,5.

Bei einer Streuung größer als 0 und ganzzahligen Leben ist die Lebenreduktion nicht 0,5 sondern 0. Zwischen den ganzen Zahlen steigt und fällt der Wert. Die Spitzen werden stärker abgerundet, je höher die Leben und je höher die Streuung ist.

Lebenreduxion.wmf G

Dies ist der gleiche Sachverhalt wie bei dem Überschaden. Der Mechanismus wird hier nicht nochmal erklärt. Während der Überschaden mit diese Mechanismus direkt berechnet wird, ist der Mechanismus in die Formel der letzten Leben eingebettet. Abgerundete Spitzen bedeuten hier, dass weder mit den orginalen Leben noch mit auf ,5 gesetzte Leben in die Korrekturterme eingesetzt wird. Der Wert ist stattdessen in Richtung ,5 gewandert.

Die Formel für die Lebenreduktion lautet:

Lebenreduktion = 0,5·Sgn(Term)·Abs(Term) ^ (1+0,1/(d²·L)) - Term / 2

Anschließend werden die Leben um die Lebenreduktion verändert.

L = L + Lebenreduktion

Im Hauptterm wird mit den modifizierten Leben gerechnet und die Lebenreduktion wieder angezogen.

Letzter = 0,8·L ^ 0,48 / N ^ 0,146 - Lebenreduktion

In allen Korrekturtermen wird mit den modifizierten Leben gerechnet.

## G Genauer Kampfverlauf

Vereinfachend wird der Kampf in dreieckig und rechteckig unterteilt. Für genauere Berechnungen bietet dieses Kapitel ein genaueres Kampfmodell.

genauer Kampfverlauf - es wird ein anderes Modell als Dreieck - Rechteck verwendet G

Wie im vereinfachten Modell wird der tatsächliche Kampfverlauf durch eine flächengleiche geometrische Figur nachgebildet. Der Kampfverlauf unterteilt sich in einem rechteckigen und einem gekrümmten Bereich. Da die Steigung des gekrümmten Bereiches mit zunehmender Länge gegen 0 geht, wird dieser durch eine Hyperbel angenähert.

Die allgemeine Gleichung der dafür verwendeten Hyperbel lautet:

f(x)=

Die Hyperbel muss folgende Bedingungen des Kampfverlaufes annehmen:

* Sie geht möglichst nahe durch den Ursprung
* Positive Steigung
* Größte Steigung im Ursprung
* Keine Polstelle
* Die horizontale Asymptote muss größer sein als die Anzahl bzw. Angriff, damit dort abgeschnitten werden kann um den rechteckigen Teil zu bilden
* Für doppelte Leben und doppelten gegnerischen Angriff muss das Diagramm genauso aussehen, wenn nur die Beschriftung der X-Axe verdoppelt wird.

Das letzte Kriterium wird eingehalten, in dem x durch geA dividiert wird.

f(x)=

Die Gleichung des Kampfverlaufes lässt sich bestimmen indem die 3 Parameter mit 3 Bedingungen festgelegt werden.

Die erste Bedingung ist, dass die Hyperbel bei dem Wert 0,5 starten muss.

f(0)=0,5

Die 0,5 wurde gewählt, weil diese die Mitte von 0 und 1 ist. Im tatsächliche Kampfverlauf springt der Wert bei x=0 von 1 auf 0.

Die zweite Bedingung ist, dass die Angriffssteigung für x=0 den tatsächlichen Kampfverlauf entsprechen muss.

f’(0)= m

m=

Die Leben des letzten Überlebenden liefern den Wert 1/m, das sich auf das Lebenschadenverhältnis bezieht. Hat die eigene Einheit 8 Leben und der Gegner macht 4 Schaden, so ist die Angriffssteigung nur halb so groß, als wenn man 4 Leben hat und der Gegner 2 Schaden verursacht.

L= s·geA

Die Veränderung der Hyperbel lautet:

f’(x)=

Die zweite Bedingung wird in die Veränderung der Hyperbel eingesetzt:

m= zusammenfassen

m=b/(c²·geA) nach b umstellen

b=m·c²·geA

Die erste Bedingung wird in die Hyperbel eingesetzt

0,5=a- b/(0/geA+c) zusammenfassen

0,5=a- b/c b=m·c²·geA austauschen

0,5=a- m·c²·geA/c kürzen

0,5=a- m·c·geA nach a umstellen

a= 0,5+ m·c·geA

Da die Parameter a und b ausgerechnet wurden, werden diese in die Hyperbelgleichung eingesetzt.

f(x)= 0,5+ geA·m·c- geA·m·c²/(x/geA+c) Kampfverlaufsfunxion

Die dritte Bedingung lautet, dass Orginal und Nachbildung die gleiche Fläche haben müssen. Damit kann der fehlende Parameter c sehr unbequem gefunden werden.

Die 3 Gleichungen für den Kampf lauten:

f’(x)= (m·c²)/(x/geA+c)² Angriffssteigung

f(x)= 0,5 +geA·m·c-geA·m·c²/(x/geA+c) Kampfverlauf

F(x)= 0,5·x+ geA·m·c·x- geA²·m·c²·ln(x/geA+c) Kampfkraft/A

f(x) stellt die Abhängigkeit der Anzahl von den Leben dar. Soll f(x) der Gesamtangriff sein, so ist f(x) mit dem Angriff A zu multiplizieren. Dies ist für die Kampfkraft wichtig, denn

K= F(x)·A

genauer Kampfverlauf mit Vermaßung G

Die Leben werden in rechteckig und dreieckig aufgeteilt. Das Dreieck hat eine gekrümmte Seite.

Als erstes müssen die dreieckigen Leben gLd bestimmt werden. Die dreieckigen Leben sind dort, wo f(x) die Anzahl erreicht.

f(x)= N

N= 0,5 +geA·m·c-geA·m·c²/(x/geA+c)

Diese Gleichung muss nach x umgestellt werden. Dabei ist x= gLd.

N= 0,5 +geA·m·c-geA·m·c²/(gLd/geA+c) -0,5-geA·m·c

N-0,5 -geA·m·c = -geA·m·c²/(gLd/geA+c) /-1

0,5 +geA·m·c-N = geA·m·c²/(gLd/geA+c) ·(gLd/geA+c)

(gLd/geA+c)·(0,5 +geA·m·c-N) = geA·m·c² Klammer auflösen

(gLd/geA)·(0,5 +geA·m·c-N)+c·(0,5 +geA·m·c-N) = geA·m·c² - c·(0,5+geA·m·c-N)

(gLd/geA)·(0,5 +geA·m·c-N) = geA·m·c²-c·(0,5 +geA·m·c-N) Klammer auflösen

(gLd/geA)·(0,5 +geA·m·c-N) = geA·m·c²-c·0,5 - c·geA·m·c+ c·N Zusammenfassen

(gLd/geA)·(0,5 +geA·m·c-N) = -c·0,5 + c·N /(0,5+geA·m·c-N)

(gLd/geA) = (-c·0,5 + c·N)/(0,5 +geA·m·c-N) ·geA

gLd= geA·(c·N-0,5·c)/(0,5+geA·m·c-N)

Die Kampfkraft berechnet man, indem man die Fläche von 0 bis gL bildet. Die Fläche besteht aus dem Rechteck und einer Hyperbel.

K= Kr+Kd

Das Rechteck berechnet sich mit

Kr/A= gLr·N mit gLr= gL-gLd

Kr/A= (gL-gLd)·N

Die Hyperbel berechnet sich mit

Kd/A= 0,5·gLd+ geA·m·c·gLd- geA²·m·c²·ln(gLd/geA+c)-(0,5·0+ geA·m·c·0- geA²·m·c²·ln(0/geA+c))

Kd/A= 0,5·gLd+ geA·m·c·gLd- geA²·m·c²·ln(gLd/geA+c)+geA²·m·c²·ln(c)

Die Kampfkraft berechnet sich mit

K/A= 0,5·gLd+ geA·m·c·gLd-geA²·m·c²·ln(gLd/geA+c)+geA²·m·c²·ln(c)+(gL-gLd)·N

K/A= genaue Kampfkraftformel

Der fehlende Parameter c muss noch bestimmt werden. Da der Kampfbeiwert f sich berechnen lässt sich auch die Kampfkraft berechnen.

f= Kampfbeiwert(N, s, D)

K= f·L·A·N² mit A=1

Damit erhält man folgende Gleichung, die nach c umgestellt werden muss.

f·L·N²= geA·(0,5· gLd/geA+ m·c·gLd- geA·m·c²·ln(gLd/geA+c)+ geA·m·c²·ln(c)) + (gL-gLd)·N - f·L·N²

0= geA·(0,5· gLd/geA+ m·c·gLd- geA·m·c²·ln(gLd/geA+c)+ geA·m·c²·ln(c)) + (gL-gLd)·N - f·L·N²

Man kann c solange ausprobieren, bis die Gleichung erfüllt ist oder man verwendet komplexere und schnellere Methoden wie Regula Falsi oder Newtoniteration. Die Newtoniteration ist hierfür eher ungeeignet, weil sie die Veränderung nach c benötigt. Hinweis: In gLd ist der Parameter c 3 mal enthalten.

**Besonderheit für L < 1- D**

Wird jede Einheit mit einem Schuss abgeschossen, so sollte die genaue Kampfkraftformel eine passende Lösung liefern. Da die Treppenstufen des dreieckigen Kampfes immer gleich sind, ist die Angriffssteigung konstant. Die Hyperbel muss also gerade gebogen werden. Dazu wird der Parameter c gegen unendlich gesetzt.

f’(x)= m·∞²/(x/geA+∞)² x+∞=∞

f’(x)= m·∞²/∞² kürzen

f’(x)= m 1/m= L

f’(x)= 1/L

**Berücksichtigung des Überschadens**

Soll ein genauer Kampfverlauf erstellt werden, bei dem der Überschaden berücksichtigt werden soll, so müssen folgende Werte modifiziert werden.

Lu= L+U anstelle von L

Ku und fu anstelle von K und f

Die dreieckigen Leben werden um den Überschaden vergrößert.

mu=

Alle anderen Formeln können unverändert mit den modifizierten Werten verwendet werden.

**Einfluss auf die Leben jeder Einheit**

Bei dem vereinfachen Kampfmodell läuft der Kampf so ab: „Die Einheiten werden beschossen und die durchschnittlichen Leben sinken. Tritt die dreieckige Kampfweise ein, so bleiben die Leben durchschnittlich konstant bei Ld und die Anzahl sinkt stattdessen.

LebenProEinheit.wmf

Bei dem genauen Kampfverlauf sinken die Leben beim rechteckigen Kampf genauso wie beim vereinfachten Modell. Beim dreieckigen Kampf gibt es jedoch Unterschiede. Stirbt die erste Einheit, so sinken nicht nur die Anzahl, sondern auch weiterhin die durchschnittlichen Leben jeder Einheit. Während zum Anfang des dreieckigen Kampfes überwiegend die Leben sinken, sinkt am Ende des Kampfes überwiegend die Anzahl. Die letzte Einheit hat nicht 0 Leben, sondern immernoch 1/m Leben (die Leben des letzten Überlebenden).

durchschnittliche Leben jeder Einheit im genauen Kampf G

### R Rechenbeispiel für Diagramm

Gegeben ist eine 30 Mann starke Truppe. Jeder Soldat hat 24 Trefferpunkte und verursacht einen Schaden zwischen 3 bis 6. Der Gegner verursacht mit seinen 40 Soldaten etwa 3 bis 9 Schaden und hat 10 Trefferpunkte. Gesucht ist das Diagramm vom genauen Kampfverlauf.

Für die Berechnung des genauen Kampfverlaufes werden einige dieser Angaben nicht benötigt.

gegeben: (nicht benötigt)

N= 30 geN= 40

geA= 3 bis 9

A= 3 bis 6

L= 24 geL= 10

Der mittlere Schaden des Gegners beträgt:

geA= (3+9)/2= 6 a

andere Schreibweise für den gegnerischen Angriff:

geA= 6±3

Als erstes wird die Streuung berechnet.

geD= (9-6)/6= 0,5

Das Lebenschadenverhältnis ist

s= L/geA

s= 24/6= 4

Die Leben des letzten Überlebenden sind:

1/m= Letzter(N, s, geD)= Letzter(30=N, 4=L, 0,5=D)

1/m= 0,943

Die Angriffssteigung an der Stelle L=0 ist der Kehrwert der letzten Leben.

m= 1/(geA·1/m)=1/(6·0,943)

m= 0,17559

Der Kampfbeiwert berechnet sich ebenfalls mit einer großen Formel.

f= Kampfbeiwert(N, s, D)

Da die Kampfbeiwertformel den Überschaden berücksichtigt, wird der Kampfbeiwert aus einer Simulation entnommen.

f= 0,77268

Mit dem Kampfbeiwert kann die Kampfkraft schon berechnet werden

K= f·L·A·N²= 0,77268·24·4,5·30²

K= 75104 (Trapeziger Kampfverlauf)

Zusammenfassung der benötigten Werte für die Aufstellung der Kampfverlaufsfunxion:

s= 4

m= 0,17559

f= 0,77268

K= 75104 al

Die Kampfverlaufsfunxion lautet:

f(x)= 0,5 +geA·m·c-geA·m·c²/(x/geA+c)

und es fehlt der Parameter c. Der Parameter c wird bestimmt, in dem die Hyperbelgleichung den gleichen Flächeninhalt hat, wie das Modell des vereinfachten Kampfes. Die Kampfkraft berechnet sich mit:

K/A= 75104/A=

gLd=

Folgende Gleichung muss gelöst werden:

0= 0,5·gLd+ geA·m·c·gLd- geA²·m·c²·ln(gLd/geA+c)+geA²·m·c²·ln(c)+ (gL-gLd)·N-K/A

Diese Gleichung zu lösen macht Sinn, wenn man einen Gleichungslöser hat. Man kann auch die obere verwenden und c so lange raten, bis die Kampfkräfte übereinstimmen.

Es wird c = 10 geraten:

gLd= = -93,33 L

Negative dreieckige Leben weisen auf einen zu tief geratenem c hin.

Es wird c = 30 geraten:

gLd= = 2521,1 L

Da der Nenner dicht an der 0 ist, sind die dreieckigen Leben wesentlich höher als die Gesamtleben. c ist immer noch zu niedrig. Dennoch wird in die andere Formel eingesetzt.

K/A= 75104/4,5=

16690 = 1260,2+79661,6-34757,7+19350,2-54011,8

16690 = 11502

Nun wird c=50 geraten

gLd= =381,8

16690=

16690 = 190,9+20113,9-74797,8+61823,3+10145,2

16690 = 17475

Als letztes wird c= 41,3 geraten

gLd= = 521,7

16690=

16690 = 260,9+22700,3-52337+40119,4+5949

16690 = 16692,5

Da der c nun bestimmt wurde, kann die Kampfverlaufsfunxion aufgestellt werden:

f(x)= 0,5 +6·0,17559·41,3-6·0,17559·41,3²/(x/6+41,3)

Rechenbeispiel zum genauen Kampf G

### R Rechenbeispiel für Mischformel

Die Angaben aus dem vorherigen Beispiel sind dieselben, doch die Aufgabenstellung ist eine andere. Gesucht ist die Kampfverlaufsfunxion, die später im verbesserten iterativen Tabellenverfahren für Mischarmeen verwendet werden soll. Der Unterschied ist, dass nun der Überschaden mit berücksichtigt wird.

gegeben: (nicht benötigt)

N= 30 geN= 40

geA= 3 bis 9

A= 3 bis 6

L= 24 geL= 10

geD= 0,5

s= 4

Der Überschaden beträgt

u= Überschaden(s;geD)

u= Überschaden(4=L;0,5=D)

u= 0,542

Lu= L+U= L+geA·u

Lu= 24+6·0,542= 27,252

Die Leben des letzten Überlebenden sind:

1/mu= 1/Letzter(s,N,geD)+U

1/mu= 0,943+0,542

1/mu=1,485

Die Angriffssteigung an der Stelle L=0 ist der Kehrwert der letzten Leben. In der Formel ist der Überschaden mit eingeflossen. Im Gegensatz zum vorherigen Rechenbeispiel ist die Angriffssteigung deutlich geringer.

mu= 1/(geA·1/mu)=1/(6·1,485)

mu= 0,11177

Der Kampfbeiwert berechnet sich mit der Kampfbeiwertformel.

fu= Kampfbeiwert(N, s, geD, u)

fu= Kampfbeiwert(30=N, 4=L, 0,5=D, 0,542=U)

fu= 0,7432

Mit dem Kampfbeiwert kann die Kampfkraft berechnet werden

K= fu·Lu·A·N²= 0,7432·27,252·4,5·302

K= 82027

Zusammenfassung der benötigten Werte für die Aufstellung der Kampfverlaufsfunxion:

s= 4

m= 0,11177

fu= 0,7432

Ku= 82027 al

Die Kampfverlaufsfunxion lautet:

f(x)= 0,5 +geA·mu·c-geA·mu·c²/(x/geA+c)

und es fehlt der Parameter c. Der Parameter c wird bestimmt, in dem die Hyperbelgleichung den gleichen Flächeninhalt hat, wie das Modell des vereinfachten Kampfes. Die Kampfkraft berechnet sich mit:

Ku/A= 75104/A=

gLdu=

Folgende Gleichung muss gelöst werden:

0= 0,5·gLdu+ geA·mu·c·gLdu- geA²·mu·c²·ln(gLdu/geA+c)+geA²·mu·c²·ln(c)+ (gLu-gLdu)·N-Ku/A

Die Gleichung wird durch probieren und raten gelöst.

Es wird c= 41,3 geraten, weil es im vorherigen Beispiel richtig war.

gLdu= = -4053

c wurde viel zu niedrig angesetzt.

Deshalb wird nach vielen Probieren als letztes c= 81,8 richtig geraten.

gLd= = 571

82027/4,5=

18228 = 285,5+31323-139355+118579+7397

18228 = 18229,5

Da der c nun bestimmt wurde, kann die Kampfverlaufsfunxion aufgestellt werden:

f(x)= 0,5 +6·0,11177·81,8-6·0,11177·81,8²/(x/6+81,8)

## H Kampfbeiwertformel

Die Formel für den Kampfbeiwert setzt voraus, dass die Armeen sich **zufällig** beschießen. Kann der Spieler entscheiden, wer wem angreift und ab wann eine Einheit das Schlachtfeld verlassen soll, so kann er den Kampfbeiwert abweichend vom Formelwert zu seinem Gunsten beeinflussen.

Es gibt diese Optionen:

* Verwundete Fernkämpfer werden nach hinten gezogen. Dadurch scheiden die verwundeten Einheiten später aus und der Kampfbeiwert steigt.
* Mehrere Einheiten konzentrieren sich auf einzelne gegnerische Einheiten, sodass der Gegner einige Einheiten vorzeitig verliert. Der gegnerische Kampfbeiwert sinkt.
* Schwer beschädigte Einheiten werden vom Schlachtfeld nach Hause geschickt. Der Kampfbeiwert wird nicht beeinflusst, aber die Kampfkraft sinkt, da die Einheiten mit weniger Leben kämpfen. Der Spieler muss abwägen, um welchen Preis er siegen will.

Gegen einen überlegenen Computergegner hat der Spieler die Möglichkeit seinen Kampfbeiwert von 0,8 auf 0,9 zu steigern und den Kampfbeiwert des Computers von 0,8 auf 0,65 zu senken.

Es gibt eine weitere Kampfweise, bei der die Formeln für den Kampfbeiwert nicht gelten. Stehen sich 2 Reihen Nahkämpfer gegenüber, dann werden die Nahkämpfer ihren Gegner nicht zufällig angreifen. Jede Einheit wird immer auf das selbe Ziel einschlagen, bis sie oder das Ziel besiegt ist. Dadurch kämpfen beide Armeen in der Regel rechteckiger.

### R Ermittlung eines Kampfbeiwertes

Für ein tieferes Verständnis wird noch einmal eine absolute Formel für den Kampfbeiwert ermittelt. Diese verbindet die Herzchenmethode mit der Zweitrefferformel.

Zwei Einheiten kämpfen gegen einen mächtigen Gegner. Jede Einheit hat 20 Leben und der Gegner verursacht einen Schaden von 18 bis 24. Diese Situation soll jetzt verallgemeinert werden. Der Gegner macht einen so großen Schaden, sodass die Einheit mit genau ein bis 2 Treffer weg ist. Für die Einheit gibt es damit die Zustände gesund (rotes Herz), schwer verletzt (schwarzes Herz) und besiegt (kein Herz).

Im Gegensatz zu den vorherigen Rechenbeispielen im Kapitel des Kampfbeiwertes, gibt es nun eine Streuung und einen Überschaden.

Es ergeben sich damit diese 6 Möglichkeiten, wie der Kampf verlaufen kann:

Ermittlung eines Kampfbeiwertes nach der Herzchenmethode (diesmal streuender Schaden) G

1. Zuerst wird die erste Einheit mit einem schweren Treffer besiegt und dann die andere.  
   Es wurden 2 Schläge ausgeteilt. Dies ist der schlechteste Kampfverlauf.
2. Zuerst wird die erste Einheit mit einem schweren Treffer besiegt und die andere überlebt einen Treffer und wird mit dem dritten Schlag besiegt.  
   Es wurden 3 Schläge ausgeteilt.
3. Der erste Treffer wird überlebt. Danach wird die verletzte Einheit getroffen und besiegt. Die letzte gesunde Einheit wird durch einen schweren Treffer besiegt.  
   Es wurden 3 Schläge ausgeteilt.
4. Der erste Treffer wird überlebt. Danach wird die verletzte Einheit getroffen und besiegt. Die letzte gesunde Einheit überlebt den dritten Treffer und wird beim vierten Treffer besiegt. Es wurden 4 Schläge ausgeteilt.
5. Der erste Treffer wird überlebt. Danach wird die gesunde Einheit getroffen und sie überlebt. Die nächsten beiden Schläge besiegen die beiden verletzten Einheiten.  
   Es wurden 4 Schläge ausgeteilt. Dies ist der beste Kampfverlauf.
6. Der erste Treffer wird überlebt. Danach wird die gesunde Einheit schwer getroffen und sie wird besiegt. Der dritte Schlag besiegt die verletzte Einheit.  
   Es wurden 3 Schläge ausgeteilt.

Der Text am Pfeil in der Grafik gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der das Ereignis eintritt.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Einheit mit einem Treffer besiegt ist beträgt X2 und das durchschnittliche Schadenverhältnis ist S2.

X2=

S2= (1+D+s)/2

Der andere Fall ist damit

X1=1-X2

S1= (s-D)/2

Das Schadenverhältnis, das eine verletzte Einheit erhält beträgt durchschnittlich

1

mit

D= Streuung

s= Lebenschadenverhältnis

Z.B. die Einheit ein Leben und der Gegner verursacht 0,8 bis 1,2 Schaden.

X2= = 0,5

S2= (1+0,2+1)/2=1,1

X1= 1-X2= 1-0,5= 0,5

S1= (1-0,2)/2= 0,9

Wenn eine Einheit einen Treffer überlebt hat, dann hat sie noch 0,1 Leben. Der nächste Treffer verursacht großen Überschaden.

So sehen die 6 möglichen Kampfverläufe für dieses Beispiel aus:

6 mögliche Kampfverläufe G

Die dunkelgrüne Fläche ist der Überschaden.

Die Maßkette über dem Diagramm misst die Größe des Treffers. Die Maßkette 1 endet ein kleines Stück neben der großen grünen Fläche, da ein Treffer nie vollständig aus Überschaden bestehen kann.

Die hellgrünen Flächen sind die Kampfkraft K. Addiert man die dunkelgrünen Flächen hinzu, so erhält man die Kampfkraft Ku.

### H Herleitung der gesuchten Umwandlungsformel

Im Kapitel „Kampfkraftformel mit Überschaden“ wurde behandelt, wie der Überschaden berücksichtigt wird. Dazu wurden 2 Lösungswege vorgeschlagen.

1.

K= u·f·L·A·N² Makro

u= =

2.

K= fu·Lu·A·N² Standardlösungsweg

fu= =

Es wird der zweite Lösungsweg verwendet. Dabei werden die (dreieckigen) Leben um den Überschaden erhöht und der Kampfbeiwert dafür abgemindert.

Das Makro hat die Werte f; u·f und m ausgeworfen. Mit den Daten für den Kampfbeiwert soll eine Formel gesucht werden, wie es bereits mit den letzten Leben und dem Überschaden geschehen ist. Es ist besser eine Formel für fu anstatt von f zu finden. Das Makro hat aber fu nicht berechnet.

Um den Kampfbeiwert fu zu berechnen werden L, f, N und U benötigt.

fu= f(L,f,N,U)

Hier gibt es ein Problem, dass das Makro den Überschaden auch nicht berechnet hat. Der Überschaden könnte mit der Überschadensformel berechnet werden, doch dies ist eine Näherungsformel. Die Ungenauigkeit der Näherungsformel wird in die zukünftige Kampfbeiwertformel übertragen. Die Überschadensformel kann also nicht verwendet werden.

Es gibt dennoch eine Lösung für das Problem. Das Makro hat den Wert u·f berechnet. In dem Schadensbeiwert u ist der Überschaden enthalten und muss daraus extrahiert werden. Gesucht ist also eine Formel, die f in fu umrechnet und den Schadensbeiwert u anstelle des Überschadens U verwendet.

fu= f(L,f,N,u)

u=

K·u ist der Standardlösungsweg und K die Kampfkraft ohne Berücksichtigung des Überschadens. die Formeln werden eingesetzt.

u= Kürzen

u= Lu= L+U

u= fu·(L+U)= f·L+fd·U

Die Gleichung fu·(L+U)= f·L+fd·U gilt eigentlich nur, wenn die Anzahl der Treffer zum Besiegen einer Einheit vorhersagbar ist.

u= f·L kürzen

u= -1

u-1= ·(f·L)

(u-1)·f·L= fd·U /fd

U= (u-1)·f·L/fd u muss mit f zusammenhängend stehen

U= =

Der Überschaden kann nun aus dem vom Makro gegebenen Werten u·f und f extrahiert werden. Der Überschaden wird in die Gleichung eingesetzt.

fu=

fu= Kürzen

fu= Klammer auflösen

fu= Zusammenfassn und Kürzen

fu= mit fd=

fu= = f(u·f;f;L;N)

Mit dieser Gleichung können nun die Werte aus dem Makro konvertiert werden.

### H Rechenbeispiel für Umwandlungsformel

50 Raumschiffe kämpfen gegen einen starken Todesstern. Die Raketen des Todessterns verursachen 2400 Schaden. Die Raumschiffe verursachen einen durchschnittlichen Schaden von 800 und haben 2000 Leben. Außerdem können die Raumschiffe zusätzlich mit unterschiedlich teuren Panzerungen ausgestattet werden. Die billigste bringt 880 Leben, die mittlere 1840 L und die teuerste 2800 Leben. Wie groß ist die Kampfkraft?

gegeben:

L1= 2,88 kl A= 0,8 ka

L2= 3,84 kl geA= 2,4 ka

L3= 4,8 kl N= 50

D= 0

das Makro hat folgende Werte ausgeworfen

f1= 0,7143 u·f1= 1,0543

f2= 0,6631 u·f2= 0,7907

f3= 0,6327 u·f3= 0,6327

Lösung: K= f·L·A·N²

K1= 0,7143·2,88·0,8·502= 4114,4 Mal

K2= 0,6631·3,84·0,8·502= 5092,6 Mal

K3= 0,6327·4,8·0,8·502= 6073,9 Mal

Da der gegnerische Schaden bekannt ist, kann dieser berücksichtigt werden. Dazu werden die Leben um den Überschaden vergrößert und der Kampfbeiwert abgemindert.

Die Lebenschadenverhältnisse betragen

s1= 2880/2400= 1,2

s2= 3840/2400= 1,6

s3= 4800/2400= 2

Berechnung des Überschadens

U= Überschaden(s,D)

Die Überschadensformel soll in diesem Rechenbeispiel nicht erlaubt sein.

Mal folgende Überlegung: Das schwach gepanzerte Raumschiff ist mit 1,2 Raketen zerstört. Die teure Variante hält 2 Raketen aus. Aber auch auf das billige Raumschiff muss der Todesstern 2 mal schießen, damit es zerstört ist. Ist es da nicht egal, wie stark das Raumschiff gepanzert ist, wenn es sowieso immer mit 2 Raketen kaputt ist? Alle 3 Varianten müssen doch gleich stark sein?

Der Überschaden wird mit der oben hergeleiteten Formel berechnet.

U=

U1= = 1920

U2= = 960

U1= = 0

Die Leben werden um den Überschaden vergrößert

Lu1= L1+U1= 2880+1920= 4800 kl

Lu2= L2+U2= 3840+960= 4800 kl

Lu3= L3+U3= 4800+0= 4800 kl

Der Kampfbeiwert muss im Gegenzug abgemindert werden, weil durch dem Überschaden nur die dreieckigen Leben vergrößert werden. Dies macht man mit dieser Formel:

fu=

Da gerade auch eine Formel hergeleitet wurde, die ohne den Überschaden auskommt, wird diese verwendet.

fu=

fu1== 0,6326

fu2== 0,6325

fu3== 0,6327

Bis auf ein paar Rundungsfehler sind die Kampfbeiwerte gleich.

Die Kampfkräfte berechnet sich mit

K= fu·Lu·A·N²

K1= 0,6326·4,8·0,8·502= 6073,9 Mal

K2= 0,6325·4,8·0,8·502= 6073,9 Mal

K3= 0,6327·4,8·0,8·502= 6073,9 Mal

Damit bestätigt sich die Vermutung, dass es egal ist, welche Panzerung man einbaut. Billige Raumschiffe reichen für diese Schlacht. Gelingt es Schiffe mit 4801 Leben her zu stellen, so ist die Kampfkraft 9990 Mal.

Kampfverlauf ohne und mit Überschaden

G

### H Konstruktion der Kampfbeiwertformel

Für die Kampfbeiwertformel gibt es eine vereinfachte Formel:

Wenn L < 1 , dann fu = fd , sonst fu = 0,8.

Bedingung Trivialteil Hauptteil

Diese stark vereinfachte Formel erreicht bereits ein Bestimmtheitsmaß von 0,6 und eignet sich gut für schnelle Berechnungen. Die Kampfkrafttheorie setzt voraus, dass der Gegner nur eine Gruppe hat. Ist diese Bedingung verletzt, dann können die Formeln für den Kampfbeiwert und den Überschaden nicht benutzt werden! Die Näherungsformeln gelten aber trotzdem.

Die genaue Formel für den Kampfbeiwert fu lautet:

a.wmf

fu= fu =

fu=

fu= Max(fu;fd)

**Function** fu(ByVal N As Integer, \_

ByVal L As Double, ByVal d As Double, \_ Eingangswerte

ByVal U As Double) As Double

Dim HV#, T2 As Double

Dim Lu%, i As Integer

HV = Int(L) \* (1 + d) - L Prüfung

T2 = L - (1 + Int(L)) \* (1 - d)

If HV < T2 Then HV = T2

If N = 1 Then Trivialteil

fu = 1

ElseIf HV <= 0 Then

If L <> Int(L) Then Lu = Int(L) + 1 Else Lu = L

HV = Lu

For i = 2 To Lu \* 2 - 1 Absolut

If i > Lu Then HV = HV \* i Else HV = HV / i

Next

fu = 1 - HV \* (1 - 1 / N) / (0.5 \* 4 ^ Lu)

Else Hauptteil

fu = 1.021-2\*(1+0.15\*d)\*(1-0.5/(2\*N))\*(0.2-0.05\*Log(L+U))

fu = fu + 0.21 / N + 0.24 / L / N ^ 2

fu = fu - 0.0001 \* (21 \* L + 580 / L) Näherung

fu = fu - 0.006 \* L / N

If fu < 0.5 + 0.5 / N Then fu = 0.5 + 0.5 / N

End If

**End Function**

Log(L+U) ist der natürliche Logarithmus, nicht der Zehnerlogarithmus!

Das Bestimmtheitsmaß der Kampfbeiwertformel beträgt 0,9987.

Die Formel strukturiert sich folgendermaßen:

1. Eingangswerte
2. Prüfung
3. Trivialteil
4. absoluter Hauptteil
5. Näherungshauptteil  
   Hauptterm (erste Zeile)  
   Korrekturterme  
   Hilfsterm (letzte Zeile)

Eingangswerte

N = Anzahl

L = Lebenschadenverhältnis

d = Streuung

U = Überschadenverhältnis

Ausgangswert

fu = Kampfbeiwert unter Berücksichtigung des Überschadens

Prüfung

Es wird die gleiche Prüfung verwendet, wie für den Überschaden.

Int(L)·(1+D)-L < 0

L-(1+Int(L))·(1-D) < 0

U_Trivialformel.wmf

Sind die Bedingungen erfüllt, gilt für den Überschaden U= 1 +Int(L) -L. Diese Bedingung bedeutet, dass man genau vorhersagen kann, mit wie vielen Treffern eine Einheit besiegt ist. Die Terme beschreiben den Abstand zu den gültigen Bereichen.

Für den Kampfbeiwert entscheidet die Formel, ob dieser exakt oder näherungsweise berechnet werden kann.

Trivialteil

If N = 1 then fu = 1 bedeutet, dass wenn ein Held alleine kämpft und fällt, dass keine Einheit in seiner Armee vorher gestorben ist.

Die zweite Bedingung beinhaltet den Fall, dass die Einheiten nacheinander abgeschossen werden. Dort wird die Formel für den getreppten dreieckigen Kampf verwendet.

dreieckige Kampfbeiwertformel

Der Überschaden wird auf die Leben hinzuaddiert und der Kampfbeiwert f brauch nicht weiter abgemindert werden. f = fu = fd.

Der Teil des dreieckigen Kampfes ist in den absoluten Hauptteil enthalten.

Hauptteil absolut

Wenn die Prüfung bestanden ist, dann kann der Kampfbeiwert mit dieser Formel exakt berechnet werden. Lu sind die um den Überschaden vergrößerten Leben. Lu ist immer eine ganze Zahl.

f= Umformen

f=

Lu = L+U = Aufrunden(L)

Die Hilfsfunxion HV beinhaltet einen Satz Fakultäten.

HV=

Da Fakultäten so langsam sind, wird im Zähler und Nenner gekürzt um den Rechner Arbeit zu ersparen.

HV = Lu

For i = 2 To Lu \* 2 - 1

If i > Lu Then HV = HV \* i Else HV = HV / i

Next

Setzt man HV ein, so erhält man die absolute Kampfbeiwertformel

f= absolute Kampfbeiwertformel

Wenn eine Einheit nur einen Treffer aushält, dann erhält man

Lu = L+U = 1

f=

f= = =

f= 0,5+0,5/N

fd= 0,5+0,5/N

Die absolute Kampfbeiwertformel ist so mächtig, dass sie für L=1 einen getreppten dreieckigen Kampfbeiwert erzeugen kann. Dadurch kann in der Kampfbeiwertformel auf eine Prüfung mit Trivialteil für einen dreieckigen Kampf verzichtet werden.

Weiterhin kann die absolute Kampfbeiwertformel den Kampfbeiwert für Helden Exakt berechnet. Dabei wird ein Zähler im Produkt Null und Eins bleibt übrig.

f=

f= =

f= 1

Die absolute Kampfbeiwertformel habe ich folgendermaßen „hergeleitet“. Zuerst habe ich exakte Kampfkräfte für 2 Leben, D=0 und unterschiedliche Anzahlen von 2 bis 4 ermittelt. Dabei fiel auf, dass die Kampfkraft genau zwischen den besten und schlechtesten (dreieckig) Kampfverlauf liegt. Ich testete, ob dies immer gilt. Dies galt für alle Anzahlen mit L=2, aber nicht mehr für L=3. Für L=3 hinterlegte ich genäherte Kampfkräfte auf den Kampfbeiwerten des Makros in Excel mit einer Trendlinie und klickte alle Möglichkeiten durch. Excel fand eine Parabel f(x)= a·x²/c+b·x/c, dessen Bestimmtheitsmaß 1 war. Es fiel auf, dass a/c und b/c Brüche von 32 waren. Für L=2 waren es Brüche mit 8 im Nenner. Für L=5 und L=6 habe ich genauere Kampfbeiwerte mit 200 000 Kämpfe ermittelt und damit Kampfkräfte ausgerechnet und diese mit einer Trendlinie hinterlegt. Es waren immer Parabeln und bei L=4 war der Nenner c =128 und vervierfachte sich mit jedem zusätzlichem Leben. Außerdem ist a + b = c. Für b ergibt sich über die Leben diese Zahlenfolge: 1; 3; 10; 35; 126; 462. Diese Zahlenfolge gibt es im Pascalschen Dreieck. Zahlenfolgen im Paskalschen Dreieck lassen sich mit Polynomen oder Fakultäten erzeugen. Polynome klappten nicht, aber Fakultäten. Die einzelnen geratenen Komponenten habe ich dann zur absolute Kampfbeiwertformel zusammengebaut, getestet und zusammengefasst. Eine mathematische Herleitung für die Formel habe ich nicht, aber dennoch funxioniert sie.

Hauptteil Näherung

Der Hauptterm betrachtet, wie der Kampfbeiwert zwischen rechteckigem und dreieckigem Kampf liegt. Die Zeile gliedert sich in folgende Teile:

fu = 1,021-2·(1-0,5/(2·N))·(1+0,15·d)·(0,2-0,05·Log(L+U))

fr Umwandlung Wichtungsfaktoren

Dabei ist fr der Kampfbeiwert für den rechteckigen Kampf mit fr = 1. Es wurde eine Korrektur von 0,021 für genauere Ergebnisse hinzuaddiert.

Der zweite Term wandelt den rechteckigen Kampf in Richtung eines dreieckigen Kampfes um.

Die Wichtungsfaktoren entscheiden, wie stark dieser Term ist und besagen:

Eine hohe Streuung (mit kritischen Treffern) verschlechtert die Kampfweise in Richtung dreieckig.

Eine große Anzahl an Leben verbessert die Kampfweise in Richtung rechteckig.

Außerdem wird hier zu den Leben der Überschaden addiert und somit Unstetigkeiten wie Sprünge und Knicke behoben.

Korrekturterme

fu =

Die Korrekturterme verbessern die Genauigkeit der Formel an den Rändern.

Der hässliche Hilfsterm kaschiert den Bug, dass bei hohen Streuungen und geringen Leben der Kampfbeiwert kleiner wird als der dreieckige Kampfbeiwert. Der zu geringe Kampfbeiwert wird auf den dreieckigen Kampfbeiwert angehoben. Bei hohen Streuungen und geringen Leben ist der Kampfbeiwert eigentlich geringfügig größer. Dieser Verlust und der Hilfsterm werden in Kauf genommen, damit die Korrekturterme sich auf eine höherer Präzision für die anderen Bereiche konzentrieren können.

### G grafische Darstellung

Diagramm_fuD0.wmf

Diagramm_fuD1.wmf

Vergleich der Kampfbeiwertformel mit den gemessenen Werten

G

Orginal Formel Differenzen

fu_orginal.jpgfu_formel.jpgVergleich der Kampfbeiwertformel für alle gemessenen Werte G

Die Darstellungsart ist die gleiche wie bei den letzen Leben. Zwischenlösungen für einzelne Formelteile werden nicht dargestellt. Für D=0 gibt es keine Abweichungen zwischen Original und Formel.

Die rot eingerahmten Diagramme sind auf der vorherigen Seite dargestellt.

## G Zusammenfassende Rechenbeispiele

Da vieles in diesem Kapitel aus langweiliger Herleitung bestand, kommen wir hier endlich zur Sache. Hier werden praktische Rechenbeispiele an konkreten Zahlen gezeigt und Schritt für Schritt gezeigt, wie und in welcher Reihenfolge die Formeln zu benutzen sind. Für die Praxis überflüssige Formeln, die der besseren Verwertung des Makros dienten, lenken vom wesentlichen ab und werden hier nicht aufgeführt.

### R Mann gegen Mann

2 verfeindete Banditenlords stehen sich in einem Zweikampf gegenüber. Der rote Lord hat 260 Leben mit einem Angriff zwischen 50 und 90 und der blaue Anführer hat 300 Leben mit 60 Angriff. Der Rote verfügt über eine starke Rüstung, die den Schaden um 25% mindert, während der Blaue mit seinem Dolch 1,3 mal schneller zustechen kann. Zaubersprüche soll es mal nicht geben, da die Kampfkrafttheorie für die viele Zauber nicht angewendet werden kann. Dies gilt vor allen, wenn die Zauber während des Kampfes gewirkt werden.

gegeben:

roter Lord blauer Anführer

N= 1 geN= 1

A= 50 a bis 90 a geA= 60 a

L= 260 L geL= 300 L

25% Rüstung 1,3 Angriffstempo

Die Werte Rüstung und Angriffstempo müssen umgerechnet werden.

Die Rüstung erhöht die Leben

L = = 346,67 L

Das Angriffstempo erhöht den Angriff, aber nicht den Schaden.

A= 60·1,3 = 78 a

Damit haben die Spieldaten diese nutzbaren Werte für die Berechnung ergeben:

roter Lord blauer Anführer

N= 1 geN= 1

A= 50 a bis 90 a geA= 78 a

S= 70 L geS= 60 L

L= 346,67 L geL= 300 L

Die Bedeutung der Formelzeichen:

N= Anzahl

A= Angriff

S= Schaden

L= Leben

D= Streuung

s= Lebenschadenverhältnis

u= Überschadenverhältnis

U= Überschaden

f= Kampfbeiwert

Indizes

ge= gegnerisch (steht vor dem Hauptformelzeichen)

g= Gesamt (steht vor dem Hauptformelzeichen)

u= unter Berücksichtigung des Überschadens (steht nach dem Hauptformelzeichen)

ggeLu bedeutet also: gegnerische Gesamtleben unter Berücksichtigung des Überschadens

Das Multiplikationszeichen wird niemals weggelassen!

Es werden die Werte Streuung D und Lebenschadenverhältnis s benötigt.

D= = 0,286

geD = = 0

s = = = 5,778

ges= = = 4,286

Dann werden Überschaden und Kampfbeiwert berechnet.

U= Überschaden(s,D)

fu = Kampfbeiwert(N, s, geD, u)

Die Formel für den Überschaden lautet

a.wmf

U= 1-L+Int(L) 1. Hilfsterm berechnen

Wenn L ganzzahlig ist, Term = 2· L - 2 · Int(L) - 1

dann U um 1 reduzieren 2. Hauptfunxion berechnen

HV =

3. Korrekturterme berechnen

T2= d²/6 und wenn L > 0,5 ist

dann wird noch folgender Term abgezogen

U= Hauptfunxion + Korrekturterme

Zuerst wird der Überschaden des blauen Anführers berechnet. Dem roten Lord wird der blaue Überschaden zu den Leben hinzuaddiert.

1. u= Überschaden(s;geD)  
   u= Überschaden(5,778=L; 0=D)  
   Diese Schreibweise ist folgendermaßen so lesen: In die Funxion werden die Werte s und geD eingesetzt. In der Funxion heißen die Formelzeichen dann L und D.  
   Aus s wird in der Formel L und aus geD wird in der Formel D.
2. Trivialprüfung  
   Int(L)·(1+D)-L = Int(5,778)·(1+0)-5,778 = 5·0-5,778 = -5,778  
   L-(1+Int(L))·(1-D) = 5,778-(1+Int(5,778))·(1-0) = 5,778- (1+5)·1= -0,222
3. Da beide Werte unter 0 sind, wird der Überschaden mit der Trivialformel berechnet  
   U=1-L+Int(L)= 1-5,778+5 = 0,222
4. U= 0,222 L/a

Dann wird der Überschaden des roten Anführers berechnet

1. Die Dreitrefferformel wird hier nicht benutzt, da ges > 3.
2. u= Überschaden(ges;D)  
   u= Überschaden(4,286=L; 0,286=d)  
   Bedeutung: Aus ges wird in der Formel L und aus D wird in der Formel D.
3. Trivialprüfung  
   Int(L)·(1+D)-L = Int(4,286)·(1+0,286)-4,286= 0,858  
   L-(1+Int(L))·(1-D) = 4,286-(1+Int(4,286))·(1-0,286)= 0,716
4. Da mindestens eine der Bedingungen nicht erfüllt ist, muss der Überschaden mit dem Hauptteil berechnet werden
5. Hilfsterm berechnen  
   Term = 2· L - 2 · Int(L) - 1= 2·4,286-2·Int(4,286)-1= -0,428
6. Hauptfunxion berechnen  
   HV =   
   HV== 0,5911
7. Korrekturterme berechnen  
   Da L > 0,5 ist, muss der lange Term berücksichtigt werden  
   T2= =   
   T2= 0,0036
8. U= 0,5911+0,0036= 0,5947 L/a

Der Kampfbeiwert für Armeen, die aus einer Einheit bestehen, beträgt 1.

fu = 1

gefu= 1

Übersicht der Zwischenwerte

roter Lord blauer Anführer

D= 0,286 geD= 0

s= 5,778 L/a ges= 4,286 L/a

u= 0,222 L/a geu= 0,5947 L/a

fu= 1 gefu= 1

Die Leben beider Banditenlords werden um den Überschaden vergrößert. Die Überschadensformel wirft eigentlich keinen Überschaden aus, sondern ein Überschadenverhältnis.

Überschadenverhältnis =

Um an den Überschaden zu kommen, muss das Überschadenverhältnis mit dem gegnerischen Schaden multipliziert werden

U= 0,222·60= 13,33 L

geU= 0,5947·70= 41,6 L

Die Leben werden um den Überschaden vergrößert. Der Kampfbeiwert f muss nicht zu fu abgemindert werden, weil die Kampfbeiwertformel den Kampfbeiwert fu auswirft.

Lu= L+U= 346,67+13,33= 360 L

geLu= geL+geU= 300+ 41,6= 341,6 L

Die Kampfkraft kann nun mit der klassischen Kampfkraftformel berechnet werden

K= fu·Lu·A·N²= 1·360·70·12= 25200 al

geK= gefu·geLu·geA·geN²= 1·341,6·78·12= 26644,8 al

Die Kampfkraft des blauen Banditen liegt leicht über die des Roten, sodass er den Kampf wahrscheinlich gewinnt.

der Vorlageklassiger iom WMFzerleger: Ein Diagramm G

### R Einer gegen Zwei

Im Beispiel davor wird nun durch Zaubersprüche erweitert, die mit der Kampfkrafttheorie erfasst werden können. Der rote Bandit trinkt einen Rasereitrunk, der sein Angriff um 55 erhöht und sein Angriffstempo um 50% steigert. Der blaue Bandit erweckt seinen Schatten zum Leben, sodass er zu zweit kämpft. Der Schatten soll, auch wenn dies in den meistens nicht der Fall ist, genauso stark sein wie das Orginal. Der rote Lord kloppt nicht wahllos zu, sondern zuerst auf einen von beiden und erwischt ohne es zu wissen zuerst den Schatten.

alte Werte

roter Lord blauer Anführer

N= 1 geN= 1

A= 50 a bis 90 a geA= 78 a

S= 70 L geS= 60 L

L= 346,67 L geL= 300 L

Das Angriffstempo erhöht den Angriff, aber nicht den Schaden. Der neue Angriff beträgt

min A= (50+55)·1,5= 157,5

max A= (90+55)·1,5= 217,5

A= 157,5/+217,5/2= 187,5

Die Streuung ist gesunken:

D= = 0,16

geD = = 0 (unverändert)

Lebenschadenverhältnisse

s = = = 5,778 (unverändert)

ges= = = 2,4

neue Werte nach Zauber und Tränke

roter Lord blauer Anführer

N= 1 geN= 2

A= 187,5 a geA= 78 a

S= 125 L geS= 60 L

L= 346,67 L geL= 300 L

gegA= 156 a

gegL= 600 L

D= 0,16 geD= 0

s= 5,778 ges= 2,4

Dann werden Überschaden und Kampfbeiwert benötigt.

Der Überschaden des blauen Banditen ändert sich nicht, weil sich der Angriff nicht geändert hat und der Überschaden ist von der Anzahl unabhängig.

U=13,33 L

Überschaden des roten Lords

1. Trivialprüfung  
   Int(L)·(1+D)-L = Int(2,4)·(1+0,16)-2,4 = 2·1,16-2,4= -0,08  
   L-(1+Int(L))·(1-D) = 5,78-(1+Int(5,778))·(1-0) = 2,4-(1+2)·(1-0,16)= -0,12
2. Da beide Werte unter 0 sind, wird der Überschaden mit der Trivialformel berechnet  
   U=1-L+Int(L)= 1-2,4+2 = 0,6
3. geu= 0,6 L/a

Das Überschadenverhältnis muss mit den mittleren gegnerischen Schaden des roten Banditen multipliziert werden.

geU= 0,6·125= 75 L

Dann werden die Leben um den Überschaden vergrößert.

Lu= L+U= 346,67+13,33= 360 L

geLu= geL+geU= 300+ 75= 375 L

Während der Kampfbeiwert des roten Lords weiterhin bei 1 bleibt, muss der Kampfbeiwert des blauen Banditen berechnet werden.

Für den blauen Banditen als Gegner sind folgende Werte in die Formel ein zu setzen:

gefu= Kampfbeiwert(ges; D; geN; geu)

gefu= Kampfbeiwert(2,4=L; 0,16=d; 2=N; 0,6=U)

Normalerweise gilt (für den roten):

fu= Kampfbeiwert(s,geD,N,u)

fu= Kampfbeiwert(5,778=L; 0=d; 1=N; 0,222=U) = 1

Die Formel für den Kampfbeiwert lautet:

a.wmf

fu= fu =

fu=

fu= Max(fu;fd)

Berechnung des Kampfbeiwertes

gefu= Kampfbeiwert(2,4=L; 0,16=d; 2=N; 0,6=U)

Prüfen:

Int(L)·(1+D)-L= Int(2,4)·(1+0,16)-2,4= -0,08 < 0

L-(1+Int(L))·(1-D)= 2,4-(1+Int(2,4))·(1-0,16)= -0,12 < 0

Dies ist die gleiche Prüfung, wie der Überschaden, den der rote Lord an den blauen Anführer verursacht. Die Bedingung ist erfüllt und der Kampfbeiwert kann exakt berechnet werden.

fu=

Lu= L+U= 2,4+0,6 = 3

fu= =

fu= 1-10/64

Damit beträgt der Kampfbeiwert des blauen Banditen mit seinem Schatten

fu= 0,84375

In der Aufgabenstellung heißt es:“ Der rote Lord kloppt nicht wahllos zu, sondern zuerst auf einen von beiden…“. Das bedeutet, dass von den blauen Banditen einer nach dem anderen besiegt wird. Dies ist die Definition eines dreieckigen Kampfes. Für den blauen Banditen muss also der dreieckige Kampfbeiwert verwendet werden.

fu= fd= 0,75 (anstatt 0,84375)

Nun kann die Kampfkraft berechnet werden.

K= fu·Lu·A·N²= 1·360·187,5·12= 67500 al vorher 25200 al

geK= gefu·geLu·geA·geN²= 0,75·375·78·22= 87750 al vorher26644,8 al

Die Banditen haben Zaubersprüche G

Der blaue Anführer hat durch seinen Schattenzauber deutlich mehr Kampfkraft hinzugewonnen als der rote Lord.

Der Rasereitrunk hat den Angriff von 70 auf 187,5 gesteigert und ergibt den Faktor

= 2,68

Als Nebenwirkung hat der Trank auch den Überschaden erhöht, sodass die Kampfkraft des blauen Banditen gestiegen ist.

Der Schattenzauber hat die Anzahl verdoppelt, die quadratisch in die Kampfkraftgleichung eingeht. Jedoch wird die Kampfkraft nicht vervierfacht, weil der Kampfbeiwert gesunken ist. Die Steigerung beträgt:

2²·0,75/1= 3

### R Eine große Schlacht

20 Panzer kämpfen gegen eine Infanterie, die mit Panzerfäusten ausgestattet ist. Ein Panzer hat 1200HP und eine Angriff von 120 und schießt 1,5 mal pro Sekunde. Die 60 Soldaten halten jeweils 200HP aus und die Panzerfäuste verursachen einen Schaden von 40 bis 80. Die Nachladezeit beträgt eine Sekunde. Laut dem Spiel ist diese Waffe effektiv gegen Panzer und verursacht doppelten Schaden.

Panzerpanorama.wmf

gegeben:

Panzerarmee Infanterie

N= 20 geN= 60

A= 120 geA= 40 bis 80

1,5 Schuss pro Sekunde 1 Sekunde Ladezeit

L= 1200 L geL= 200 L

doppelter Schaden gegen Panzer

Diese Werte müssen umgerechnet werden.

A= 120·1,5 = 180 a

geA =

geA= 120 a

Damit haben die Spieldaten diese nutzbaren Werte für die Berechnung ergeben:

Panzerarmee Infanterie

N= 20 geN= 60

A= 180 a geA= 120 a

S= 120 L geS= 120 L

L= 1200 L geL= 200 L

Wenn man sofort ungefähre Ergebnisse haben will, kann man den Kampfbeiwert mit 0,8 schätzen und in die Kampfkraftgleichung einsetzen.

K= f·L·A·N²= 0,8·1200·180·202= 69,12 Mal

K= gef·geL·geA·geN²= 0,8·200·120·602= 69,12 Mal

Die Armeen sind in etwa gleich stark. Es lohnt sich genau zu rechnen.

Zuerst werden Streuung und das Lebenschadenverhältnis benötigt.

D= =0

geD = = 1/3

s = = = 10

ges= = = 1,667

Dann wird der Überschaden benötigt

u= Überschaden(s, geD) = Überschaden(10=L, 1/3= D)

geu= Überschaden(ges, D) = Überschaden(1,667=L, 0=D)

Zuerst wird der Überschaden der Infanterie berechnet

1. u= Überschaden(1,667=L; 0=D)
2. Trivialprüfung  
   Int(L)·(1+D)-L = Int(1,667)·(1+0)-1,667 = 1·0-1,667 = -0,667  
   L-(1+Int(L))·(1-D) = 1,667-(1+Int(1,667))·(1-0) = 1,667- (1+1)·1= -0,333
3. Da beide Werte unter 0 sind, wird der Überschaden mit der Trivialformel berechnet (und der Kampfbeiwert mit der exakten Formel). Für D=0 ist die Prüfung immer bestanden.  
   U=1-L+Int(L)= 1-1,667+1 = 0,333
4. U= 0,333 L/a

Dann wird der Überschaden der Panzerarmee berechnet

1. u= Überschaden(ges;D)  
   u= Überschaden(10=L; 0,333=d)
2. Trivialprüfung  
   Int(L)·(1+D)-L = Int(10)·(1+0,333)-10= 3,333  
   L-(1+Int(L))·(1-D) = 10-(1+Int(10))·(1-0,333)= 2,666
3. Da mindestens eine der Bedingungen nicht erfüllt ist, muss der Überschaden mit dem Hauptteil berechnet werden und der Kampfbeiwert mit der Näherungsformel.
4. Hilfsterm berechnen  
   Term = 2· L - 2 · Int(L) - 1= 2·10-2·Int(10)-1= -1
5. Hauptfunxion berechnen  
   HV =   
   HV== 0,5
6. Korrekturterme berechnen  
   Da L > 0,5 ist, muss der lange Term berüchsichtigt warden  
   T2= =   
   T2= 0,0185
7. U= 0,5+0,0185= 0,5185 L/a

Das Überschadenverhältnis wird in einen Überschaden umgerechnet und zu den Leben hinzuaddiert.

U= 0,5185·120= 62,22 L

geU= 0,333·120= 40 L

Lu= 1200+62,22= 1262,22 L

geLu= 200+40 = 240 L

Übersicht der Zwischenwerte

Panzerarmee Infanterie

D= 0 geD= 1/3

s= 10 L/a ges= 1,667 L/a

u= 0,5185 L/a geu= 0,333 L/a

U= 62,22 L geU= 40 L

Lu= 1262,22 L geLu= 240 L

Als letztes muss noch der Kampfbeiwert berechnet werden.

a.wmf

fu= fu =

fu=

fu= Max(fu;fd)

Die Bedingung L <= 1-d ist für beide Armeen nicht erfüllt, sodass der Kampfbeiwert für Beide mit dem Hauptteil berechnet werden muss.

Es sind folgende Werte in die Formel ein zu setzen:

fu= Kampfbeiwert(s,geD,N,u)

fu= Kampfbeiwert(10=L; 1/3=d; 20=N; 0,5185=U)

gefu= Kampfbeiwert(ges; D; geN; geu)

gefu= Kampfbeiwert(1,667=L; 0=d; 60=N; 0,333=U)

Panzerarmee

Die Prüfung war nicht bestanden und es wird die Näherungsformel verwendet.

fu= 1,021-2·(1+0,15·d)·(1-0,5/(2·N))·(0,2-0,05·Log(L+U))

+0,21/N+0,24/L/N²-0,0001·(21·L+580/L)-0,006·L/N

fu= 1,021-2·(1+0,15·1/3)·(1-0,5/(2·20))·(0,2-0,05·Log(10+0,5185))

+0,21/20+0,24/10/20²-0,0001·(21·10+580/10)-0,006·10/20

fu= 1,021-2,1 · 0,9875·0,1489

+0,0105+0,0001-0,0268-0,003

fu= 1,021-2,1·0,9875·0,1489+0,0105+0,0001-0,0268-0,003= 0,693

Bei einem großen Lebenschadenverhältnis von 10 ist ein Kampfbeiwert von etwa 0,8 zu erwarten, während Kampfbeiwerte von 0,65 eher bei einem Lebenschadenverhältnis von 2 auftreten. Die Formel wurde falsch benutzt.

Die Ursache des Fehlers liegt darin, dass Log(x) in VBA der natürliche Logarithmus ist, während Log(x) in Excel der Zehnerlogarithmus bedeutet. Mit Log(x) ist in der Formel der natürliche Logarithmus gemeint. Die korrekte Berechnung lautet daher:

fu= 1,021-2·(1+0,15·1/3)·(1-0,5/(2·20))·(0,2-0,05·Log(10+0,5185))

+0,21/20+0,24/10/20²-0,0001·(21·10+580/10)-0,006·10/20

fu= 1,021-2,1 · 0,9875~~·0,1489~~·0,08234

+0,0105+0,0001-0,0268-0,003

fu= 1,021-2,1·0,9875·0,08234+0,0105+0,0001-0,0268-0,003= 0,831

Infanterie

Der Kampfbeiwert wird mit der absoluten Formel berechnet.

fu=

Lu= L+U= 5/3 + 1/3 = 2

fu= =

fu= = 0,63125

Die Kampfkraft kann nun berechnet werden

K= fu·Lu·A·N²= 0,831·1262,2·180·202=75,52 Megaangriffsleben statt 69,12 Mal

geK= gefu·geLu·geA·geN²= 0,63125·240·120·602=65,448 Mal statt 69,12 Mal

Kampfverläufe der beiden Armeen G

Die Panzer sind der Infanterie leicht überlegen. Dies liegt vor allem daran, die Panzer einfach den größeren Kampfbeiwert haben.

Die Schlacht wird folgendermaßen ablaufen:

KRest= K-geK

KRest= 75,52-65,448= 10,072 Mal

Die Panzerarmee hat Verluste, wenn deren rechteckige Kampfkraft kleiner ist als die Kampfkraft der Infanterie.

Kr= (2·f-1)·K

Kr= (2·0,831-1)·75,52= 49,99 Mal

Kr < geK

Dies ist der Fall und die Anzahl der übrigen Panzer wird berechnet

N=

N= = 16,19 Panzer

Panzerpanorama2.wmf

Das Überschadensverhältnis für die Infanterie von 1/3 liegt unter 0,5 und damit eher günstig für die Panzer. Jeder Soldat ist mit 2 Schussen weg. Würden die Panzer 199 Schaden machen, so hält jeder Soldat immer noch 2 Schüsse aus, aber der Überschaden wäre 198. Die Kampfkräfte würden für diesen Fall so aussehen:

K= fu·Lu·A·N²= 0,831·1262,2·298,5·202= 125,24 Mal

geK= gefu·geLu·geA·geN²= 0,63125·398·120·602= 108,53 Mal

Verhältnismäßig ändert sich nichts an der Kampfsituation. Hat man vorher jedoch die Möglichkeit zum Ausrüsten, so kann der Panzerspieler seine Panzer so umrüsten, sodass deren Angriff sinkt und dessen Leben steigen. Der Angriff darf so weit sinken, bis die Soldaten immer noch mit 2 Schuss besiegt sind (Lebenschadenverhältnis von 1,99). Eine Alternative wäre, dass der Angriff der Panzer so weit angehoben wird, sodass jeder Soldat mit einem Treffer weg ist. Für den Spieler der Infanterie ist es das Ziel, dass die Soldaten mehr Angriff und weniger Rüstung haben und dabei immer noch 2 Schuss aushalten (Lebenschadenverhältnis von 1,01).

# G zweiheitlicher Kampf - Armee in 2 Reihen

Besteht eine Armee aus Gruppen, bei denen eine Gruppen die Schüsse einsammelt und die andere Schaden austeilt, so wird die Kampfkraft um den zusätzlichen Term a·e·Le·Aa ergänzt. Solche Armeen werden zweiheitliche Armeen genannt. Ein Beispiel für so einen Fall ist, dass die Armee aus Streitkolbenträgern und Langbogenschützen besteht. Die Streitkolbenträger stehen in der ersten Reihe und werden als erstes abgemetzelt, während die Langbogenschützen solange unbeschadet bleiben. Die Langbogenschützen in der zweiten Reihe können aber die ganze Zeit schießen. Streitkolbenträgern und Langbogenschützen stehen in unterschiedlichen Reihen. Die Kampfkraft setzt sich daher aus 3 Teile zusammen: Die beiden Eigenkampfkräfte jeder Gruppe und die Teamwirkung.

Die Formel lautet:

K= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ a·e·Le·Aa zweiheitliche Formel

Die 3 Terme der zweiheitlichen Formel haben diese Namen:

K= Eigenkampfkraft A+Eigenkampfkraft E + Teamterm

Vermaßung des zweiheitlichen Kampfes G

dabei sind:

e: Die Anzahl der Einstecker

a: Die Anzahl der Austeiler

Le: Die Leben der Einstecker

La: Die Leben der Austeiler

Ae: Der Angriff der Einstecker

Aa: Der Angriff der Austeiler

fe: Der Kampfbeiwert der Einstecker

fa: Der Kampfbeiwert der Austeiler

Ka= fa·La·Aa·a²: Die Kampfkraft der Austeiler alleine

Ke= fe·Le·Ae·e²: Die Kampfkraft der Einstecker alleine

a·e·Le·Aa: Die zusätzliche Kampfkraft für das Kämpfen im Team

In f und L ist der Überschaden eingerechnet.

Korrekter müsste es heißen: Leu, Lau, feu, fau.

**Begriffliche Unterscheidung**

Sowohl im zweiheitlichen Kampf als auch im Mischkampf fällt der Begriff reine Kampfkraft. Dieser ist nicht zu verwechseln mit Eigenkampfkraft.

Eigenkampfkraft

Ka= fa·La·Aa·a² und Ke= fe·Le·Ae·e²

reine Kampfkraft

K(a)= fa·La·Aa·a² und K(e)= fe·Le·Ae·e²

Auch die Formeln sehen identisch aus. Der Unterschied liegt in den Begriffen a und e. Bei der Eigenkampfkraft wird nur ein Teil der Rohstoffe für die Austeiler (oder Einstecker) aufgewendet. Bei der reinen Kampfkraft wird eine reine Armee aus nur Austeilern (oder nur Einsteckern) aufgestellt.

Beispiel: Es kämpfen 20 Schwertkämpfer und 30 Bogenschützen zusammen. Würden die 30 Bogenschützen alleine Kämpfen, haben sie die Eigenkampfkraft. Baut man stattdessen 50 Bogenschützen und 0 Schwertkämpfer, dann wird von einer reinen Kampfkraft der Bogenschützen gesprochen.

Es wird zwischen 2 Kampfbeiwerte unterschieden. Der Kampfbeiwert bezieht sich immer auf die Gruppe. Der globale Kampfbeiwert bezieht sich auf die gesamte Armee. Bei Kämpfe zwischen optimierten zweiheitlichen Armeen ist der globale Kampfbeiwert am größten (f ≈ 0,85) und beim Kampf von einer unorganisierte mehrheitlichen Armee ist er f ≈ 0,65 sehr klein. Wird die optimierte Armee von hinten angegriffen, so ist f ≈ 0,4.

Für zweiheitliche Armeen sind globale Kampfbeiwerte möglich, die kleiner sind als der dreieckige Kampfbeiwert!

Vermaßung des zweiheitlichen Kampfes bei schlechter Teamwirkung G

Die Vorteile der zweiheitlichen Armee ist, dass die Einheiten sich stärker spezialisieren können, da Angriffsschwächen der Einstecker von den Austeilern übernommen werden und umgekehrt. Bei gut spezialisierten Einheiten wird der Teamterm a·e·Le·Aa groß. Ein weiterer Vorteil sind geringe Reparaturkosten. Es müssen bei gleichem Kampfkraftverbrauch im Verhältnis zu einer einheitlichen Armee weniger Einheiten repariert werden. Den Schaden übernehmen die gepanzerten Einheiten. Sind die Einstecker besiegt, so kann der Rückzug angetreten werden, da die Armee kaum noch Schaden austeilen wird.

Die Nachteile einer zweiheitlichen Flotte sind zum einen die Erfahrung. In Spielen wird meist nur entweder Einstecken oder Austeilen mit Erfahrung vergütet. Eine Reihe bleibt daher fast unerfahren. Der schlimmste Nachteil ist, wenn der Gegner ein in den Rücken fällt. Damit müssen die nackten Austeiler einstecken und die schlecht bewaffneten Einstecker austeilen. Sind die Einstecker Nahkämpfer, so müssen sie sogar warten, bis die Fernkämpfer besiegt sind.

Besteht die zweiheitliche Armee aus 2 Sorten von Einheiten mit ähnlichen Werten so verringert sich die Kampfkraft, als wenn man eine monotone Armee baut. Dies liegt daran, dass zuerst eine Gruppe besiegt wird und so schon viel Angriff fehlt.

### G Verschiedene Gruppen in einer Reihe

Wichtig bei dieser Formel ist, dass es im Kampf 2 Reihen gibt. In jeder Reihe dürfen mehrere Gruppen sein. Ist dies für eine Reihe der Fall, so ist folgendes zu tun:

Der Term für die Eigenkampfkraft ist durch die Mischformel zu ersetzen. Die Mischformel berechnet die Kampfkraft von 2 Gruppen in einer Reihe. Diese Formel wird später behandelt. Kämpfen beispielsweise leichte und schwere Kavallerie an vorderster Front, so ist der Term

fe·Le·Ae·e²

durch die Mischformel zu ersetzen.

Die Formel im Allgemeinen sieht dann so aus:

K= Ka +Ke+ gLe·gAa. zweiheitliche Formel

dabei sind:

e: Die Anzahl der Einstecker

a: Die Anzahl der Austeiler

gLe: Die Gesamtleben der Einstecker

mit gLe= gLe1+ gLe2

gLe1 und gLe2 sind die Gesamtleben der einzelnen Gruppen

gAa: Der Gesamtangriff der Austeiler

mit gAa= gAa1+ gAa2

gAa1 und gAa2 sind der Gesamtangriff der einzelnen Gruppen

Ka: Eigenkampfkraft der Austeiler

Ke: Eigenkampfkraft der Einstecker

## G Die optimale zweiheitliche Armee

Optimierung einer zweiheitlichen Armee G

Jedem Kämpfer interessiert vor allem, wie man eine Armee möglichst optimal baut, wie die Armee am stärksten ist. Je mehr Austeiler man hat, desto größer die Kampfkraft. Je mehr Einstecker man hat, desto größer die Kampfkraft. Doch es gibt da eine Grenze, wie viel man bauen kann. Die Anzahl der Einheiten werden meist durch Rohstoffe, Baracken oder Geld begrenzt. Je mehr Austeiler man verwendet, desto weniger Einstecker kann man bauen. Wie viel braucht man nun von welcher Sorte, damit man die effektivste Kombination hat? Das ist ein Extremwertproblem.

Merksatz:

Sind die Einstecker genauso stark wie die Austeiler, so befindet sich das Optimum genau in der Mitte.

### H Herleitung der zweiheitlichen Optimierungsformel

Die Zielfunxion ist:

K= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ e·Le·Aa·a

Dort ist eine Variable zu viel drin. Über eine Nebenbedingung muss sie entfernt werden. Die Nebenbedingung ist der Rohstoffverbrauch.

W= We·e+Wa·a

und nach a umgestellt:

a= Rohstoffbedingung

Dabei sind:

e: Die Anzahl der Einstecker

a: Die Anzahl der Austeiler

Le: Die Leben der Einstecker

La: Die Leben der Austeiler

Ae: Der Angriff der Einstecker

Aa: Der Angriff der Austeiler

fe: Der Kampfbeiwert der Einstecker

fa: Der Kampfbeiwert der Austeiler

We: Der Rohstoffverbrauch der Einstecker

Wa: Der Rohstoffverbrauch der Austeiler

W: Die zur Verfügung stehenden Rohstoffe

Die Nebenbedingung wird in die zweiheitliche Formel eingesetzt, a eliminiert und man erhält eine Funxion zur Berechnung der Kampfkraft in Abhängigkeit von e:

K(e)=

Mit der Binomischen Formel wird ein wenig umgeformt.

K(e)= fa·La·Aa·(W²/Wa²- 2·W·e·We/Wa²+ e²·We²/Wa²)

+fe·Le·Ae·e²+ Le·Aa·(W·e/Wa-e²·We/Wa)

Jetzt wird diese Funxion nach e abgeleitet. Das sieht schwer aus, ist aber nur das Ableiten eine quadratischen Funxion mit jede Menge Konstanten drum herum. Der Kampfbeiwert ist geringfügig von e abhängig. Dies wird vernachlässigt.

K’(e)=

K’(e) beschreibt die Veränderung der Kampfkraft in Abhängigkeit von e. Bei einem Optimum gibt es keine Veränderung. Deshalb setzt man K’(x) auf 0, um den Extremwert berechnen zu können. Nachdem K’(e)=0 gesetzt wurde, werden die Klammern aufgelöst. Alles was kein e enthält auf die andere Seite gebracht. Man klammert e aus. Die Zwischenlösung sieht dann so aus:

=

Nun dividiert man nur noch durch den Psalm hinter dem e und schon erhält man die Formel für die optimale zweiheitliche Flotte.

e= 2 kürzen und Wa² erweitern

e= zweiheitliche Optimierungsformel

Man weiß nun, wie viele Einstecker man bauen muss. Die Anzahl der Austeiler kann man sich über die Rohstoffbedingung a= (W-We·e)/Wa ausrechnen. Kommt für a oder e ein negativer Wert raus, so ist das Optimum nicht baubar. Will man die Kampfkraft berechnen, so setzt man e in die Funxion K(e) ein.

K(e)=

Achtung!

Es handelt sich hier um ein Extremwert, also kein Maximum. Wer Bogenschützen mit Langbogenschützen kombiniert, e richtig ausrechnet und so baut mit dem Glauben die optimale Armee zu haben, wird sein blaues Wunder erleben. In diesem Fall wird die Kampfkraft auch extremal und zwar minimal. Dazu muss man prüfen, ob die zweite Ableitung negativ wird. Einfacher ist es, wenn man prüft einfach, ob eine Baracke voller Austeiler oder Einstecker mehr Kampfkraft haben als der Extremwert. Alternativ kann auch geprüft werden, ob die Kampfkraft bei einer Einheit weniger geringer ist.

In vielen Spielen kann man Schwertkämpfer mit Bogenschützen kombinieren. Die Schwertkämpfer stecken ein und die Bogenschützen teilen aus. So sinnvoll dies auch scheinen mag, es führt nichts daran vorbei, dass man prüft, ob dies auch wirklich sinnvoll ist. Haben Schwertkämpfer und Bogenschützen eine ähnlich große Angriffssteigung, so wird die Kampfkraft stehts minimal.

Die zweite Ableitung ist:

K”(e)=

Ob die Optimierung nun zu einen Maximum oder Minimum führt, hängt von 2 Dingen ab. Wenn die Einheiten stark spezialisiert sind auf Angriff oder Leben, dann führt dies in Richtung Maximun, K”(e) sinkt. Der andere Sachverhalt ist, dass durch das Kämpfen in 2 Reihen zuerst die eine Hälfte abgemetzelt wird, und dann die andere. Der Kampfverlauf nähert ein Stück dem dreieckigen Kampf. Besonders deutlich wird dies, wenn eine Gruppe Bogenschützen in 2 Reihen aufgeteilt werden. Mitten im Kampf fehlt schon die Hälfte. Der Kampfkraftverlust, der durch das Aufteilen in 2 Reihen entsteht muss erst durch die Vorteile der Spezialisierung überwunden werden, damit ein Maximum entsteht.

### G unbesiegbare Optimierungsformel

Diese Formel macht die Armee nicht unbesiegbar, sondern setzt voraus, dass der Progamer so stark ist, dass er keine Niederlagen mehr befürchten muss. In den meisten Singleplayer Spielen nervt der ständige Verlust an Truppen, sodass man das Problem mit dieser Formel lösen kann.

Die unbesiegbare Optimierungsformel liefert eine kleinere Kampfkraft als die Optimierungsformel! Dafür maximiert sie die verlustfreie Kampfkraft. Die verlustfreie Kampfkraft zeichnet sich dadurch aus, dass keine Einheiten verloren gehen.

Definition der verlustfreien Kampfkraft G

wichtige Unterscheidung:

Es wird ohne die dreieckigen Gesamtleben der Einstecker optimiert. Man muss genau auf den Sachverhalt achten.

Fall 1: 2 Raumschiffsorten greifen einen Planeten an. Die eine Sorte hat schussanziehende Schilde und beschützt damit die Austeiler. Jeder Einstecker flieht, wenn er nur noch 15% Leben hat. Die Austeiler fliehen, wenn die Einstecker weg sind. Der Kampf endet, wenn der letzte Einstecker geflohen ist. Für diesen Fall gilt die unbesiegbare Optimierungsformel nicht. Um die Kampfkraft zu optimieren nimmt man die Optimierungsformel und setzt die Leben der Austeiler auf 0.

Fall 2: Bogenschützen und Pikeniere kämpfen in 2 Reihen. Die Pikeniere können nicht fliehen. Sie scheiden nicht durch Flucht aus dem Kampf aus, sondern durch Tod. Eine Niederlage bedeutet den Totalverlust. Ein Sieg kann auch Verluste bringen. Um auszuschließen, dass ein Sieg Verluste bringt, muss jeder Einstecker am Leben bleiben. Die unbesiegbare Optimierungsformel gilt.

Die nutzbare Teilkampfkraft für einen verlustfreien Sieg beträgt:

tK= ~~fa·La·Aa·a² +fe·~~Lre·Ae·e²+ e·Lre·Aa·a

Die Eigenkampfkraft der Austeiler ist nicht nutzbar. Die dreieckige Kampfkraft der Einstecker und die dazugehörige Teamwirkung soll auch nicht angesetzt werden. Es bleibt ein Rechteck übrig:

tK= gLre·(gAe+gAa)= e·Lre·(Ae·e+Aa·a)

Die Rohstoffbedingung wird eingesetzt und dann wird umgeformt

tK(e)= Lre·Ae·e²+ e·Lre·Aa·(W- We·e)/Wa Klammer auflösen

tK(e)= Lre·Ae·e²+ e·Lre·Aa·W/Wa- e²·Lre·Aa·We/Wa Ableiten

tK‘(e)= 2·Lre·Ae·e+ Lre·Aa·W/Wa- 2·e·Lre·Aa·We/Wa tK‘(e)=0

0=2·Lre·Ae·e - 2·e·Lre·Aa·We/Wa+ Lre·Aa·W/Wa Terme schieben

2·e·Lre·Aa·We/Wa-2·Lre·Ae·e=Lre·Aa·W/Wa ·Wa

2·e·Lre·Aa·We-2·Lre·Ae·e·Wa=Lre·Aa·W e ausklammern

e·(2·Lre·Aa·We-2·Lre·Ae·Wa)=Lre·Aa·W nach e auflösen

e= Lre·Aa·W/(2·Lre·Aa·We-2·Lre·Ae·Wa) Lre kürzen

und man erhält die unbesiegbare Optimierungsformel.

e= unbesiegbare Optimierungsformel

**Zusammenfassung**

Für die maximale Kampfkraft berechnet man die Anzahl der Einstecker mit der Optimierungsformel

e=

Können Einheiten fliehen und die Austeiler sollen keinen Schaden nehmen, dann ist die Optimierungsformel mit La= 0 zu verwenden. Die Optimierungsformel wurde gekürzt. Die Anzahl der Einstecker wird größer.

e=

Können Einheiten nicht fliehen und es soll keine Verluste geben, dann wird die unbesiegbare Optimierungsformel angewendet. Die Anzahl der Einstecker ist noch größer.

e=

### R Panzer mit Artillerie unterstützen

Es soll eine Armee aus Panzern und Artillerie gebaut werden. Die Panzer werden durchgepanzert und die Artillerie mit 3 Läufe ausgestattet. Die Artillerie bringt für wenig Kasernenplatz viel Angriff. Ein Panzer hat 25kl, 7ka, flieht bei 20%, verbraucht 720 Platz in der Kaserne und hat einen Kampfbeiwert von 0,85. Eine Artillerie hat 0,3kl, 0,266ka, schießt 3 mal, benötigt 21 Platz und kämpft dreieckig. Die Kaserne bietet 6780 Einheiten Platz. Nun ordnet man den Buchstaben die passenden Zahlen zu.

fe= 0,85; We= 720; Ae=7; Le=20; e=?

fa= 0,5; Wa=21; Aa=0,8; La=0,3; a=? und W=6780

Man setzt in die Optimierungsformel ein, die Herleitung wird nicht benötigt:

e=

e=

e=

e= 4,34

Es müssen 4,34 Panzer gebaut werden.

Die Artillerie kann, wenn die Panzer weg sind, kaum selbst kämpfen. Die Artillerie soll deshalb den Rückzug antreten, wenn der letzte Panzer fällt. Die Artillerie hat somit 0 Leben, sodass neu optimiert werden soll. Die Optimale Anzahl der Panzer wird neu berechnet. Aus der Formel fallen 2 Terme raus:

e=

e= 6,01.

Es müssen 6 Panzer gebaut werden.

Über die Rohstoffbedingung erhält man die Anzahl der Artillerie.

a= =

a= 117

Sie sind 117 Stück. Die Kampfkraft lässt sich mit K(e) bestimmen, oder da a schon ausgerechnet ist, über die zweiheitliche Formel.

K= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ a·e·Le·Aa

K= 0,5·0·0,8·117²+ 0,85·20·7·6²+ 117·6·20·0,8

K= 0+ 4284+ 11232= 15516Mal

Nun doch die Probe, ob es wirklich ein Maximum ist. Es wird bei 5 Panzer und 151 Artillerie geprüft.

K= 0,5·0·0,8·151²+ 0,85·20·7·5²+ 151·5·20·0,8

K= 0+ 2975+ 12080=

K= 15055Mal

Da 15055 kleiner ist als 15516, so ist 15516 auch wirklich das Maximum.

### H Ab wann nützt die Optimierungsformel?

Ganz einfach, wenn K‘‘(e)<0.

K‘‘(e) ist aber unbequem und nicht praxistauglich. Man muss wesentlich mehr rechnen, als wenn man die reinen Kampfkräfte mit der optimierten Kampfkraft überprüft.

Gegeben ist eine Gruppe Einstecker mit Le Leben, Ae Angriff, We Rohstoffverbrauch und sie kämpft fe. Zu dieser Gruppe soll eine Gruppe Austeiler A untersucht werden, ob mit dieser die Kampfkraft optimierbar ist. Über die Austeiler ist nur die Kampfweise bekannt.

Gegeben

e= Einstecker a= Austeiler

Le= Le La= ?

Ae= Ae Aa= ?

fe= fe fa= fa

We= We Wa= ?

W=W

Hier sind 3 Unbekannte. Diese sind Leben, Angriff und Rohstoffverbrauch der Austeiler.

Eine Unbekannte bekommt man weg, indem man festlegt, dass beide Einheiten gleich stark sein sollen.

Ke= Ka

Mit dieser Gleichung kann z.B. der Rohstoffverbrauch berechnet werden.

Ke= fe·Le·Ae·(W/We)²

Ka= fa·La·Aa·(W/Wa)² Einsetzen

fe·Le·Ae·W²/We²= fa·La·Aa·W²/Wa² W² kürzen

fe·Le·Ae/We²= fa·La·Aa/Wa² Umstellen

Wa²=

Wa=

Mit der Optimierungsformel kann nun die optimale Anzahl der Einstecker berechnet werden. Da Ke = Ka gilt der Merksatz, dass das Optimum genau in der Mitte ist. Die optimale Anzahl ist ohne Berechnung schon gefunden.

e= W/(2·We)

e= 0,5 für W=1 und We =1

a= W/(2·Wa)

Um das ganze zu veranschaulichen, werden alle bekannten Großen festgelegt. Die optimale Anzahl a berechnet sich mit

a= W/(2·Wa)

a= 1/(2·Wa)= 0,5/Wa

a=

Zusammenfassung

e= 1 We= 1

Le= 1 La= ?

Ae= 10/9 Aa= ?

fe= 0,9 fa= 0,75

a= Wa=

W=1

Zuerst werden die Kampfkräfte reiner Gruppen berechnet.

Ke= fe·Le·Ae·e²

Ke= 0,9·10/9·1·1² =1

Ka= Ke= 1

Sollte die Optimierung eine Kampfkraft ergeben, die größer als 1 ist, ist es ein Maximum, andersherum ist es ein Minimum.

Nun können die Werte in die zweiheitliche Formel eingesetzt werden.

K= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ e·Le·Aa·a

a= Werte einsetzen

a= 0,5·(0,9·1·10/9/(0,75·La·Aa·1²))0,5 Zusammenfassen

a= 1/(3·La·Aa)0,5

K(La;Aa)= 0,75·La·Aa·a² +0,9·1·10/9·0,5²+ 0,5·1·Aa·a Ausrechnen

K(La;Aa)= 0,75·La·Aa·a² +0,25+ 0,5·Aa·a a einsetzen

K(La;Aa)= 0,75·La·Aa/(3·La·Aa) +0,25+ 0,5·Aa/(3·La·Aa)0,5 Zusammenfassen

K(La;Aa)= 0,5+ 0,5·Aa0,5/(3·La)0,5

Damit ergibt sich diese Funxion:

K(La;Aa)=

Die Aussage ist im Gegensatz zur Mischformel einfach: Mehr Angriff und weniger Leben für die Austeiler.

Und so sieht die Gleichung im Diagramm aus

3D Diagramm, ab wann die zweiheitliche Optimierungsformel ein Optimum bringt

G

Trägt man die Werte logarithmisch auf, so sieht das Diagramm folgendermaßen aus:

3D Diagramm, ab wann die Optimierungsformel ein Optimum bringt mit logarithmischer Skalierung

G

Die logarithmierten Werte bedeuten

0= 0,001

10= 1

20= 1000

## R Anwendungsbeispiel: Die richtigen Türme bauen

Wir befinden uns in einem Onlinespiel, bei dem man seinen Planeten mit Abwehrtürmen verteidigen kann. Als Anfänger fehlt uns jedoch die Erfahrung. Da wir aber wissen, wie man die Kampfkraft von einheitlichen und zweiheitlichen Armeen berechnen kann, wird hier ausführlich demonstriert, welche Türme von den 6, die zur Auswahl stehen, am stärksten sind. Das lästige Testen der Türme im Spiel kann somit umgangen werden und die Rohstoffe sinnvoller genutzt werden. Die planetaren Kraftwerke produzieren 100 000 MW Strom. Es können daher nur eine begrenzte Menge an Türmen mit Strom versorgt werden. In dieser Tabelle wird die Kampfkraft berechnet. Es wird von einem Kampfbeiwert von 0,8 ausgegangen auch bei kleinen Türmen, es können halbe Türme gebaut werden. Zielen, Manöver, Rüstung und Angriffstempo sind bereits mit eingerechnet.

Der Kreisel und die Flak sind durch seine besondere Bauweise in der Lage, dass diese als letztes angegriffen werden. Der Panzerturm verfügt über magnetische Schilde, sodass dieser zuerst abgeschossen wird.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Typ | Stromverbrauch in MW | Leben L in kl | Angriff A in ka | Anzahl N | Kampfkraft K in Mal | Reihe |
| Hydra | 2000 | 3,5 | 3,6 | 50 | 25200 | 2 Reihe |
| Flak | 1600 | 2,8 | 2,4 | 62,5 | 21000 | 3 Reihe |
| Raketenwerfer | 1200 | 2,1 | 0,8 | 83,3 | 9333 | 2 Reihe |
| Laserturm | 850 | 1,4 | 0,5 | 117,6 | 7751 | 2 Reihe |
| Kreisel | 400 | 1,1 | 1,35 | 250 | 74250 | 3 Reihe |
| Panzerturm | 1050 | 7,5 | 0,8 | 95,2 | 43537 | 1 Reihe |

Die Kampfkraft wird berechnet mit K= 0,8·L·A·N². Man sieht ganz klar, welcher Turm der stärkste ist. Es ist der Kreisel; das Spiel ist völlig fehlbalanciert.

### R falsch Kombinieren

Piraten haben die Hydradeff abgeschossen und alle Rohstoffe vom Planeten geraubt. Die Deff soll wieder aufgebaut werden, und zwar stärker als zuvor. Es sollen Flak mit Hydra kombiniert werden. Die Flak besitzt die Fähigkeit, dass diese als letztes abgeschossen werden. Dadurch kann die Flak die ganze Zeit schießen, ohne Schaden zu nehmen.

Es werden 42 Hydras und 10 Flaks gebaut.

K= gLe·gAa+ fe·gLe·gAe+ fa·gAa·gLa

Die GesamtLeben der Hydras gLa berechnen sich aus Leben L einer Hydra· Anzahl a.

gLa= a·La

gLa= 3,5kl·42= 147kl

Äquivalent verhält es sich mit den anderen 3 Größen.

gAa= 151,2ka

gAe= 24ka

gLa= 147kl

gLe= 28kl.

Wir setzen ein:

K= 28·151,2+ 0,8·24·28+ 0,8·151,2·147

K= 4233,6+ 537,6 + 17781,2= 22552Mal

Das ist ja viel weniger, als wenn man nur Hydras baut. Nur Noobs bauen so. Die Kampfkraft stürzt von 25200 auf 22552. Was ist da geschehen? Die Piraten picken sich zuerst die Flaks raus und schießen sie ab. Dadurch geht ein Teil der Schusskraft schnell verloren, der Kampfverlauf nähert sich einem Dreieck, sodass der Kampfbeiwert sinkt. Betrachten wir mal den globalen Kampfbeiwert der gesamten Deff.

K=f·gL·gA

gL= gLa+gLe

gl= 147+ 28= 175kl

gA= gAa+ gAe=

gA= 151,2+24= 175,2ka

Wir setzen ein.

22552= f·175·175,2

f=22552/(175·175,2)

f= 0,7355 Ein schwerer Verlust!

Es waren viel zu wenig Flaks. Wenn man mehr baut, dann hätten auch mehr geschossen. Aber wenn man das richtige Verhältnis an Flaks und Hydras baut, dann muss das doch wohl besser werden? Dazu benutzen wir die Optimierungsformel.

Hydra: fe= 0,8; We=2000 ; Ae=3,6; Le=3,5; e=?

Flak: fa= 0,8; Wa=1600; Aa=2,4; La=2,8; a=? und W=100 000 MW

e=

e=

e= = 19,74 Hydras

a=

a= = 37,83 Flaks

Nun wird die Kampfkraft berechnet

K= 0,8·2,8·2,4·37,83² +0,8·3,5·3,6·19,74²+ 19,74·3,5·2,4·37,83

K= 7693 +3926+6272= 17892 Mal

zweiheitliche Pessimierung Rechenbeispiel Kampfverlauf G

Das ist ja noch weniger! Hat denn die Optimierungsformel überhaupt funxioniert?

Ja, das hat sie und sie hat das Minimum für diese noobige Kombi zwischen Flak und Hydra gefunden.

zweiheitliche Pessimierung Rechenbeispiel Kampfkraft G

Der globale Kampfbeiwert beträgt

f= K/(gL·gA)

gL= 3,5·19,74+2,8·37,83= 175

gA= 3,6·19,74+2,4·37,83= 161,9

f= = 0,63

Allgemein kann man sagen, dass die Optimierungsformel die Kampfkraft pessimiert, wenn die beiden Einheiten etwa ähnliche Werte haben.

Hat eine Einheit deutlich mehr Leben als Angriff und die andere umgekehrt, so lässt sich da was optimieren.

### R richtig kombinieren

Nun wird mal eine intelligente Deff gebaut. Sie besteht aus 24 Panzertürme und 187 Kreisel. Die Panzertürme beschützen die kleinen Kreisel und ziehen alle Schüsse des Gegners auf sich.

gLe=180

gAe= 19,2

gLa=205,7

gAa=252,45

K= gLe·gAa+ fe·gLe·gAe+ fa·gAa·gLa

K= 252,45·180+ 0,8·180·19,2+ 0,8·205,7·252,45

K= 45441+ 2764,8+ 41543

K= 89749Mal

Das übertrumpft jede einzelne Deff. Nun wird noch der globale Kampfbeiwert berechnet.

f=

f=

f= 0,856.

Das ist viel mehr als 0,8! Den optimalen Kampfbeiwert von 0,8777 erhält man 56 Panzertürme und 103 Kreisel, jedoch ist die Kampfkraft nicht optimal. Die optimale Kampfkraft kann mit der Optimierungsformel ausgerechnet werden. Diese Formel liefert

e=

e=

e= 35,76 Panzertürme

a= 156,1 Kreisel

zweiheitliche Optimierung Rechenbeispiel Kampfverlauf G

K= 0,8·1,1·1,35·156,1² +0,8·7,5·0,8·35,76²+ 156,1·35,76·7,5·1,35

K= 28963 +6137+ 56528

K= 91627 Mal

zweiheitliche Optimierung Rechenbeispiel Kampfkraft G

## G Besonderheiten des zweiheitlichen Kampfes

Unter bestimmten Bedingungen können in einem zweiheitlichen Kampf Eigenarten entstehen, die man vorher nicht erahnen kann. Diese werden hier anhand von Rechenbeispielen aufgelistet.

### H Truppen aufteilen

Um Erfahrungspunkte zu sammeln, kämpfen 2 Spieler einer Ally gegeneinander. Erfahrungspunkte werden in dem Spiel nur für ausgeteilten Schaden, aber nicht für Verletzungen ausgeteilt werden. Der zweite Spieler ist jedoch deutlich schwächer. Damit auch dieser seine Truppen leveln kann, teilt der starke Spieler seine Gruppe in 2 Reihen auf. Diese Kampfweise mindert seine Kampfkraft. Die Einheiten beider Spieler treten den Rückzug an, wenn sie nur noch die Hälfte der Leben haben.

Wie viele müssen in die zweite Reihe gezogen werden, damit die Kampfkraft Minimal wird? Wie stark kann die Kampfkraft abgemindert werden?

Die Einheiten haben diese Werte

1.Reihe 2.Reihe

Ae=Aa Aa=Aa

Le=La La=La

fe=fa fa=fa

We=Wa Wa=Wa

Diese setzt man in die Optimierungsformel ein

e= kürzen

e= Zusammenfassen und ausklammern

e= (fa·2-1)·La·Aa Kürzen

e= e=a

Es muss genau die Hälfte in die zweite Reihe befördert werden.

Für die Antwort, wie stark die Kampfkraft sinkt, werden die Werte in die zweiheitliche Kampfkraftformel eingesetzt

K= fa·La·Aa·a² +fa·La·Aa·a²+ a·a·La·Aa zusammenfassen

K= 2·fa·La·Aa·a²+a²·La·Aa a²·La·Aa ausklammern

K= (2·fa+1)·a²·La·Aa a= 0,5·W/Wa einsetzen

K= (2·fa+1)·0,25·La·Aa·(W/Wa)²

Damit ist eine Kampfkraftgleichung für den einfachen Kampf entstanden. Dabei sind

N= W/Wa²

L= La

A= Aa

f= (2·fa+1)·0,25= (fa+0,5)/2

Die Kampfkraft sinkt, indem der globale Kampfbeiwert gegen den dreieckigen Kampfbeiwert gemittelt wird.

f= (fa+fd)/2

Teilt man die Armee nicht in 2 Reihen auf, sondern in viele Reihen, dann wird der Kampf dreieckig.

Truppen aufteilen G

Nicht verwechseln!

Die Kampfweise, bei der man seine Armee in 2 Reihen aufteilt, ist nicht damit zu verwechseln, dass man geschwächte Einheiten in eine zweite Reihe zieht.

Bei dem Aufteilen der Armee, wird erst die eine Hälfte besiegt und dann die andere. Diese Kampfweise reduziert den Kampfbeiwert.

Die andere Kampfweise, bei der geschwächte Einheiten nach hinten gezogen werden und noch weiter schießen, erhöht den Kampfbeiwert. Hat der Spieler einen guten Überblick über den Kampfverlauf, so kann er fast einen rechteckigen Kampf erreichen. Um wie viel der Kampfbeiwert erhöht wird, dafür gibt es zwar keine Formel, aber mindestens 0,9 sind mit Sicherheit drin.

### R nicht optimierbare Truppe

In einem Spiel kann man 2 richtig starke Highendeinheiten bauen. Alle anderen Einheiten konnte man früher erforschen und sind einfach nur noch schwach. Die brutalen Berzerker haben den zweitbesten Angriff von 450 kombiniert mit einem gewaltigen Einsteckpotential von 7200 Leben. Die schwere Kavallerie erreicht mit seiner Fernkampfwaffe einen Angriff von 510 und kann 3000 Schaden einstecken. Der bessere Berzerker muss von 18 Häuser versorgt werden, während die Kavallerie nur 12 Häuser besetzt. Am Ende des Spiels hat der Spieler etwa 1080 Häuser zum Versorgen der Einheiten.

Zusammenfassung

Berzerker Kavallerie

Le= 7,2 kl La= 3 kl

Ae= 0,45 ka Aa= 0,51ka

fe= 0,85 fa= 0,8

We= 18 Wa= 12

In Forum herrscht eine heftige Diskussion welche der beiden Einheiten die Stärkste ist.

* Die eine Partei schwört auf die Berzerker, da sie eine gute Balance aus Austeilen und Einstecken haben. Als Beispielkampf wird aufgezeigt, wie jemand mit lauter Berzerkern eine große Horde Legionäre total zerrömert hat, ohne auch nur einen einzigen Berzerker zu verlieren. Auch gegen lauter Kavallerie hat jemand so derbe reingemoscht, dass am Ende noch die Hälfte der Berzerker übrig geblieben ist.
* Die andere Partei liebt die Kavallerie, da ihr Angriff etwas größer ist als der von den Berzerkern und obendrein kann man 1,5mal mehr Einheiten bauen. In einem Kampf hat die Kavallerie die Berzerker völlig überrannt und die fast Hälfte der Truppen hat überlebt. Die Berzerkerfreunde halten dagegen, dass dieser Spieler ja auch 50 Häuser weniger hatte.
* Die dritte Partei betont, dass man Kavallerie in Kombination mit Berzerker unbesiegbar sind. Die Berzerker halten die Stellung, während Kavallerie mit ihrem hohen Angriff und ihrer Anzahl gewaltig austeilen. Gezeigt wird ein Kampf gegen reine Kavallerie, die zwar die Berzerker besiegt haben, aber am Ende des Kampfes zeigte sich, was die wahre Taktik ist. Die Kavalleristen argumentieren dagegen, dass ein anderer eine Kombitruppe einfach so weggeritten hat.

Was ist denn nun wirklich am besten? Die Antwort findet man mit der zweiheitlichen Optimierungsformel. Dazu berechnet man wie viele Einstecker man bauen muss und prüft, ob dies ein Optimum ist. Wenn dem so ist, dann hat die dritte Partei recht.

e=

e=

e=

Äääähmmm… die Formel liefert kein Ergebnis.

Deshalb werden die Kampfkräfte für 5 Kombinationsmöglichkeiten mit der zweiheitlichen Formel berechnet.

Optimierungsresistente Berzerker

Es werden 0 Berzerker und 90 schwere Kavallerie gebaut.

Ka= fa·La·Aa·a²= 0,8·3·0,51·90²

Ka= 9914,4 Mal

Es werden 12 Berzerker mit 72 Kavalleristen kombiniert:

K= 0,8·3·0,51·72²+0,85·7,2·0,45·12²+7,2·0,51·72·12

K= 9914,4 Mal

Es werden 30 Berzerker mit 45 Kavalleristen kombiniert:

K= 0,8·3·0,51·45²+0,85·7,2·0,45·30²+7,2·0,51·30·45

K= 9914,4 Mal

Es werden 48 Berzerker mit 18 Kavalleristen kombiniert:

K= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ e·Le·Aa·a

K= 0,8·3·0,51·18²+0,85·7,2·0,45·48²+7,2·0,51·18·48

K= 9914,4 Mal

G

Es werden 60 Berzerker gebaut.

Ke= fe·Le·Ae·e²= 0,85·7,2·0,45·60²

Ke= 9914,4 Mal

Egal, welche Einheiten man wählt und wie man diese kombiniert, die Kampfkraft ändert sich nicht.

Die Kampfkraft in Abhängigkeit der Einstecker wird berechnet:

K(e)= Einsetzen

K(e)= 0,8·3·0,51·((1080-18·e)/12)²+0,85·7,2·0,45·e²+ e·7,2·0,51·(1080-18·e)/12

K(e)= 1,224·((1080-18·e)/12)²+2,754·e²+ e·0,306·(1080-18·e) ausrechnen

K(e)= 0,0085·(1080-18·e)²+2,754·e²+ e·0,306·(1080-18·e) Klammer auflösen

K(e)= 0,0085·(1080²-2·1080·18·e+18·e²)+2,754·e²+ e·0,306·1080-18·e²·0,306 ausrechnen

K(e)= 9914,4-330,48·e+2,754·e²+2,754·e²+330,48·e-5,508·e²

Die Summanden mit einem e oder e² heben sich auf. Übrig bleibt

K(e)= 9914,4 + 0·e

Die Kampfkraft ist damit tatsächlich von der Anzahl der Einstecker unabhängig.

Ab wann kann die Kampfkraft einer zweiheitlichen Armee nicht optimiert werden? Dazu müssen 2 Bedingungen erfüllt sein

1. Die Kampfkraft der Einstecker muss genauso groß sein, wie die der Austeiler. Ke= Ka
2. Der Nenner in der Optimierungsformel muss 0 sein.

Das Fazit ist daher, dass alle 3 Parteien unrecht haben. Damit das Fazit auch zufriedenstellend ist, müssen die Beobachtungen erklärt werden.

Dass die Berzerker eine Truppe Legionen zerrömert haben ist nichts besonderes, da die Legionäre zu den schwachen Einheiten gehören.

Die Berzerker haben in dem Kampf gegen Kavallerie noch die Hälfte der Einheiten übrig gehabt und müssen daher doch stärker sein? Es ist nichts besonderes, wenn nach einem ausgeglichenen Kampf einer am Ende noch viele Einheiten hat. Kämpfe verlaufen nicht immer gleich, sondern Glück spielt auch noch mit rein. Hat die Kavallerie am Anfang Pech und verliert Einheiten zu früh, dann ist deren Kampfbeiwert unterdurchschnittlich. Z.B. Deren Kampfkraft beträgt damit

Ka= 0,78·3·0,51·902= 9666,54 Mal

Die Berzerker haben nach dem Kampf noch

Ke= 9914,4-9666,54= 247,86 Mal

Mit der Formel für beschädigte Armeen kann nun ausgerechnet werden, wie viele Berzerker noch übrig sind.

e=

e= = 22,6 Berzerker

Bei einem ausgeglichenen Kampf wird besonders die Anzahl der Überlebenden empfindlich vom Glück entschieden.

Die Berzerker hatten also nur Glück zum Anfang gehabt und sind nicht wirklich stärker. Das gleiche gilt auch für die anderen Beobachtungen, wo man das sah, was man sehen wollte. Wenn z.B. dem Gegner 50 Häuser und somit 3 Berzerker fehlen, dann ist es auch logisch, dass so viel Kavallerie am Ende übrig bleibt.

a=

Ke= 0,85·7,2·0,45·(60-3)2= 8947,75 Mal

a= = 56,2 Kavallerie

## G Formel für mehrheitliche Armeen

Eine Armee, die in mehr als 2 Reihen kämpft, heißt mehrheitliche Armee. Die Kampfkraft setzt sich aus den Eigenkampfkräften zusammen und den Teamanteilen. Anschaulich setzt man im Diagramm die Flächen der Eigenkampfkräfte Ecke an Ecke nebeneinander.

Für eine dreiheitliche Armee würde die Formel so aussehen:

K= K(a)+ K(c) +K(e)+ gLc·gAa+ gLe·gAa+ gLe·gAc dreiheitliche Formel

Vermaßung des dreiheitlichen Kampfverlauf G

dabei sind:

a: Die Anzahl der Austeiler (dritte Reihe)

c: Die Anzahl der Einheiten in der Mitte (zweite Reihe)

e: Die Anzahl der Einstecker (erste Reihe)

gA: Der Gesamtangriff

mit gA= gAe+ gAc+ gAa

gL: Die Gesamtleben

mit gL= gLe+ gLc+ gLa

die Indizes a,c,e bezeichnen die Reihe

K(a): Eigenkampfkraft der Austeiler

K(c): Eigenkampfkraft der Einheiten in der Mitte

K(e): Eigenkampfkraft der Einstecker

Mehrheitliche Armeen können nicht optimiert werden. Für große Kampfkräfte gilt wie bei zweiheitlichen Armeen, dass die Einstecker möglichst viele Leben haben und die Austeiler möglichst hohen Angriff und es sollte Wert darauf gelegt werden, dass sowohl der globale Kampfbeiwert als auch die Teamanteile groß sind.

Da die mehrheitliche Armee einer optimierten zweiheitlichen Armee immer unterlegen ist, sollte ein einzelner Spieler nie mehr als 2 verschiedene Gruppen verwenden. Mehrheitliche Armeen machen für Allianzen dennoch Sinn, indem mehrere Spieler alles was sie haben in den Kampf schicken. Der globale Kampfbeiwert ist zwar kaum größer als 0,6, aber die vielen Teamanteile bringen eine schwindelerregend hohe Kampfkraft.

### G Diagrammpunkte

Der dreiheitliche Kampfverlauf ist ein Polygon, das durch die Punkte P1 bis P6 beschrieben wird. Bei einem zweiheitlichen Kampfverlauf sind es nur 4 Punkte, das Schema für mehr oder weniger Reihen bleibt dasselbe.

Die Punkte berechnen sich folgendermaßen

P1= Zwischenpunkte von K(a)

P2= Anfang K(a)

P3= K(a)+Zwischenpunkte von K(c)

P4= K(a)+Anfang K(c)

P5= K(a)+K(c)+Zwischenpunkte K(e)

P6= K(a)+K(c)+Anfang K(e)

nächster Punkt= P5+Zwischenpunkte

übernächster Punkt= P6+ Anfang K(nächster)

Damit ergeben sich für die Punkte diese Koordinaten:

P1= (0;0)+ Zwischenpunkte

P2= (gLa;gAa)

P3= (gLa;gAa)+ Zwischenpunkte

P4= (gLa+gLc;gAa+gAc)

P5= (gLa+gLc;gAa+gAc)+ Zwischenpunkte

P6= (gLa+gLc+gLe;gAa+gAc+gAe)

Die Zwischenpunkte werden von der Formel übergeben, mit der die Gruppe berechnet wurde. Ist die Gruppe einheitlich, dann wird nur der Punkt (gLd;gA) übergeben. Die Mischformel übergibt 3 Zwischenpunkte und das Tabellenverfahren für verschiedene Gruppen in einer Reihe liefert noch mehr Punkte.

Sind in allen Reihen nur einheitliche Gruppen, dann hat das Polygon des Kampfverlaufes diese Koordinaten.

P1= (gLad;gAa)

P2= (gLa;gAa)

P3= (gLa+gLdc;gAa+gAc)

P4= (gLa+gLc;gAa+gAc)

P5= (gLa+gLc+gLde;gAa+gAc+gAe)

P6= (gLa+gLc+gLe;gAa+gAc+gAe)

### R Eine Großoffensive

Eine Burg soll ausgeplündert werden. Sie wird von 6 stabilen Verteidigungstürmen bewacht. Am Kampf beteiligen 4 Spieler einer Allianz. Der eine hat 14 Schwertkämpfer, der andere 14 Axtkämpfer, 2 Spieler haben zusammen 60 Bogenschützen und alle Spieler schicken insgesamt noch 32 Esel zur Plünderung in den Kampf. Da die Bogenschützen so weit hinten stehen, werden sie als letztes abgeschossen. Von den 3 anderen Gruppen werden die Esel zuletzt angegriffen, da die anderen mehr Schaden verursachen. Im Kampf gibt es damit 3 Kampfklassen. In der ersten Reihe stehen die Schwert- und Axtkämpfer. Dann werden die Esel angeschossen und zuletzt die Bogenschützen.

Burg_plündern.wmf

Dies sind die Daten für die Einheiten

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | N | L | A | Lu | fu |
| Schwertkämpfer | 14 | 2 | 0,4 | 2,12 | 0,814 |
| Axtkämpfer | 14 | 1,5 | 0,5 | 1,62 | 0,786 |
| Esel | 32 | 0,8 | 0,1 | 0,92 | 0,71 |
| Bogenschützen | 60 | 1 | 0,3 | 1,12 | 0,733 |
| Gegner | 6 | 30 | 2,4 | u= 1,002 | f= 0,958 |

Die Kampfkraft der Schwertkämpfer und Axtkämpfer wird mit der Mischformel ausgerechnet und die anderen mit K=fu·Lu·A·N².

Die Eigenkampfkräfte sind:

K(e)= Mischformel(Schwertkämpfer; Axtkämpfer)= 508Mal

K(c)= fuc·Luc·Ac·c²= 0,71·0,92·0,1·32²

K(c)= 67

K(a)= fue·Lue·Ae·e²= 0,733·1,12·0,3·60²

K(a)= 887

Jetzt müssen die Gesamtgrößen errechnet werden

gAa= a·Aa= 60·0,3

gAa= 18

gAc= c·Ac= 32·0,1

gAc= 3,2

gAe= e1·Ae1+ e2·Ae2= 14·0,4+14·0,5= 5,6+7

gAe= 12,6

gLa= a·La= 60·1,12

gLa= 67,2

gLc= c·Lc= 32·0,92

gLc= 29,44

gLe= e1·Le1+ e2·Le2= 14·2,12+14·1,62

gLe= 52,36

Nun kann in die Formel eingesetzt werden.

K= K(a)+ K(c) +K(e)+ gLc·gAa+ gLe·gAa+ gLe·gAc

K= 508+ 67+ 887+ 29,4·18+ 52,36·18+ 52,36·3,2

K= 508+ 67+ 887+ 529+ 943+ 167

K= 3101 Mal

**Berechnung der Diagrammpunkte**

Die Mischformel hat diese Diagrammpunkte ausgeworfen:

Ende P1 P2 P3 Anfang

L 0 7 15,08 26,4 52,36

A 0 3,55 8,514 12,6 12,6

Diese werden eingefügt, wenn die als Zwischenpunkte benötigt werden. Der Anfangs- und Endpunkt der Liste gehört nicht zu den Zwischenpunkten.

Lösung:

P1= (0;0)+ Zwischenpunkte

P2= (gLa;gAa)

P3= (gLa;gAa)+ Zwischenpunkte

P4= (gLa+gLc;gAa+gAc)

P5= (gLa+gLc;gAa+gAc)+ Zwischenpunkte

P6= (gLa+gLc+gLe;gAa+gAc+gAe)

Die Zwischenpunkte für P1 und P3 sind der Übergang von rechteckig zu dreieckig der einheitlichen Gruppen. In P5 wird die Liste eingefügt. Es entstehen die Punkte P51, P52 und P53.

P1= (gLad;gAs)

P2= (gLa;gAa)

P3= (gLa+gLdc;gAa+gAc)

P4= (gLa+gLc;gAa+gAc)

P51= (gLa+gLc+L1;gAa+gAc+A1)

P52= (gLa+gLc+L2;gAa+gAc+A2)

P53= (gLa+gLc+L3;gAa+gAc+A3)

P6= (gLa+gLc+gLe;gAa+gAc+gAe)

Zalhen einsetzen

P1= (67,2·(2-2·0,733);18)

P1= (35,885;18)

P2= (67,2;18)

P2= (67,2;18)

P3= (67,2+29,44·(2-2·0,71);18+3,2)

P3= (84,28;50)

P4= (67,2+29,44;18+3,2)

P4= (96,6;50)

P51= (67,2+29,44+7;18+3,2+3,55)

P51= (103,6;24,75)

P52= (67,2+29,44+15,08;18+3,2+8,514)

P52= (111,7;29,7)

P53= (67,2+29,44+26,4;18+3,2+12,6)

P53= (123;33,8)

P6= (67,2+29,44+52,36;18+3,2+12,6)

P54= (149;33,8)

Im Diagramm sind die grünen Flächen die Eigenkampfkräfte K(a); K(c); K(e). Diese grünen Flächen der Eigenkampfkräfte werden Ecke an Ecke aneinandergereiht. K(e) ist kein Trapez.

Beispiel des dreiheitlichen Kampfverlauf G

Die blauen Flächen entstehen aus der Teamwirkung. Man sieht deutlich, dass auch Einheiten mit wenig Angriff viel Kampfkraft bringen können.

Kommt eine vierte Gruppe hinzu, so ist diese dementsprechend einzureihen.

### R Wen töte ich zuerst?

Ein Held mit 10000 Trefferpunkte meuchelt sich seinen Weg durch den Dungeon. Seine beiden Schwerter verursachen einen Schaden von je 100 und seine 4 per Tastendruck trinkbaren Heiltränke können je 2000 HP wiederherstellen. Nun kommt eine schwierige Stelle. An einem Tor sind 2 Verteidigungstürme mit 2000 HP und einem Schaden von 300, die von 12 Creeps mit 300 HP und 20 Schaden bewacht werden. Der Spieler fragt sich, wen töte ich zuerst?

Der Spieler kann zuerst die Creeps wegmetzeln, oder zuerst die Türme abreißen, oder zuerst einen Turm, dann die Creeps und dann den anderen Turm.

Gegeben:

Spieler Turm Türme Creeps

L= 18kl L= 2kl L= 2kl L= 0,3l

gL= 16kl gL= 2kl gL= 4kl gL= 3,6l

A= 0,2ka A= 0,3ka A= 0,3ka A= 0,02ka

gA= 0,2ka gA= 0,3ka gA= 0,6ka gA= 0,24ka

f= 1 f= 1 f= 0,75 f= 13/24

K= 2,8Mal K= 0,6 Mal K= 1,8 Mal K= 0,468Mal

Da der Spieler entscheiden kann, wen er angreift, wird er die Creeps oder die Türme nacheinander abmetzeln und sie so in den dreieckigen Kampf zwingen. Der dreieckige Kampfbeiwert berechnet sich mit

f= 0,5+1/(2·N)

f= 1 für N=1

f= 0,75 für N=2

f= 13/24 für N=12

Die Eigenkampfkräfte der Gruppen berechnen sich mit

K= f·gL·gA

K= 1·(10+2·4)·0,2= 3,6 Mal

K= 1·2·0,3= 0,6Mal

K= 0,75·4·0,6= 1,8 Mal

K= (13/24)·3,6·0,24= 0,468Mal

Die Antwort, wen man zuerst tötet, liefert die mehrheitliche Formel. Wer Einstecker oder Austeiler ist, bestimmt der Spieler so, sodass die gegnerische Kampfkraft möglichst klein wird.

Erster Fall: Der Held metzelt zuerst die Creeps ab, dann die Türme.

Creeps = E; Turm = C Turm= A

K= K(a)+ K(c) +K(e)+ gLc·gAa+ gLe·gAa+ gLe·gAc

K= 0,6+ 0,6 +0,468+ 2·0,3+ 3,6·0,3+ 3,6·0,3

K= 4,428

Alternativ kann auch die zweiheitliche Formel verwendet werden.

Creeps= E; Türme = A

K= K(a)+K(e)+ gLe·gAa

K= 1,8+ 0,468+ 3,6·0,6

K= 4,428

Zweiter Fall: Der Held reißt erst einen Turm ab, moscht die Creeps und zuletzt den anderen Turm.

Turm = E; Creeps = C; Turm = A

K= K(a)+ K(c) +K(e)+ gLc·gAa+ gLe·gAa+ gLe·gAc

K= 0,6+ 0,468 +0,6+ 3,6·0,3+ 2·0,3+ 2·0,24

K= 3,828

Dritter Fall: Der Held reißt zuerst beide Türme ab, dann schlägt er die Creeps.

Türme = E; Creeps = A

K= K(a)+K(e)+ gLe·gAa

K= 0,468+1,8+ 4·0,24

K= 3,228

So sehen die 3 möglichen Kampfverläufe aus

3 Entscheidungen, wie der Kampf verlaufen kann G

Die grünen Flächen (Eigenkampfkräfte) sind in jeder Möglichkeit gleich, nur sie liegen woanders. Die roten Flächen kann der Spieler durch die Wahl der Kampfreihenfolge beeinflussen. Die Türme haben viel mehr Angriff pro Leben und daher ist es sinnvoll, diese zuerst zu zerstören.

Es gibt also eine theoretische Lösung zu gewinnen. Doch so sieht das in der Praxis aus. Der Held hackt auf den linken Turm ein. Der Turm stürzt ein. Nun muss der Held zu den anderen Turm laufen und macht keinen Schaden. Obendrein ist er auch noch von 12 Creeps umzingelt. Er kann gar nicht laufen. Der beste Fall scheidet also aus, wenn der Held den Zauber „Teleport über kurze Distanz“ nicht beherrscht.

# G Mischkampf - Verschiedene Gruppen in einer Reihe

Besteht eine Reihe aus 2 verschiedenen Gruppen, so können diese Modelle angewendet werden.

1. lineare Mischformel
2. nichtlineare Mischformel
3. verbesserte nichtlineare Mischformel
4. Simulation

Die Modelle haben ihre Vor- und Nachteile.

**lineares Modell**

Beschreibung: Alle Schiffe werden gleich häufig angeschossen. Wie viele Schüsse die einzelnen Gruppen treffen wird zu Anfang über die Anzahl festgelegt.

Vorteile: leicht verständlich, einleuchtend, schnell implementierbar, simple Formeln mit den 4 Grundrechenarten, Diagrammpunkte, Optimierungsformel

Bug: Scheiden Schiffe aus, so wird die Gruppe mit fehlenden Schiffen öfter getroffen.

**nichtlineares Modell**

Beschreibung: Im Gegensatz zum linearen Modell werden auch alle Schiffe gleich häufig getroffen, wenn Einheiten bereits fehlen.

Vorteile: eine Formel ohne lästige Fallunterscheidungen, Optimierungsformel

Nachteile: riesengroße Formel mit Exponenten, Fehleranfällig beim Abschreiben

**verbessertes nichtlineares Modell**

Beschreibung: Anstelle eines trapezigen Kampfverlaufes wird der genauere Kampfverlauf eingebaut

Vorteil: präziseres Ergebnis

Nachteile: Es gibt keine Formel. Wenn diese doch gefunden wird, dann ist sie noch länger, komplizierter und unhandbarer als die nichtlineare Mischformel.

**Simulation**

Beschreibung: Es werden unzählig viele Kämpfe ausgewertet wie in dem Makro Massenschlacht

Vorteil: präzises Ergebnis

Nachteil: Das ist keine Formel!

## G lineare Mischformel

Bei der linearen Mischformel muss man 2 Fälle unterscheiden. Sind die Leben beider Gruppen stark unterschiedlich groß, so sind schon alle Einheiten der schwächeren Gruppe besiegt, während die anderen noch rechteckig kämpfen. Sind die Leben in etwa gleich groß, so wird die letzte Einheit mit wenig Leben besiegt, während auch schon Einheiten mit der höheren Leben ausgeschieden sind. Die Gruppe mit den größeren Leben bekommt den Buchstaben B. Es muss Lb > La gelten.

Sind die Leben stark unterschiedlich groß (La < Lbr), so wird die Kampfkraft mit der kurzen Mischformel berechnet.

K= fa·La·n·gAa+ (gLa+ fb·gLb)·gAb kurze Mischformel

Für den anderen Fall (La > Lbr) gilt:

K= fa·La·n·gAa + n·(La-Lrb)·0,5·(gAb+ gAb·(Lb-La)/Ldb)+

Lrb·n·gAb + Ab·(Lb-La)²·b²/(Ldb·2) lange Mischformel

Die lange Mischformel ist mit der dritten Mischformel identisch, aber es gibt unterschiedliche Diagrammpunkte.

Die lange und die kurze Mischformel haben den Überbegriff lineare Mischformel.

dekomprimierte Schreibweise:

K= fa·La·(a+b)·a·Aa+ (a·La+ fb·b·Lb)·b·Ab kurze Mischformel

K= fa·La·(a+b)·a·Aa+(a+b)·(La-(2·fb-1)·Lb)·0,5·(b·Ab+(Ab·b·(Lb-La))/(Lb·(2-2·fb)))+ (2·fb-1)·Lb·(a+b)·b·Ab+ Ab·(Lb-La)²·b²/(Lb·(2-2·fb)·2) lange Mischformel

Die dekomprimierte Schreibweise ist gut geeignet, wenn keine Zwischenwerte errechnet werden sollen, und kann sofort benutzt werden. Die normale Schreibweise dient dem Verständnis.

Übersicht der Mischformeln G

Dabei sind:

n= Anzahl der Schiffe n= a+b

fa= Kampfbeiwert der Schiffe mit der geringeren Leben

fb= Kampfbeiwert der Schiffe mit der höheren Leben

a oder Na= Anzahl der Schiffe mit der geringeren Leben

b oder Nb= Anzahl der Schiffe mit der höheren Leben

gAa= Gesamtangriff der Schiffe mit der geringeren Leben

gAb= Gesamtangriff der Schiffe mit der höheren Leben

gLa= GesamtLeben der Schiffe mit der geringeren Leben

gLb= GesamtLeben der Schiffe mit der höheren Leben

Aa= Angriff eines der Schiffe mit der geringeren Leben

Ab= Angriff eines der Schiffe mit der höheren Leben

La= Leben eines der Schiffe mit der geringeren Leben

Lb= Leben eines der Schiffe mit der höheren Leben

r= rechteckig

d=dreieckig

Alternativ zu der oberen Formel kann auch die nichtlineare Mischformel verwendet werden. Die dekomprimierte Schreibweise wird einmal in der Herleitung aufgelistet.

K=Lra·N·(gAb+gAa) nichtlineare Mischformel

+gAb·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1)

+Nb·Aa·Lad·(Na-Na1)+ Aa·Na·Lad·0,5·(Na-Na1²/Na)

+Ab·Nb²·Lbd/2+ (Ab+Aa)·Na1·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

+Aa·Na1²·Lad/2

mit

Na1= Na·e(Lra-Lrb)/Lad

Lda= La·(2-2·fa)

Lra= La·(2·fa-1)

Ldb= Lb·(2-2·fb)

Lrb= Lb·(2·fb-1)

Die Gruppen B und A haben eine andere etwas Definition

a= Anzahl der Schiffe mit der geringeren rechteckigen Leben

b= Anzahl der Schiffe mit der höheren rechteckigen Leben

Es muss Lrb > Lra gelten. Die Gruppe, die die geringeren rechteckigen Leben hat, bekommt den Buchstaben A.

### G Zusammenfassung der Diagrammpunkte

Für die Darstellung des Kampfverlaufes im Diagramm werden die Punkte P1, P2 und P3 benötigt.

Die Punkte haben die Koordinaten L1, L2, L3 und A1, A2 und A3

Diagrammpunkte der Mischformeln G

In diesen Diagrammen ist der charakteristische Kampfverlauf dargestellt. Dass die Angriffssteigung zwischen Punkt 1 und Punkt 2 am größten ist, kann auch in der langen Mischformel auftreten.

Diese gehören zu diesen Formeln

kurze Mischformel (Lb > Lra)

L1= gLdb = (2-2·fb)·b·Lb

A1= gAb = b·Ab

L2= b·Lb-b·La

A2= b·Ab

L3= b·Lb+a·La-(2·fa-1)·La·(a+b)

A3= b·Ab+a·Aa

Kampfverlauf: Flotte a beginnt im Punkt 3 dreieckig zu kämpfen, wird im Punkt 2 besiegt und danach kämpft Flotte b im Punkt 1 dreieckig.

lange Mischformel (Lb < Lra und Lrb > Lra)

L1= b·Lb-b·La

A1= mb·L1=

L2= b·Lb+a·La-n·Lb·(2·fb-1)

A2=

L3= b·Lb+a·La-n·(2·fa-1)·La

A3= b·Ab+a·Aa

Kampfverlauf: Flotte a beginnt im Punkt 3 dreieckig zu kämpfen, danach kämpft Flotte b im Punkt 2 dreieckig und Flotte a wird im Punkt 1 besiegt.

dritte Mischformel (Lb < Lra und Lrb < Lra)

L1= b·Lb-b·La

A1= mb·L1=

L2= a·La+b·Lb-(a+b)·La·(2·fa-1)

A2=

L3= a·La+b·Lb-(a+b)·Lb·(2·fb-1)

A3= b·Ab+a·Aa

Kampfverlauf: Flotte b beginnt im Punkt 3 dreieckig zu kämpfen, danach kämpft Flotte a im Punkt 2 dreieckig und Flotte a wird im Punkt 1 besiegt. Dieser Kampfverlauf ist ein theoretischer Sonderfall, weil die Flotte b mit ihren größeren Leben meist auch einen größeren Kampfbeiwert hat und damit größere rechteckige Leben.

### R Dazu einige Rechenbeispiele

Eine Kampfklasse besteht aus 10 Kreuzer und 20 Corvetten. Ein Kreuzer einen Angriff von 2,5ka und hält 5kl aus. Eine Corvette hat 1ka und 6kl. Beide Flotten kämpfen auf diese Weise: f=0,8. Da die Kreuzer weniger Leben haben, bekommen sie die den Buchstaben a.

a=10 b=20

La=5 Lb=6

Aa=2,5 Ab=1

Die Gesamtwerte errechnen sich aus Anzahl· Einzelwert.

Die Gesamtleben der Kreuzer ist

gLa= a· La= 10·5 kl= 50 kl

Die weiteren Werte werden ähnlich berechnet.

gAa= 25 ka

gAb=20 ka

gLb=120 kl

n=a+b=10+20=30

Nun muss geprüft werden, ob die rechteckigen Leben der Corvetten b kleiner sind als die Kreuzer a, um die richtige Formel zu wählen.

Lbr =6·(2·fb-1)= 6·(2·0,8-1)= 3,6 kl

Lbr < La

Es muss die lange Mischformel verwendet werden.

K= fa·La·n·gAa+n·(La-Lbr)·0,5·(gAb+( gAb·(Lb-La))/Lbd)  
 +Lbr·n·gAb+( Ab·(Lb-La)²·b²)/(Lbd·2)

K= 0,8·5·30·25+ 30·(5- 3,6)·0,5·(20+(20·(6-5))/2,4)+3,6·30·20+( (1·(6-5)²·20²))/(2,4·2)

K= 3000+ 595+2160+ 83,33

K= 5838,33Mal

Um alle verschiedenen Schiffe zu einer einheitlichen Flotte zu verschmelzen, wird der globale Kampfbeiwert ausgerechnet.

K= f·gA·gL

gA= gAa+gAb= 25+20

gA= 45ka

gL= gLa+gLb= 50+120

gL= 170kl

f= K/(gA·gL)= 5838,33/(45·170)

f= 0,7632.

Die verschmolzene Flotte kann wie eine einheitliche Flotte betrachtet werden und in der mehrheitlichen Formel exakt weiter verwendet werden. Alternativ kann diese Flotte auch erneut in einer Mischformel näherungsweise eingesetzt werden.

Um den Kampfverlauf in einem Diagramm dar zu stellen werden die Diagrammpunkte benötigt.

Punkt 1

L1= b·Lb-b·La

L1= 20·6-20·5= 20 kl

A1=

A1= = 8,33 ka

Punkt 2

L2= b·Lb+a·La-n·Lb·(2·fb-1)

L2= 20·6+10·5-30·6·(2·0,8-1)= 62 kl

A2=

A2= = 37,5 ka

Punkt 3

L3= b·Lb+a·La-n·(2·fa-1)·La

L3= 20·6+10·5-30·(2·0,8-1)·5= 80 kl

A3= b·Ab+a·Aa

A3= 20·1+10·2,5= 45

gemischter Kampf Beispiel 1 G

**Zweites Rechenbeispiel**

Eine Kampfklasse besteht aus 12 Kampfflugzeuge und 16 Kampfflugzeuge. Ein Kampfflugzeug hat einen Angriff von 5ka und eine Leben von 10kl. Da beide Gruppen die gleichen Leben haben, ist es egal, welche den Buchstabe b bekommt.

weitere Werte:

n=28; a=16; b=12; La=10; Lb=10; Aa=5; Ab=5

gAa=80 gAb=60 gLa=160 gLb=120.

Es muss geprüft werden, welche Formel benutzt wird.

Lbr =10·(2·fb-1)= 10·(2·0,8-1)= 6 kl

10kl ist größer als 0,6·10kl=6kl, also Lbr < La und die lange Formel wird verwendet:.

K= fa·La·n·gAa+ (n·La- (2·fb-1)·Lb·n)·0,5·((Ab·b·(Lb-La))/(Lb·(2-2·fb))+gAb))+

(2·fb-1)·Lb·n·gAb+ (gAb·(Lb-La)·b·(Lb-La))/(Lb·(2-2·fb)·2)

K= 0,8·10·28·80+ (28·10- 0,6·10·28)·0,5·((5·20·(10-10))/(10·0,4)+60)+

0,6·10·28·60+ (60·0·12·0)/(10·0,4·2)

K= 17920+ 10080+ 3360+ 0

K= 31360

gemischter Kampf Beispiel 2 - sieht aus wie ein trapeziger Kampf G

Dieses Ergebnis muss auch so sein, da dies ein Spezialfall ist, bei dem die einfache Formel K= f·L·A·N²= 31360 gilt. Eine längere Formel darf nicht im Widerspruch zu einer kurzen Formel stehen.

**Drittes Rechenbeispiel**

Ein Kriegsherr führt 30 Ritter mit 13kl und 6ka und bekommt Unterstützung von einem Noob mit 20 Reiter, die nur 7kl und 3ka haben. Um wie viel steigert sich die gemeinsame Kampfkraft und wie verläuft der Kampf?

Prüfung

Lbr =13·(2·fb-1)= 13·(2·0,8-1)= 7,8 kl

da Lbr > La ist, kommt die kurze Mischformel zum Einsatz

n=50 a=20 b=30

gAa=60 gLa=140 gAb=180 gLb=390.

K= fa·La·n·gAa+ (gLa+ fb·gLb)·gAb

K= 0,8·7·50·60+ (140+ 0,8·390)·180

K= 16800+ 81360

K= 98160Mal.

Das ist eine Steigerung von 75% von dem, was der Kriegsherr alleine mit 56160Mal hat.

Um den Kampfverlauf ab zu bilden, werden die Diagrammpunkte benötigt.

Punkt 1

L1= (2-2·fb)·gLb= (2-2·0,8)·390= 156 kl

A1= gAb= 180 ka

Punkt 2

L2= b·Lb-b·La = 30·13-30·7= 180 kl

A2= gAb= 180 ka

Punkt 3

L3= gLb+gLa-(2·fa-1)·La·n= 390+140-(2·0,8-1)·7·50= 320 kl

A3= gAb+gAa= 180+60= 240 ka

gemischter Kampf Beispiel 3 G

**Viertes Rechenbeispiel**

Ein Sammler baut gierig Rohstoffe auf Astroiden ab. Seine 50 baugleichen Raumschiffe halten 10kl (und f=0,8) aus und verfügen über spezialisiertes Werkzeug zum Rohstoffe abbauen. Der mickrige Laserpointer an den Raumschiffen hat einen Angriff von 150. Im Radar sieht er, wie 2 feindliche Flotten von links und rechts ankommen. Er ergreift die Flucht, doch die Gegner werden ihn bis ins nächste Sonnensystem verfolgen. Über den Chat erbittet er Hilfe von seiner Ally. Der Admiral kommt gerade von einer siegreichen Schlacht zurück und kreuzt diese Gegend.

Ein Flucht- und Schlachtplan wird beschlossen:

Der rechte Feind ist ein harmloser Händler, auf diesen soll der Sammler zu fliegen, damit die Fluchtzeit weg vom linken Warlord möglichst lang ist. Dann wird gemeinsam gekämpft, obwohl der Sammler nur schwache Schiffe hat. Zur Erhöhung der Kampfkraft ist dies dennoch notwendig. Die 55 Schlachtschiffe des Admirals sehen sehr mitgenommen aus und haben nur noch durchschnittlich 15kl und kämpfen 0,6. 10 Schiffe sind so schwer beschädigt, sodass sie für einen Kampf nicht mehr verwendet werden sollten und der Admiral schickt sie zur Reparatur zum Heimatplaneten. Die Leben der übrigen 45 Schlachtschiffe beträgt 18kl und haben 2,5ka. Der Sammler mischt sich unter die Admiralsfleed und dient im Kampf als Kugelfänger, sodass die beschädigten Schlachtschiffe länger leben.

Es kommt zum Kampf

Sammler und Admiral bilden eine gemeinsame Front. Der Warlord beschützt seinen Händler und der Händler geht auf sichere Distanz. Die 40 Kampfschiffe des Warlords haben 25kl und 2,2 ka und kämpfen 0,85.

Wie groß ist die Kampfkraft des Sammlers, des Admirals, des Warlords und wie groß ist die gemeinsame Kampfkraft von Sammler und Admiral? Wie verläuft der Kampf und wie geht er aus?

gegeben

Sammler Admiral Warlord

a= 50 b= 45 geN= 40

Aa= 0,15 Ab= 2,5 geA= 2,2

La= 10 Lb= 18 geL= 25

fa= 0,8 fb=0,6 gef= 0,85

Da der Admiral mehr Leben als der Sammler hat, bekommt er für ein einwandfreies funxionieren der Mischformel den Buchstaben b und der Sammler a. Welchen Buchstaben der Warlord bekommt, ist egal.

Die Einzelkampfkräfte werden mit K=f·L·A·N² berechnet.

Ka= fa·La·Aa·a²

Ka= 0,8·10·0,15·502= 3000 Mal Sammler

Kb= fb·Lb·Ab·b²

Kb= 0,6·18·2,5·452= 54675 Mal Admiral

geK= gef·geL·geA·geN²

geK= 0,85·25·2,2·402= 74800 Mal Warlord

Der Warlord hat mehr Kampfkraft als Admiral und Sammler zusammen und könnte beide nacheinander zermalmen und die Trümmer von seinem Händler recyceln lassen.

Die gemeinsame Kampfkraft wird mit der kurzen Mischformel berechnet, da der Admiral wesentlich stärker ist, als der Sammler.

K= fa·La·n·gAa+ (gLa+ fb·gLb)·gAb

K= 0,8·10·(50+45)·50·0,15+(50·10+0,6·45·18)·45·2,5= 116625 Mal

und als letztes die Diagrammpunkte

Punkt 1

L1= (2-2·fb)·b·Lb= (2-2·0,6)·45·18= 648

A1= b·Ab= 45·2,5= 112,5

Punkt 2

L2= b·Lb-b·La = 45·18-45·10= 360

A2= b·Ab= 112,5

Punkt 3

L3= b·Lb+a·La-(2·fa-1)·La·n= 45·18+50·10-(2·0,8-1)·10·(45+50)= 740

A3= b·Ab+a·Aa= 45·2,5+50·0,15= 120

gemischter Kampf Beispiel 4 mit erstem Fehler G

Das sieht aber komisch aus? Da muss ein Fehler unterlaufen sein.

Der Fehler ist folgender: Auch wenn die kurze Mischformel häufig gilt, wenn starke und schwache Einheiten gemischt werden, muss dennoch überprüft werden, ob die rechteckigen Leben der stärkeren Einheit b größer sind als die Leben der Einheit a.

La= 10

Lrb = (2·fb-1)·Lb= (2·0,6-1)·18=3,6

Die rechteckigen Leben der stärkeren Einheit sind kleiner als die Leben der Einheit a. es muss die lange Mischformel verwendet werden und die ganze Rechnerei war für umsonst.

Berechnung mit der langen Mischformel

K= fa·La·(a+b)·a·Aa+(a+b)·(La-(2·fb-1)·Lb)·0,5·(b·Ab+(Ab·b·(Lb-La))/(Lb·(2-2·fb)))

+ (2·fb-1)·Lb·(a+b)·b·Ab+ Ab·(Lb-La)²·b²/(Lb·(2-2·fb)·2)

K=

+(2·0,6-1)·18·(50+45)·45·2,5+(2,5·(18-10)²·45²)/(18·(2-2·0,6)·2)

K= 108625 Mal

Diagrammpunkte

Punkt 1

L1= b·Lb-b·La

L1= 45·18-45·10=360

A1=

A1= =62,5

Punkt 2

L2= b·Lb+a·La-n·Lb·(2·fb-1)

L2= 45·18+50·10-(45+50)·18·(2·0,6-1)=968

A2=

A2= =124,5

Punkt 3

L3= b·Lb+a·La-n·(2·fa-1)·La

L3= 45·18+50·10-(45+50)·(2·0,8-1)·10=740

A3= b·Ab+a·Aa

A3= 45·2,5+50·0,15=120

gemischter Kampf Beispiel 4 mit zweitem Fehler G

Donnerwetter noch mal! Es hat schon wieder nicht geklappt.

Diesmal sind nur die Diagrammpunkte falsch, da die lange Mischformel mit der dritten Mischformel identisch ist. Bei der dritten Mischformel sind die rechteckigen Leben der größeren Einheiten b kleiner als die rechteckigen Leben der kleineren Einheiten a.

dritte Mischformel (Lb < Lra und Lrb < Lra)

Aus vorherigen Fehlversuchen können einige Werte wiederverwertet werden.

L1= b·Lb-b·La = 360

A1= = 62,5

L2= a·La+b·Lb-(a+b)·La·(2·fa-1)= 740

A2=

A2= = 101,25

L3= a·La+b·Lb-(a+b)·Lb·(2·fb-1)

L3= 50·10+45·18-(45+50)·18·(2·0,6-1)= 968

A3= b·Ab+a·Aa= 120

So sieht der richtige Kampfverlauf aus

gemischter Kampf Beispiel 4 korrekt G

Mit einer Kampfkraft von 108625 kann der Warlord besiegt werden, der nur über 74800 Mal verfügt. Auch Schiffe, die nicht schießen können, können im Kampf einen Beitrag zum Sieg leisten.

## H Herleitungen

Es gibt eigentlich 3 Formeln, doch 2 davon sind identisch. Sind die Leben unterschiedlich groß, so wird die kurze Mischformel verwendet, sonst die lange. Außerdem gibt es noch die dritte Mischformel. Dabei handelt es sich um einen theoretischen Sonderfall. Der Kampf verläuft dabei so: Gruppe A und B kämpfen rechteckig. Dann kämpft Gruppe B dreieckig, obwohl sie mehr Leben hat. Danach kämpft Gruppe A dreieckig. Gruppe A wird besiegt. Zuletzt wird Gruppe B besiegt. Im Bild sind die 3 Fälle aufgetragen:

MischÜbersicht.wmf

Die Wahl der Formel lässt sich in einem Flussdiagramm verdeutlichen:

Ja Nein

Ja Nein

G

### H Herleitung der kurzen Mischformel

In einer Kampfklasse gebe es eine Gruppe A mit a Schiffen, die niedrigere Leben La und dem Angriff Aa haben und sie kämpfen fa. Es gibt außerdem eine Gruppe B mit b Schiffe, die die höheren Leben Lb, den Angriff Ab haben und fb kämpfen. Die a-Schiffe haben weniger als (2·fb-1)·Lb=Lrb Leben (Fall 1 im Bild). Die Anzahl n aller Schiffe beträgt a+b= n. Die Gesamtwerte errechnen sich auf Anzahl der Schiffe· Einzelwert.

Gesamtangriff gAa= a·Aa und gAb= b· Ab. Gesamtleben gLa= a·La und gLb= b·Lb.

So läuft der Kampf ab: Gruppe A und B kämpfen rechteckig. Dann kämpft Gruppe A dreieckig und wird dann besiegt. Gruppe B kämpft weiter alleine rechteckig, kämpft dann dreieckig und wird besiegt.

Bis dahin ist noch nichts neu.

Zusammenfassung der Werte

Gruppe A Gruppe B Sonstiges

L= La L= Lb La < Lb

A= Aa A= Ab La < Lrb

f= fa f= fb Lr= (2·f-1)·L

N= a N=b n= a+b

gAa= a·Aa gAb= b·Ab

gLa= a·La gLb= b·Lb

Da sich beide Schiffssorten in einer Kampfklasse befinden, die beschossen wird, leben sie deutlich länger als alleine. Zur Erinnerung: Die Zeit verläuft im Kampfverlaufsdiagramm von rechts nach links.

Übereck aneinandergereihte Kampfverläufe zur Herleitung der kurzen Mischformel G

Auf die Kampfklasse hagelt es n Schüsse, für jedes Schiff also einen. Damit wird die Schiffsgruppe öfter getroffen, die mehr Schiffe beinhaltet. Die Schiffsgruppe bekommt von n Schüssen nur noch a/n bzw. a/(a+b) Schüsse ab. Da die Schiffe seltener getroffen werden, kann diese „Manövierfähigkeit“ auf die Leben gutgeschrieben werden. Dieser Effekt wird in der Formel mit einem zusätzlichem g markiert.

Die Gesamteben ggLa der Gruppe A steigen damit um (a+b)/a.

ggLa= gLa·(a+b)/a = a·La·(a+b)/a

Man kann a kürzen und erhält

ggLa= La·n

Für die Schiffe B mit größere Leben gilt dieser Bonus nur so lange, wie die anderen Schiffe im Kampf dabei sind. Sie erhalten damit deren gesamte Leben.

ggLb= gLb+ gLa= b·Lb+ a·La.

durch Teamwork verlängertes Durchhaltevermöge mit Vermaßung G

Die Kampfkraft setzt sich aus den beiden Teilkampfkräften der Schiffsgruppen zusammen.

K= Ka+ Kb

Jede Schiffsgruppe kämpft bis (2- 2·f) der Leben rechteckig und dann dreieckig. Ist der Kampfbeiwert f=0,8, so befindet sich der Punkt bei (2- 2·0,8)= 40%. Der rechteckige Teil besteht damit auf 1- (2- 2·f)= (2·f-1) der Leben und der dreieckige hat (2- 2·f). Die Kampfkraft berechnet sich aus 2 Teile. K= Kr+ Kd

Ka= Kra+ Kda

Kb= Krb+ Kdb

Der erste Teil für Gruppe A ist das Rechteck mit der Höhe des Gesamtangriffs gAa und der Länge ggLar.

ggLar= La·n·(2·f-1)

Der zweite ist das Dreieck mit der Höhe gAa und der Länge ggLad.

ggLad =La·n·(2-2·f)

Dann bestimmt man den Flächeninhalt der Formen. Die Formel für ein Rechteck lautet Breite· Höhe und für ein Dreieck Breite·Höhe/2. Das Rechteck ergibt

Kra= gAa·(2·f-1)·La·n

und das Dreieck ergibt

Kda= gAa·(2-2·f)·La·n/2.

Die 2 wird weggekürzt:

Kda= gAa·(1-f)·La·n.

Für die andere Schiffsgruppe macht man das gleiche. Da die Schiffe unterschiedlich große Leben haben, kämpfen die Schiffe mit den höheren Leben während sie dreieckig kämpfen alleine. Damit ist das Dreieck gAb hoch und gLbd= (2-2·fb)·b·Lb lang.

Kdb= gAb·(2-2·fb)·b·Lb/2

Die b-Schiffe verfügen über die gesamte Leben des Kampfes ggLb= b·Lb+ a·La. Damit bleiben für den rechteckigen Teil übrig:

ggLbr= gLb+gLa -gLbd = (b·Lb+ a·La -(2-2·fb)·b·Lb)

Krb= ggLbr·gAb= (b·Lb+ a·La -(2-2·fb)·b·Lb)·gAb

Die Gesamtkampfkraft ist die Summe der 4 Teilkampfkräfte.

die zu integrierenden Flächen der kurzen Mischformel G

K= Kra+ Kda+ Krb+ Kdb

K=(2fa-1)·La·n·gAa+ (2-2·fa)·La·n·gAa/2+

(b·Lb+ a·La- (2-2·fb)·b·Lb)·gAb+ (2-2·fb)·b·Lb·gAb/2

Diese Formel lässt sich noch komprimieren

(2·fa-1)·La·n·gAa+ (2-2·fa)·La·n·gAa/2 (2-2·fa)/2= 1-fa

(2·fa-1)·La·n·gAa+ (1-fa)·La·n·gAa La·n·gAa ausklammern

La·n·gAa·(2·fa-1+1-fa) zusammenfassen

fa·La·n·gAa

Das waren die ersten beiden Summanden und die anderen beiden kann man auch zusammenfassen

(b·Lb+ a·La- (2-2·fb)·b·Lb)·gAb+ (2-2·fb)·b·Lb·gAb/2 (2-2·fb)/2= 1-fb

(b·Lb+ a·La- (2-2·fb)·b·Lb)·gAb+ (1-fb)·b·Lb·gAb gAb ausklammern

(b·Lb+ a·La- (2-2·fb)·b·Lb+ (1-fb)·b·Lb)·gAb b·Lb ausklammern

(b·Lb+ a·La- (2-2·fb-1+fb)·b·Lb)·gAb zusammenfassen

(b·Lb+ a·La- (1-fb)·b·Lb)·gAb gLb=b·Lb

(gLb+ gLa- (1-fb)·gLb)·gAb Klammer auflösen

(gLb+ gLa- gLb+ fb·gLb)·gAb gLb zusammenfassen

(gLa+ fb·gLb)·gAb

Damit entsteht die kurze Mischformel

K= fa·La·n·gAa+(gLa+ fb·gLb)·gAb

### H Herleitung der langen Mischformel

In einer Kampfklasse gebe es eine Gruppe A mit a Schiffen, die niedrigere Leben La, dem Angriff Aa und den Kampfbeiwert fa haben. Es gibt außerdem eine Gruppe B mit b Schiffe, die die höheren Leben Lb, dem Angriff Ab haben und fb kämpfen. Für die a-Schiffe gilt:

La > Lrb und Lra < Lrb (Fall 2 im Bild)

Die Anzahl n aller Schiffe beträgt a+b= n. Die Gesamtwerte errechnen sich auf Anzahl der Schiffe· Einzelwert.

Gesamtangriff gAa= a·Aa und gAb= b·Ab. Gesamtleben gLa= a·La und gLb= b·Lb.

So verläuft der Kampf: Gruppe A und B kämpfen rechteckig. Dann kämpft Gruppe A dreieckig. Danach kämpft Gruppe B dreieckig. Gruppe A wird besiegt. Zuletzt wird Gruppe B besiegt.

Da sich beide Schiffssorten in einer Kampfklasse befinden, die beschossen wird, kämpfen sie deutlich länger als alleine. Auf die Kampfklasse hagelt es n Schüsse, für jedes Schiff also einen.

Übereck aneinandergereihte Kampfverläufe zur Herleitung der langen Mischformel G

Damit wird die Schiffsgruppe öfter getroffen, die mehr Schiffe beinhaltet. Die Schiffsgruppe bekommt von n Schüssen nur noch a/n bzw. a/(a+b) Schüsse ab. Da die Schiffe seltener getroffen werden, kann diese „Manövierfähigkeit“ auf die Leben gutgeschrieben werden. Dieser Effekt wird in der Formel mit einem zusätzlichem g markiert.

Die Gesamteben ggLa der Gruppe A steigen damit um (a+b)/a.

ggLa= gLa·(a+b)/a = a·La·(a+b)/a

Man kann a kürzen und erhält

ggLa= La·n

Für die Schiffe B mit größere Leben gilt dieser Bonus nur so lange, wie die anderen Schiffe im Kampf dabei sind. Sie erhalten damit deren gesamte Leben.

ggLb= gLb+ gLa= b·Lb+ a·La.

Die Kampfkraft setzt sich aus den beiden Teilkampfkräften der Schiffsgruppen zusammen.

K= Ka+ Kb

Jede Schiffsgruppe kämpft bis (2- 2·f) der Leben rechteckig und dann dreieckig. Ist der Kampfbeiwert f=0,8, so befindet sich der Punkt bei (2- 2·0,8)= 40%. Der rechteckige Teil besteht damit auf 1- (2- 2·f)= (2·f-1) der Leben und der dreieckige hat (2- 2·f). Die Kampfkraft berechnet sich aus 2 Teile. K= Kr+ Kd

Ka= Kra+ Kda

Kb= Krb+ Kdb

Der erste Teil für Gruppe A ist das Rechteck mit der Höhe des Gesamtangriffs gAa und der Länge ggLar.

ggLar= La·n·(2·f-1)

Der zweite ist das Dreieck mit der Höhe gAa und der Länge ggLad.

ggLad =La·n·(2-2·f)

Dann bestimmt man den Flächeninhalt der Formen. Die Formel für ein Rechteck lautet Breite· Höhe und für ein Dreieck Breite·Höhe/2. Das Rechteck ergibt

Kra= gAa·(2·f-1)·La·n

und das Dreieck ergibt

Kda= gAa·(2-2·f)·La·n/2.

Die 2 wird weggekürzt:

Kda= gAa·(1-f)·La·n.

Kra und Kda kann man zusammenfassen zu

Ka= fa·La·gAa·n

Bis hierhin unterscheidet sich die Herleitung nicht von der Herleitung der kurzen Formel. Die Kampfkraft der Gruppe A ist berechnet und die Kampfkraft der Gruppe B besteht aus 3 Teile. Der dreieckige Kampf teilt sich in ein kleineres Dreieck auf und in einem Trapez.

Kb= Krb+ Kdb

Kdb= Kdb1+ Kdb2

durch Teamwork verlängertes Durchhaltevermögen mit Vermaßung für die lange Mischformel G

Es müssen die Größen der Leben L1; L2; ggLrb und ggLb berechnet werden.

Berechnung von Krb

Gruppe B profitiert ebenfalls davon, dass die andere Gruppe Schüsse abfängt.

ggLrb= gLrb·(a+b)/b gL=N·L und n=a+b

ggLrb= b·Lrb·(n)/b b kürzen

ggLrb= Lrb·n

Bei der rechteckigen Kampfweise ist die Kampfkraft Angriff mal Leben.

Krb= ggLrb·gAb

Krb= Lrb·n·gAb

Berechnung von Kdb1

Da Gruppe B bis zum Schluss kämpft, stehen ihr alle Leben zur Verfügung.

ggLb= gLb+ gLa

Am Ende des Kampfes kämpft Gruppe B mit L1 Leben alleine. Gruppe A hat ggLa Leben und scheidet aus, wenn diese verbraucht sind. Also gilt:

L1= ggLb- ggLa Einsetzen

L1= (gLb+ gLa) - (La·n) n=a+b

L1= gLb+ gLa - La·(a+b) gLa=La·a

L1= gLb+ gLa - gLa·(a+b)/a Klammer auflösen

L1= gLb+ gLa – (gLa·a + gLa·b)/a Klammer auflösen

L1= gLb+ gLa – gLa·a/a + gLa·b/a Kürzen und zusammenfassen

L1= gLb - gLa·b/a

Da nicht mehr alle Schiffe kämpfen, so ist der Angriff nicht mehr gAb, sondern etwas weniger. Der Angriff kann über die Angriffssteigung gewonnen werden.

mb= Ab/Ldb mb kann berechnet werden

A(x)= x·mb Der Angriff wird an der Stelle L1 gesucht

A(L1)= A1= L1·mb Kd= gAd·gLd/2

Bei der dreieckigen Kampfweise ist die Kampfkraft Angriff mal Leben durch 2.

Kdb1= A1·L1/2 A(L1)= L1·mb in A(L1) einsetzen

Kdb1= L1·mb·L1/2 zusammenfassen

Kdb1= L1²·mb/2 L1 einsetzen

Kdb1= (gLb - gLa·b/a)²·Ab/(2·Ldb) gLb=b·Lb und gLa= La·a

Kdb1= (b·Lb - La·b)²·Ab/(2·Ldb) b ausklammern

Kdb1=

Berechnung von Kdb2

Diese Teilkampfkraft beschreibt diejenige, bei der Gruppe A und B gemeinsam dreieckig kämpfen. Die Leben der Gruppe B befinden sich zwischen deren rechteckige Leben und deren Leben, bei den sie alleine kämpfen. Diese Leben L2 sind alle Leben minus die beiden bekannten Größen.

ggLb = L1+ L2+ ggLrb umstellen

L2= ggLb- L1–ggLrb Größen hochladen

ggLb= gLb+ gLa

L1= gLb - gLa·b/a

ggLrb= Lrb·n Größen einsetzen

L2= gLb+ gLa – (gLb - gLa·b/a) - Lrb·n Klammer aufl. & gLb zusam.

L2= gLa + gLa·b/a - Lrb·n gLa=a·La und a kürzen

L2= a·La + La·b - Lrb·n La ausklammern

L2= (a+b)·La - Lrb·n a+b=n

L2= La·n - Lrb·n

Die Kampfkraft in diesem Bereich ist ein Trapez. Die Fläche eines Trapezes ist Länge mal Mittelwert der Höhen. Zwischen den beiden Angriffen muss der Mittelwert gebildet werden.

A= 0,5·(A1+ gAb) A1 einsetzen

A= 0,5·(L1·mb+ gAb) mb einsetzen

A= 0,5·(L1· Ab/Ldb + gAb) L1 einsetzen

A= 0,5·((gLb – gLa·b/a)· Ab/Ldb + gAb) gLa=a·La und kürzen

A= 0,5·((b·Lb – La·b)· Ab/Ldb + gAb) b ausklammern und gAb= b·Ab

A= 0,5·((Lb – La)·gAb/Ldb + gAb) sortieren

A= 0,5·(gAb+ gAb·(Lb – La)/Ldb)

Damit ist die Teilkampfkraft Kdb2

Kdb2= L2·A

Kdb2= (La·n - Lrb·n)· 0,5·(gAb+ gAb·(Lb – La)/Ldb)

Die Gesamtkampfkraft ist die Summe der 5 Teilkampfkräfte.

die zu integrierenden Flächen der langen Mischformel G

K= Ka+ Krb+ Kdb1+ Kdb2

K= fa·La·gAa·n+ Lrb·n·gAb+ (Lb - La)²·b²·Ab/(2·Ldb)

+(n·La- Lrb·n)·0,5· (gAb+ (gAb·(Lb-La))/Lbd)

### H Herleitung der dritten Mischformel

Für die a-Schiffe gilt:

La > Lrb und Lra > Lrb (Fall 3)

Übereck aneinandergereihte Kampfverläufe zur Herleitung der dritten Mischformel G

So verläuft der Kampf: Gruppe A und B kämpfen rechteckig. Dann kämpft Gruppe B dreieckig. Danach kämpft Gruppe A dreieckig. Gruppe A wird besiegt. Zuletzt wird Gruppe B besiegt.

Die Kampfkraft setzt sich aus den Kampfkräften der Gruppen zusammen. Die Kampfkraft für Gruppe B unterteilt sich in 4 Bereiche. Die dreieckige Kampfkraft von Gruppe B hat 3 Bereiche. Der eine ist, wo sie alleine Kämpfen. Der zweite, bei dem Gruppe A dreieckig kämpft und beim dritten kämpft Gruppe A rechteckig.

Von der Herleitung aus der langen Mischformel kann einiges übernommen werden.

Ka= fa·La·gAa·n

Krb= Lrb·n·gAb

Kdb1=((Lb - La)²·b²·Ab)/(2·Ldb)

durch Teamwork verlängertes Durchhaltevermögen mit Vermaßung für die dritte Mischformel G

Es müssen die Koordinaten der Punkte P1; P2 und P3 bestimmt werden. Außerdem müssen die Abstände L1, L2 und L3 berechnet werden. Die Abstände lassen sich als Differenz zwischen den X-Koordinaten der Punkte beschreiben.

L1= P1

L2= P2-P1

L3= P3-P2

L1 ist bereits gegeben

L1= gLb - gLa·b/a

L1= P1

P3 ist alle Leben minus die reckteckigen Leben von Gruppe B.

P2 ist alle Leben minus die reckteckigen Leben von Gruppe A.

P3= gLa+ gLb- ggLrb ggLrb= Lrb·n

P3= gLa+ gLb- Lrb·n

P2= gLa+ gLb- ggLra ggLra=Lra·n

P2= gLa+ gLb- Lra·n

Damit lassen sich die Abstände L1, L2 und L3 berechnen.

P3-P2= gLa+ gLb- Lrb·n-( gLa+ gLb- Lra·n) gLa und gLb zusammenfassen

L3= P3-P2= -Lrb·n+ Lra·n n ausklammern

L3= n·(Lra- Lrb)

P2-P1= gLa+ gLb- Lra·n- (gLb - gLa·b/a) gLb zusammenfassen

L2= P2-P1= gLa- Lra·n+ gLa·b/a gLa= a·La und a kürzen

L2= a·La- Lra·n+ La·b La ausklammern

L2= (a+ b)·La- Lra·n a+b= n und n ausklammern

L2= n·(La- Lra) Ld+Lr=L

L2= n·Lda

Damit können nun die Teilkampfkräfte berechnet werden. Diese Berechnet sich aus Abstand (Leben) mal mittlere Höhe (Angriff). Der Angriff wird über die Angriffssteigung gewonnen. Jeder Punkt hätte damit die Koordinaten:

P = (x ; mb·x) Fertig!

Doch leider ist das nicht ganz so einfach. Die Angriffssteigung bezieht sich nur auf die Leben der Gruppe B. In diese Leben, die berechnet wurden, sind die Leben der anderen Gruppe mit enthalten. Multipliziert man diese mit der Angriffssteigung, so kommt mehr Angriff heraus, als die Gruppe eigentlich hat. Daher werden nur die Leben der Gruppe B verwendet. Die 3 Punkte müssen ein weiteres Mal berechnet werden.

durch Teamwork verlängertes Durchhaltevermögen mit Vermaßung für die dritte Mischformel - bezogen auf eine Einheit G

Der Kampfverlauf wird durch die Anzahl der Schiffe B dividiert. Die Form der Flächen ändert sich. Bei Gruppe B ist an dem Punkt P1 kein Knick mehr. Während es möglich ist, dass gLa > gLb ist, ist es unmöglich, dass La > Lb. Einzelne Individuen haben, solange die am Leben sind, immer den gleichen Angriff. Dass in der Grafik keine 2 Rechtecke zu sehen sind, liegt daran, dass dort die Kampfverläufe dividiert durch die Anzahl dargestellt sind und nicht der Angriff eines Schiffes von seinen Leben. Die Zeit verläuft von rechts nach links. Während gekämpft wird, verliert jedes Schiff gleichmäßig an Leben.

Der Punkt 3 ist dort, wo Gruppe B dreieckig kämpft.

P3/b= Lb- Lrb= Ldb

Der Punkt 2 ist dort, wo Gruppe A dreieckig kämpft

P2/b= Lb- Lra

Und bei Punkt 1 kämpft Gruppe B alleine.

P1/b= Lb- La

Zwischen diesen 3 Punkten kann der Mittelwert gebildet werden

P1,5/b= (Lb- La+Lb-Lra)/2 Klammer auflösen und zusammenfassen

P1,5/b= Lb- La/2- Lra/2 Die Anzahl der B-Schiffe auf die andere Seite holen

P1,5= b·(Lb- La/2- Lra/2) Ld+Lr=L

P1,5= b·(Lb- La/2- (La-Lda)/2) ausklammern und zusammenfassen

P1,5= b·(Lb- La+ 0,5·Lda)

P2,5/b= (Lb- Lra+ Lb- Lrb)/2 Klammer auflösen und zusammenfassen

P2,5/b= Lb- Lra/2- Lrb/2 Die Anzahl der B-Schiffe auf die andere Seite holen

P2,5= b·(Lb- Lra/2- Lrb/2) Ld+Lr=L und Lb wird aufgespalten

P2,5= b·((Lb/2+ Lrb/2+ Ldb/2)- Lra/2- Lrb/2) zusammenfassen

P2,5= b·(Lb/2+ Ldb/2- Lra/2) 0,5 ausklammern

P2,5= 0,5·b·(Lb+ Ldb- Lra)

Damit können nun die beiden Teilkampfkräfte berechnet werden.

Kdb2= L2· P1,5·mb

Kdb3= L2· P2,5·mb

mb= Ab/Ldb

Kdb2= n·Lda· b·(Lb- La+ 0,5·Lda)·Ab/Ldb

Kdb3= n·(Lra- Lrb)· 0,5·b·(Lb+ Ldb- Lra)·Ab/Ldb

Die Kampfkraft setzt sich aus der Summe der 6 Teilkampfkräfte zusammen.

die zu integrierenden Flächen der dritten Mischformel G

K= Ka+ Krb+ Kdb1+ Kdb2+ Kdb3

Ka= fa·La·gAa·n

Krb= Lrb·n·gAb

Kdb1=(Lb - La)²·b²·Ab/(2·Ldb)

Kdb2= n·Lda· b·(Lb- La+ 0,5·Lda)·Ab/Ldb

Kdb3= n·(Lra- Lrb)· 0,5·b·(Lb+ Ldb- Lra)·Ab/Ldb

K= fa·La·gAa·n+ Lrb·n·gAb+ n·(Lra- Lrb)· 0,5·b·(Lb+ Ldb- Lra)·Ab/Ldb

n·Lda· b·(Lb- La+ 0,5·Lda)·Ab/Ldb+ (Lb - La)²·b²·Ab/(2·Ldb)

### H Vereinigung der langen Mischformel mit der dritten Formel

Da die beiden Formeln die gleichen Ergebnisse liefern, so muss gezeigt werden, dass die beiden Formeln identisch sind.

Die lange Mischformel

K= fa·La·gAa·n+ Lrb·n·gAb+ (Lb - La)²·b²·Ab/(2·Ldb)

+(n·La- Lrb·n)·0,5·(gAb+ gAb·(Lb-La)/Lbd)

Die dritte Mischformel

K= fa·La·gAa·n+ Lrb·n·gAb+ (Lb - La)²·b²·Ab/(2·Ldb)

+ n·(Lra- Lrb)·0,5·b·(Lb+Ldb-Lra)·Ab/Ldb +n·Lda·b·(Lb-La+ 0,5·Lda)·Ab/Ldb

Da die obere Zeile jeweils identisch ist, müssen nur die untere Zeile verglichen werden. Die untere Zeile beschreibt die trapezige Teilkampfkraft der Gruppe B.

(n·La- Lrb·n)·0,5·(gAb+ gAb·(Lb-La)/Lbd)

= n·(Lra- Lrb)·0,5·b·(Lb+Ldb-Lra)·Ab/Ldb +n·Lda·b·(Lb-La+ 0,5·Lda)·Ab/Ldb

n lasst sich ausklammern und kürzen

(La- Lrb)·0,5·(gAb+ gAb·(Lb-La)/Lbd)

= (Lra- Lrb)·0,5·b·(Lb+Ldb-Lra)·Ab/Ldb +Lda·b·(Lb-La+ 0,5·Lda)·Ab/Ldb

gAb wird oben ausgeklammert und unten b·Ab=gAb

(La- Lrb)·0,5·gAb·(1+(Lb-La)/Lbd)

= (Lra- Lrb)·0,5·(Lb+Ldb-Lra)·gAb/Ldb +Lda·(Lb-La+ 0,5·Lda)·gAb/Ldb

0,5·gAb wird gekürzt

(La- Lrb)·(1+(Lb-La)/Lbd)

= (Lra- Lrb)·(Lb+Ldb-Lra)/Ldb +Lda·(2·Lb-2·La+Lda)/Ldb

Jetzt werden die Klammern aufgelöst

**La-Lrb**+ (La·Lb-Lrb·Lb-La²+Lrb·La)/Lbd

= (Lra·Lb+Lra·Lbd-Lra²-Lrb·Lb-Lbd·Lrb+Lrb·Lra+**Lda·Lb·2**-2·La·Lda+Lda²)/Lbd

Dabei fällt folgendes auf. Auf der oberen Seite der Gleichung stehen La-Lrb ohne Bruchstrich. Der Rest ist durch Lbd geteilt. Die untere Seite der Gleichung ist vollständig durch Lbd geteilt. Daher müssen in der Gleichung Summanden gefunden werden, die durch Lbd teilbar sind und gleichzeitig La-Lrb ergeben. Dazu wird erstmal

**Lda·Lb·2** durch *Lda·Lrb+Lda·Lrb+Lda·Ldb+Lda·Ldb* ersetzt

La-Lrb+ (La·Lb-Lrb·Lb-La²+Lrb·La)/Lbd

= (Lra·Lb+**Lra·Lbd**-Lra²-Lrb·Lb**-Lbd·Lrb**+Lrb·Lra+

*Lda·Lrb+Lda·Lrb+****Lda·Ldb****+Lda·Ldb* -2·La·Lda+Lda²)/Lbd

Es konnten 3 Summanden gefunden werden. Dabei ist Lra+Lda= La. Nach der Division sieht die Gleichung so aus:

**La-Lrb+** **(**La·Lb-Lrb·Lb-La²+Lrb·La**)/Lbd**

= **La –Lrd +(**Lra·Lb-Lra²-Lrb·Lb+Lrb·Lra+

Lda·Lrb+Lda·Lrb+Lda·Ldb -2·La·Lda+Lda²**)/Lbd**

Damit kann La-Lrb wegsubtrahieren und /Lbd mit Multiplikation entfernen

La·Lb-Lrb·Lb-La²+Lrb·La

= Lra·Lb-Lra²-Lrb·Lb+Lrb·Lra+ Lda·Lrb+Lda·Lrb+Lda·Ldb -2·La·Lda+Lda²

Nun muss nur noch gezeigt werden, dass die obere Summe gleich der unteren ist. Dabei ist Dreieck plus Rechteck immer ein ganzes. Mit fetter Formatierung wird angewählt und kursive Formatierung ist das Ergebnis.

La·Lb**-Lrb·Lb**-La²+Lrb·La

= Lra·Lb-Lra²**-Lrb·Lb**+Lrb·Lra+ Lda·Lrb+Lda·Lrb+Lda·Ldb -2·La·Lda+Lda²

**La·Lb***~~-Lrb·Lb~~*-La²+Lrb·La

= **Lra·Lb**-Lra²*~~-Lrb·Lb~~*+Lrb·Lra+ Lda·Lrb+Lda·Lrb+Lda·Ldb -2·La·Lda+Lda²

***Lda·Lb*** -La²+Lrb·La

= *~~Lra·Lb~~*-Lra² +Lrb·Lra+ Lda·Lrb+Lda·Lrb+**Lda·Ldb** -2·La·Lda+Lda²

*Lda·Lrb* -La²+Lrb·La

= -Lra² +Lrb·Lra+ Lda·Lrb+Lda·Lrb+*~~Lda·Ldb~~* **-2·La·Lda**+Lda²

Lda·Lrb -La²+**Lrb·La**

= -Lra² +**Lrb·Lra**+ Lda·Lrb+Lda·Lrb *-La·Lda -La·Lda* +Lda²

**Lda·Lrb** -La²+*Lrb·Lda*

= -Lra² *~~+Lrb·Lra~~*+ **Lda·Lrb**+Lda·Lrb -La·Lda -La·Lda +Lda²

*~~Lda·Lrb~~* **-La²**+Lrb·Lda

= -Lra²+ *~~Lda·Lrb~~*+Lda·Lrb **-La·Lda** -La·Lda +Lda²

*-La·Lra***+Lrb·Lda**

= -Lra²**+Lda·Lrb** *~~-La·Lda~~* -La·Lda +Lda²

**-La·Lra***~~+Lrb·Lda~~*

= **-Lra²***~~+Lda·Lrb~~*-La·Lda +Lda²

***-Lda·Lra***

= *~~-Lra²~~***-La·Lda** +Lda²

***+Lda·Lda***

= *~~- La·Lda~~* +Lda²

Lda²=Lda²

Die Gleichung ist wahr und damit sind beide Formeln identisch.

Das Ergebnis lässt sich auch so erklären: Solange die Gruppe A im Kampf ist, kann die Gruppe B mit den Leben der Gruppe A länger kämpfen. Nach diesem Modell spielt es keine Rolle, ob Gruppe A rechteckig oder dreieckig kämpft. Selbst wenn in Gruppe A schon Schiffe fehlen fangen sie für Gruppe B immer noch a/n Schüsse ab. Dies ist ein kleiner Fehler im linearen Modell, dafür benötigt man für die Formel nur die 4 Grundrechenarten.

## G Mehrere Gruppen in einer Mischarme

Mit dem Tabellenverfahren für verschiedene Gruppen in einer Kampfklasse ist es möglich, die Kampfkraft für mehr als 2 Gruppen zu berechnen. Die mehrheitliche Formel verhält sich zur zweiheitlichen Formel wie dieses Tabellenverfahren zur Mischformel. Allerdings ist das Tabellenverfahren zwar keine Formel, hat dafür aber dieses Tabellenverfahren mehrere Vorteile:

* kann zur Herleitung der linearen Mischformel benutzt werden  
  Es können auch lineare Mischformeln für 3 Gruppen in einer Kampfklasse hergeleitet werden
* kann auch nichtlinear angewendet werden
* das nichtlineare Modell kann mit den genauen Kampfverlauf erweitert werden
* wirft pro Rechenschritt einen Diagrammpunkt aus  
  Das heißt, dass auch für nichtlineare Modelle ein Kampfverlauf erstellt werden kann.
* es sind mehr als 2 Gruppen erlaubt

### G allgemeine Vorgehensweise

Zuerst sammelt man die Kenngrößen jeder Gruppe in einer Tabelle

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Hauptwerte | Gruppe A | Gruppe B | Gruppe C |
| Anzahl N | a | b | c |
| Leben Lu | Lua | Lub | Luc |
| Angriff A | Aa | Ab | Ac |
| Kampfbeiwert fu | fua | fub | fuc |
| gLu | gLua | gLub | gLuc |
| gLud | gLuda | gLudb | gLudc |

Die Buchstaben a, b und c dürfen frei ohne irgendwelche Bedingungen an die Gruppen vergeben werden.

Dann entscheidet man, wie man rechnen will. Es gibt linear und nichtlinear zur Auswahl und man kann zwischen 2 Kampfverläufe (einfach und genau) wählen. Es sind also 4 Möglichkeiten denkbar.

1. einfach und linear
2. einfach und nichtlinear
3. ~~genau und linear~~
4. genau und nichtlinear

Ein genauer Kampfverlauf mit linearer Berechnung ist nicht kompatibel. Einfach und linear benötigt weniger Rechenaufwand, ist aber auch weniger genau.

Diese sind die allgemeinen Kenngrößen Anzahl, Leben, Angriff und Kampfbeiwert. Zusätzlich werden die Gesamtleben der Gruppen benötigt.

gL = L·N

Außerdem werden die dreieckigen Gesamtleben benötigt.

gLd= gL·(2-2·f) für das einfache Kampfmodell

gLd= genauer Kampfverlauf

Der einfache Kampf wird in dreieckig und rechteckig unterteilt, während der genaue Kampf eine Hyperbel anstelle des Dreieckes hat.

Günstig ist es, wenn in dem Kampfbeiwert und die Leben bereits der Überschaden mit eingerechnet wurde. Die Formelzeichen werden sehr lang. Das Formelzeichen gLura bedeutet also: rechteckige Gesamtleben der Gruppe a mit berücksichtigtem Überschaden. Die Buchstaben u, r und a dürfen getaucht werden, sodass gLaur das gleiche beschreibt.

Schusszeiten ermitteln

Die Schusszeiten können an sich beliebig gewählt werden. Dies führt allerdings zu ungenauen Ergebnissen und ist immer nichtlinear. Besser ist es, dass die Schusszeiten so gewählt werden, dass der Übergang von rechteckig zu dreieckig nicht verpasst wird.

Jede Gruppe kann 3 Zustände annehmen: rechteckig, dreieckig, besiegt

Soll nichtlinear gerechnet werden, müssen die Schusszeiten so klein gewählt werden, dass der Zustand besiegt nicht erreicht wird (die Iteration führt also nie zum Ziel).

Soll linear gerechnet werden, müssen die Schusszeiten so gewählt werden, dass die Gruppen besiegt werden. Pro Gruppe sind also 2 Rechenschritte nötig.

**Starten**

Die aktuellen Gesamtleben gL0 jeder Gruppe sind deren Gesamtleben. Das gleiche gilt für deren Anzahl und deren Gesamtangriff. Die 0 bedeutet, dass dies der nullte Rechenschritt ist.

gLa0= gLua

gLb0= gLub

gLc0= gLuc

a0=a

b0=b

c0=c

gAa0= a0·Aa

gAb0= b0·Ab

gAc0= c0·Ac

Beispielsweise wurden hier 3 Gruppen aufgeführt. die Liste kann beliebig erweitert werden.

Außerdem gibt es einige Größen, die beim Start 0 sind. Diese sind der Gesamtschaden, Schusszeit und die Teilkampfkräfte.

gS0= 0

x0= 0

tKa0=0

tKb0=0

tKc0=0

Und zuletzt gibt es noch die Diagrammpunkte. Diese werden für die Berechnung der Kampfkraft nicht benötigt, aber für die Darstellung in einem Kampfverlaufsdiagramm.

ggL0= gLa0+ gLb0+ gLc0

ggA0= gAa0+ gAb0+ gAc0

**Die Berechnung**

Jedes Formelzeichen erhält am Ende die Nummer des Rechenschrittes. Allgemein wird der Buchstabe i verwendet. Ist ein Rechenschritt vorher gemeint, wird der Buchstabe j verwendet.

tKa2 bedeutet: Teilkampfkraft der Gruppe a im zweiten Rechenschritt.

gLci bedeutet: Gesamtleben der Gruppe c im Rechenschritt i.

bj bedeutet: Anzahl der Einheiten der Gruppe b im vorherigen Rechenschritt. Ist der Rechenschritt i=4, dann ist die Anzahl des dritten Rechenschrittes gemeint.

Die Schusszeit xi wird festgelegt.

xi = Schusszeit ermitteln

Die Gruppen werden beschossen und nehmen Schaden. Der Schaden ist Schusszeit mal Anzahl.

Sai= xi·a

Sbi= xi·b

Sci= xi·c gültig für linear

gLai= gLaj-xi·a

gLbi= gLbj-xi·b

gLci= gLcj-xi·c

Der Gesamtschaden wird mit einer dieser Formeln ermittelt.

gSi= Sai+Sbi+Sci Schäden aufsummieren

gSi= (gLaj+gLbj+gLcj) - (gLai+gLbi+gLci)= ggLj - ggLi vorher - jetzt

gSi= xi·a+ xi·b+ xi·c entkomprimiert

Wird linear gerechnet, so muss beachtet werden, dass besiegte Gruppen keinen Schaden mehr nehmen.

Wird nichtlinear gerechnet, so muss die Anzahl aus dem vorherigen Rechenschritt verwendet werden und nicht die Startanzahl.

Sai= xi·aj

Sbi= xi·bj

Sci= xi·cj gültig für nichtlinear

gLai= gLaj-xi·aj

gLbi= gLbj-xi·bj

gLci= gLcj-xi·cj

Die Anzahlen werden berechnet. Die Anzahl ist eine Funxion des Kampfverlaufes.

Ni= f(gLi)

Als Kampfverläufe gibt es das genaue Modell zur Auswahl oder das einfache Dreieck-Rechteckmodell. Für das einfache Modell gilt:

Ni=

und für das genaue Modell:

Ni=

Für Gruppe a gilt beispielsweise

ai=

ai=

Der Gesamtangriff jeder Gruppe wird berechnet.

gA= Ni·A

Die Gruppen haben Zeit zurück zu schießen, für jeden Schaden, den sie genommen haben. Die Teilkampfkraft jeder Gruppe berechnet sich mit:

tKi= gSi·(gAi+gAj)/2

Der Faktor (gAi+gAj)/2 beschreibt ein Trapez. Hat die Gruppe den ganzen Rechenschritt rechteckig gekämpft ist gAj = gAi und der Term wird automatisch zu gA.

Am Ende der Berechnung werden alle Teilkampfkräfte zur Kampfkraft aufsummiert. Bei einer nichtlinearen Berechnung sind dies sehr viele Summanden.

und zuletzt noch die Diagrammpunkte

ggLi= gLai+ gLbi+ gLci

ggAi= gAai+ gAbi+ gAci

### R lineares Rechenbeispiel

Das Tabellenverfahren wird an einem Beispiel gezeigt, was man da rechnen muss. Die Berechnung wird linear geführt.

Es wird ein Teamkampf gegen eine Festung veranstaltet. Dabei ist die Kampfkraft des Teams aus 3 Spielern gesucht. Ein Spieler ist noch Anfänger. Es kämpfen 25 Bomber, 18 unerfahrene Bomber und 30 Jagdflugzeuge.

Ein Bomber hat 14kl, 4ka und fa=0,85.

Ein Bomber des Anfängers hat 9kl, 2,5ka und fb=0,8.

Ein Jagdflugzeug hat 8kl, 2ka und fc=0,8.

Zur Vereinfachung wird hier der Überschaden nicht betrachtet und die Kampfbeiwerte geschätzt. Da der Gegner einheitliche Waffen hat, ist eine genauere Berechnung mit Überschaden und Kampfbeiwert erlaubt.

Alle Flugzeuge fliehen bei 15% übrige Leben. Damit kämpfen die Flugzeuge mit 15% weniger Leben, können dafür aber im Falle einer Niederlage repariert werden. Die Leben werden mit 0,85 multipliziert

La= 14·(1-0,85)= 11,9 kl

Lb=9·(1-0,85)= 7,65 kl

Lc= 8·(1-0,85)= 6,8 kl

Die Angaben werden in einer Tabelle zusammengefasst.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Hauptwerte | Bomber | Abomber | Jäger |
| Anzahl N | 25 | 18 | 30 |
| Leben L | 11,9 | 7,65 | 6,8 |
| Angriff A | 4 | 2,5 | 2 |
| Kampfbeiwert f | 0,85 | 0,8 | 0,8 |
| gL | 297,5 | 137,7 | 204 |
| gLd | 89,25 | 55,08 | 81,6 |

Die unteren beiden Zeilen werden ausgerechnet.

gL = L·N

gLa= 11,9·25= 297,5 kl

gLd= gL·(2-2·f)

gLda= 297,5·(2-2·0,85)= 89,25 kl

**Schusszeiten festlegen**

Die Leben jeder Gruppe werden in rechteckig und dreieckig zerlegt.

Ld= L·(2-2·f)

Ldb= 7,65·(2-2·0,8)= 3,06 kl

Lr = L-Ld

Lrb= 7,65-3,06= 4,59 kl

Die anderen beiden Gruppen werden analog ausgerechnet und das Ergebnis ist in dieser Tabelle.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Bomber | Abomber | Jäger |
| Lr | 8,33 | 4,59 | 4,08 |
| Ld | 3,57 | 3,06 | 2,72 |

Die Schusszeit muss so groß sein, dass eine Gruppe ihren Status ändert. Eine Gruppe kann einen der 3 Statusse haben: rechteckig, dreieckig, besiegt. Wird x1=4,59 gewählt, so werden die Anfängerbomber dreieckig kämpfen. Bei den Jägern wird der Zeitpunkt des dreieckigen Kampfes jedoch übersprungen. 4,59 ist also falsch. Wird eine Schusszeit von 4,2 gewählt, ändert zwar eine Gruppe seinen Status, aber der Zeitpunkt bei den Jägern wird übersprungen und ist damit auch falsch. Wird 2 gewählt, ändert keine Gruppe seinen Status und ist damit sinnlos. Es gibt für das lineare Verfahren genau eine richtige Lösung und zwar x1= 4,08. Das ist der Zeitpunkt an dem die Jäger dreieckig kämpfen werden.

Die Leben jeder Gruppe werden um 4,08 reduziert. Bei den Bombern ist die nächste Statusänderung 4,25 Leben entfernt, bei den Bombern des Anfängers 0,51 und bei den Jägern 2,72. Jetzt müssen x2= 0,51 gewählt werden. Danach werden die Leben jeder Gruppe wieder um diesen Wert reduziert, um die nächste Schusszeit zu bestimmen.

Die Schritte werden in dieser Tabelle zusammengefasst.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Bomber | Abomber | Jäger | Bomber | Abomber | Jäger |  |
| 8,33 | 4,59 | 4,08 | reckteckig | reckteckig | reckteckig | x1= 4,08 |
| 4,25 | 0,51 | 2,72 | reckteckig | reckteckig | dreieckig | x2= 0,51 |
| 3,74 | 3,06 | 2,21 | reckteckig | dreieckig | dreieckig | x3= 2,21 |
| 1,53 | 0,85 |  | reckteckig | dreieckig | besiegt | x4= 0,85 |
| 0,68 |  |  | reckteckig | besiegt | besiegt | x5= 0,68 |
| 3,57 |  |  | dreieckig | besiegt | besiegt | x6= 3,57 |
|  |  |  | besiegt | besiegt | besiegt |  |

Dabei sind auf der linken Seite die Leben bis zum nächsten Status, in der Mitte ist der Status der Gruppe eingetragen und rechts die Schusszeit. Die Schusszeit ist immer das Minimum der 3 Werte.

Der Kampfverlauf ist damit schon qualitativ beschrieben: zuerst kämpfen die Jäger dreieckig, dann die Anfängerbomber. Dann werden die Jäger besiegt und danach die Bomber des Anfängers. Die Bomber kämpfen dreieckig und werden besiegt.

Besonders an diesem Kampfverlauf ist, dass die Bomber so viele Leben haben, sodass sie eine Weile lang alleine rechteckig kämpfen.

Jetzt werden die Startwerte festgelegt.

gLa0= gLua= 297,5 kl

gLb0= gLub= 137,7 kl

gLc0= gLuc= 204 kl

a0=a= 25

b0=b= 18

c0=c= 30

gAa0= a0·Aa= 25·4= 100 ka

gAb0= b0·Ab= 18·2,5= 45 ka

gAc0= c0·Ac= 30·2= 60 ka

gS0= 0 Mal

x0= 0 Mal

tKa0=0 Mal

tKb0=0 Mal

tKc0=0 Mal

Und zuletzt die Diagrammpunkte.

ggL0= gLa0+ gLb0+ gLc0

ggL0= 297,5+ 137,7+ 204= 639,2 ka

ggA0= gAa0+ gAb0+ gAc0

ggA0= 100+45+60= 205 ka

**Der erste Rechenschritt**

Jedes Formelzeichen erhält am Ende die Nummer des Rechenschrittes. Allgemein wird der Buchstabe i verwendet. Ist ein Rechenschritt vorher gemeint, wird der Buchstabe j verwendet.

Die Schusszeit x1 wird festgelegt.

x1 = 4,08 kl

Die Gruppen werden beschossen und nehmen Schaden. Der Schaden ist Schusszeit mal Anzahl.

gLa1= gLa0-xi·a

gLa1= 297,5-4,08·25= 195,5 kl

gLb1= gLb0-xi·b

gLb1= 137,7-4,08·18= 64,26 kl

gLc1= gLc0-xi·c

gLc1= 204-4,08·30= 81,6 kl

Der Gesamtschaden wird mit der Formel „jetzt - vorher“ ermittelt, weil diese Formel besiegte Gruppen selbstständig keinen Schaden zufügt.

gS1= ggL0- (gLa1+gLb1+gLc1)

gS1= 639,2- (195,5+64,26+81,6)= 297,84 kl

Die Anzahlen werden berechnet.

N1=

Der Bruch wird genau dann benutzt, wenn eine Gruppe dreieckig kämpft. Hat die Gruppe vorher rechteckig gekämpft, dann ist die Anzahl gleich der Startanzahl.

a1= 25

b1= 18

c1=30

Z.B. Gruppe c kämpft dreieckig.

c1= = = 30

Das Ergebnis ist gleich der Startanzahl, weil die Gruppe rechteckig gekämpft hat und dreieckig kämpft.

Der Gesamtangriff jeder Gruppe wird berechnet.

gA= Ni·A

gAa1= a1·Aa= 25·4= 100 ka

gAb1= b1·Ab= 18·2,5= 45 ka

gAc1= c1·Ac= 30·2= 60 ka

Die Gruppen schießen zurück, für jeden Schaden, den sie genommen haben. Die Teilkampfkraft jeder Gruppe berechnet sich mit:

tK1= gS1·(gA1+gA0)/2

tKa1= gS1·(gAa1+gAa0)/2

tKa1= 297,84·(100+100)/2= 29784 Mal

tKb1= gS1·(gAb1+gAb0)/2

tKb1= 297,84·(45+45)/2= 13402,8 Mal

tKc1= gS1·(gAc1+gAc0)/2

tKc1= 297,84·(60+60)/2= 17870,4 Mal

und zuletzt noch die Diagrammpunkte

ggL1= gLa1+ gLb1+ gLc1

ggL1= 195,5+64,26+81,6= 341,36 kl

ggA1= gAa1+ gAb1+ gAc1

ggA1= 100+45+60= 205 ka

Es müssen 6 Rechenschritte durchgerechnet werden. Beispielhaft wird noch

**der vierte Rechenschritt gezeigt.**

Die Schusszeit x1 wird festgelegt.

x4 = 0,85 kl

Die Gruppen werden beschossen und nehmen Schaden. Der Schaden ist Schusszeit mal Anzahl.

gLa4= gLa3-xi·a

gLa4= 127,5-0,85·25= 106,25 kl

gLb4= gLb3-xi·b

gLb4= 15,3-0,85·18= 0 kl

gLc4= gLc3-xi·c

gLc4= 0 kl

Der Gesamtschaden

gS4= ggL3- (gLa4+gLb4+gLc4)

gS4= 142,8-(106,25+0+0)= 36,55 kl

Die Anzahlen werden berechnet.

N4=

Der Bruch wird genau dann benutzt, wenn eine Gruppe dreieckig kämpft. Hat die Gruppe rechteckig vorher gekämpft, dann ist die Anzahl gleich der Startanzahl.

a4= 25, weil rechteckig gekämpft

b4= 0, weil besiegt

c4= 0, weil besiegt

Der Gesamtangriff jeder Gruppe wird berechnet.

gA= Ni·A

gAa4= a4·Aa= 25·4=100 ka

gAb4= b4·Ab= 0·2,5=0 ka

gAc4= c4·Ac= 0·2=0 ka

Die Gruppen schießen zurück, für jeden Schaden, den sie genommen haben. Die Teilkampfkraft jeder Gruppe berechnet sich mit:

tK4= gS1·(gA4+gA3)/2

tKa4= gS1·(gAa4+gAa3)/2

tKa4= 36,55·(100+100)/2= 3655 Mal

tKb4= gS1·(gAb4+gAb3)/2

tKb4= 36,55·(12,5+0)/2= 228,44 Mal

tKc4= gS1·(gAc4+gAc3)/2

tKc4= 36,55·(0+0)/2= 0 Mal

und zuletzt noch die Diagrammpunkte

ggL4= gLa4+ gLb4+ gLc4

ggL4= 106,25+0+0= 106,25 kl

ggA4= gAa4+ gAb4+ gAc4

ggA4= 100+0+0= 100 ka

So sehen die Ergebnisse der einzelnen Rechenschritte aus.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Rechenschritt | Start | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Schusszeit |  | 4,08 | 0,51 | 2,21 | 0,85 | 0,68 | 3,57 |
| gLa | 297,5 | 195,5 | 182,75 | 127,5 | 106,25 | 89,25 | 0 |
| gLb | 137,7 | 64,26 | 55,08 | 15,3 | 0 | 0 | 0 |
| gLc | 204 | 81,6 | 66,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Schaden |  | 297,84 | 37,23 | 161,33 | 36,55 | 17 | 89,25 |
| Anzahl A | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 0 |
| Anzahl B | 18 | 18 | 18 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| Anzahl C | 30 | 30 | 24,375 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| gAa | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 0 |
| gAb | 45 | 45 | 45 | 12,5 | 0 | 0 | 0 |
| gAc | 60 | 60 | 48,75 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| tKa |  | 29784 | 3723 | 16133 | 3655 | 1700 | 4462,5 |
| tKb |  | 13402,8 | 1675,35 | 4638,2375 | 228,4375 | 0 | 0 |
| tKc |  | 17870,4 | 2024,38125 | 3932,41875 | 0 | 0 | 0 |
| ggL | 639,2 | 341,36 | 304,13 | 142,8 | 106,25 | 89,25 | 0 |
| ggA | 205 | 205 | 193,75 | 112,5 | 100 | 100 | 0 |

Die Kampfkraft ist die Summe der Teilkampfkräfte, die in den Spalten tKa, tKb und tKc stehen.

K= = = 103229 Mal

So sieht der Kampfverlauf aus:

Kampfverlauf mit 3 Gruppen in einer Reihe G

Der globale Kampfbeiwert ist

f= K/(ggL·ggA)

f= = 0,788

Hätte der Progamer sich nicht die Unterstützung von 2 anderen Spielern geholt, so hätte er mit nur 25288Mal alleine gekämpft.

## **H Herleitung der nichtlinearen Mischformel**

### H Das Problem im linearen Tabellenverfahren

Bei dem linearen Tabellenverfahren wurde bisher so vorgegangen:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Anzahl N | Gesamtleben gL | Leben L | Gruppe |
| Nb | Nb·Lb | Lb | B |
| Na | Na·La | La | A |

Dann wird solange geschossen, bis Gruppe A dreieckig kämpft (erster Rechenschritt). Alle Einheiten erleiden Lra Schaden. Angriff und Teilkampfkraft interessieren erstmal nicht.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Anzahl N | Gesamtleben gL | Leben L |
| Nb | Nb·(Lb-Lra) | Lb-Lra |
| Na | Na·Lda | Lda |

Dann wird geprüft, bei welcher Gruppe sich wieder die Kampfweise ändert. Dabei gibt es 3 Zustände: Rechteckig, dreieckig, besiegt. Es folgen ein bis zwei Rechenschritte, sodass Gruppe A besiegt wird. Ein Leben vorher sah das ganze so aus:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Anzahl N | Gesamtleben gL | Leben L |
| Nb | Nb·(Lb-La) | Lb-La |
| Na | 0,01 | 0,01/Na |

Hier gibt es ein Problem: Es sind noch alle Einheiten aus Gruppe A vorhanden. Der Gesamtangriff von Gruppe A ist dennoch fast 0, weil dieser über die Angriffssteigung berechnet wird. Die Einheiten der Gruppe A bewirken daher zwar keinen Angriffsbonus, aber sie sammeln mehr Schüsse ein, als es zufällig möglich wäre. Hagelt es 100 Schüsse auf die Armee, so müssten 99 auf Gruppe B landen und einer auf Gruppe A und nicht wie am Anfang des Kampfes z.B. 60 auf Gruppe B und 40 auf Gruppe A. Gruppe A müsste daher deutlich länger leben.

Die Lösung des Problems ist, dass der Schaden dann nicht mehr von die Leben abgezogen wird, sondern von der Anzahl. Damit bleiben die Leben im dreieckigen Kampf gleich. Die Leben jeder Einheit sind der Mittelwert.

Eine weitere Verbesserung wäre, dass die Anzahl von den Leben abhängig ist. Dies trifft eher als die ersten beiden Varianten zu, und ist damit sehr präzise. Der Kampf unterteilt sich dann nicht mehr in rechteckig und dreieckig, sondern in rechteckig und einer Hyperbel. Die Hyperbel kommt aus dem genauen Kampfverlauf N(L) und deren Form muss für beide Gruppen vorher aufwändig berechnet werden.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| lineares Modell | | |  | nichtlineares Modell | | |  | v. nichtlineares Modell | | |
| N | gL | L | N | gL | L | N | gL | L |
| Nb | Nb·(Lb‑La) | Lb‑La | Nb | Nb·(Lb‑La) | Lb‑La | Nb | Nb·(Lb‑La) | Lb‑La |
| Na | 0,01 | 0,01/Na | 0,01/Lda | 0,01 | Lda | N(gL) | gL= 0,01 | gL/N(gL) |

Diese Modell wird behandelt

Es gelten damit folgende Gleichungen, die für die Herleitung lebensnotwendig sind:

Schaden= x· Einheiten

x= Schussrunde

Gesamtleben =Leben mal Anzahl

Gesamtangriff = Angriff mal Anzahl

Leben im rechteckigen Kampf:= Leben im rechteckigen Kampf- Schaden

Leben im dreieckigen Kampf= konstant

Gesamtleben im dreieckigen Kampf:= Gesamtleben im dreieckigen Kampf - Schaden

Anzahl:= Anzahl- Schaden dividiert durch dreieckige Leben

### H Dazu ein Rechenbeispiel

Gruppe B besteht aus 10 Einheiten mit je 16kl und fb= 0,75 und Gruppe A besteht aus 15 Einheiten mit 11kl und fa=0,7.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N | L | gL | Gruppe |
| 10 | 16 | 160 | B |
| 15 | 11 | 165 | A |

Nun wird solange geschossen, bis Gruppe A dreieckig kämpft, also x=4,4.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N | L | gL | Gruppe |
| 10 | 11,6 | 116 | B |
| 15 | 6,6 | 99 | A |

Bis hierhin war noch nichts neu. Wählt man x=3,6 ,so kämpft Gruppe B dreieckig. Doch stattdessen wählen wir mal die Hälfte x=1,8.

Schaden = x·N

Gruppe B erleidet 1,8·10=18 Schaden.

Gruppe A erleidet 1,8·15=27 Schaden.

Die Leben von Gruppe A können nicht sinken. Deren Anzahl sinkt.

Na:= Na- x·Na/Lad

Na:= Na- 27/Lad

Na:= 15- 27/6,6= 10,

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N | L | gL | Gruppe |
| 10 | 9,8 | 98 | B |
| 10,9 | 6,6 | 72 | A |

Jetzt wird nochmal x=1,8 gewählt, sodass Gruppe B dreieckig kämpft.

Gruppe B erleidet 1,8·10=18 Schaden.

Gruppe A erleidet 1,8·10,9=19,64 Schaden.

19,64 sind deutlich weniger als 27. 27 Schaden würde Gruppe A erhalten, wenn sich die Anzahl nicht ändert.

Na:= Na- 19,64/Lad

Na:= 10,- 19,64/6,6= 7,933

Aus Gruppe A sind also noch 7,933 Einheiten übrig und nicht 6,81.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N | L | gL | Gruppe |
| 10 | 8 | 80 | B |
| 7,93 | 6,6 | 52,36 | A |

Nun wählen wir x= 3. Da beide Gruppen dreieckig kämpfen, ändert sich bei beiden die Anzahl.

Nb:= Nb- x·Nb/Lbd

Nb= 10- 3·10/8

Nb= 6,25

Na:= Na- x·Na/Lbd

Na= 7,93- 3·7,93/6,6

Na= 4,32

In der Tabelle werden diese Werte eingetragen und das ganze mit x=3 noch 2 mal weiter gerechnet. Zu jeder Zeile gehören natürlich auch ein Angriff und eine Kampfkraft, doch die werden nicht angezeigt.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N | L | gL | Gruppe |
| 6,25 | 8 | 50 | B |
| 4,32 | 6,6 | 28 | A |
| 3,9 | 8 | 31 | B |
| 2,36 | 6,6 | 15 | A |
| 2,44 | 8 | 19 | B |
| 1,285 | 6,6 | 8 | A |

Wie lange muss man denn noch rechnen? Man wird das Ende der Rechnung nie erreichen. Die Anzahl nähert sich immer mehr der 0, doch sie wird nie erreicht. Man kann x=6,6 wählen, um die 0 zu erreichen, doch das ist das vereinfachte Modell für das es ja schon Formeln gibt. Die Rechnung wird genauer, wenn man kleine Zahlen nimmt. Nach unendlich vielen Rechenschritten bildet man die Summe der Teilkampfkräfte. Doch die Kampfkraft ist trotz unendlicher Mühe nicht exakt. Für eine exakte Kampfkraft muss man unendlich kleine Werte für x wählen und unendlich Rechenschritte durchführen.

Deshalb werden starke Gleichungen benötigt, die alle Rechenschritte zu einem zusammenfassen. Die eine Gleichung berechnet Gruppe A’s Kampfkraft, wenn Gruppe B rechteckig und Gruppe A dreieckig kämpft. Die andere Gleichung berechnet die Kampfkraft bei der beide dreieckig kämpfen.

### H Herleitung der ersten Teilkampfkraftgleichung

Die Armee befindet sich im Kampf bei folgendem Punkt: Gruppe B kämpft rechteckig und Gruppe A kämpft nun dreieckig. Dazu wird erstmal nur Gruppe A betrachtet. Gruppe A hat zu diesem Zeitpunkt folgende Werte:

Anzahl Na= Na0

Leben La= La0 (= Lad)

Gesamtleben gLa= Na0·La0

Die Zahl bezieht sich auf den Rechenschritt. Der Anfang ist nullte Rechenschritt. Für die Anzahl sind 2 Bezeichnungen zulässig: Na und a. Nun vergeht eine kleines Stück Schussrunde dx. Gruppe A erhält damit Na0·dx Schaden. Dieser Schaden wird von die Gesamtleben abgezogen. Die Leben La0 jeder einzelnen Einheit ändern sich nicht.

gLa1= Na0·La0- Na0·dx Na0·La0 ausklammern

gLa1= Na0·La0·(1 -dx/La0)

Die Anzahl kann rückgerechnet werden, indem durch La0 dividiert wird.

Na1= gLa1/La0

Na1= Na0·La0·(1 -dx/La0)/La0 kürzen

Na1= Na0·(1 -dx/La0)

Die Anzahl der Einheiten kann als eine Funxion N(x) in Abhängigkeit der Schussrunden x beschrieben werden. Für einen x-beliebigen Punkt gilt

P= (x|N(x) )

Nimmt man einen Punkt ein Stück dx daneben, so erhält man

P= (x + dx| N(x)· (1 -dx/La0)) umstellen

P= (x + dx| N(x) –N(x)·dx/La0))

Na0 ist die Ausgangsordinate und Na1 befindet sich ein Stück daneben.

P1 = (x|N(x))

dy

P2 = (x+dx|N(x)-N(x)·dx/La0)

dx

Die Funxion N(x) bekommt jetzt Inhalt, indem die Differenz der y-Koordinaten gebildet wird.

dy = y2-y1= N(x)-N(x)·dx/La0- N(x) zusammenfassen

dy = -N(x)·dx/La0 durch dx dividieren

dy/dx beschreibt die Veränderung N’(x) der Funxion über die Schussrunden x

N’(x)= -N(x)/La0

Damit ist eine Funxion entstanden, die seine eigene Veränderung beinhaltet. Mit der e-Funxion lässt sich die Gleichung lösen. Setzt man ex ein, so erhält man:

ex= -ex/La0

Das passt noch nicht ganz. Daher muss N(x)= e-x/La0 gewählt werden.

N’(x)= -e-x/La0/La0 einsetzen

-e-x/La0/La0= -e-x/La0/La0

Gleichung stimmt und

Na(x)= e-x/La0

ist die gesuchte Funxion.

Mit dieser Funxion kann nun Na1 berechnet werden.

Na1= Na0· e-x/La0

Es muss nur noch ein x gewählt werden. Diese Funxion bringt für x immer den exakten Wert und ist damit besser als 1000 Rechenschritte. Dieses x kann so gewählt werden, sodass Gruppe B dreieckig kämpft. Durch diese Formel kann Gruppe A vorher nicht mehr besiegt werden.

Bis hierhin wurden die Leben in Abhängigkeit der Schussrunden beschrieben. Für den Angriff sieht das so aus:

gAa(x)= Aa·Na(x)

gAa(x)= Aa·e-x/La0

Die Kampfkraft ist Angriff mal eingesetzte Leben. gL(x) beschreibt, wie viele Leben vorhanden sind. Bildet man die Differenz so erhält man die eingesetzten Leben. D(x) beschreibt, wie viele Leben von Anfang bis zur Schussrunde x eingesetzt werden. Dabei sind:

gL0= alle Gesamtleben zu Beginn

gL(x)= alle Gesamtleben zu einem bestimmten Zeitpunkt

La0= Leben der Gruppe A zum Beginn

D(x)= gL(x)-gL0

gL0= (Lb-Lra)·Nb + La0·Na0

gL(x)= (Lb-Lra-x)·Nb + gLa(x)

gLa(x)= N(x)·La0 gL=N·L

gL(x)= (Lb-Lra-x)·Nb+ N(x)·La0

D(x)= [(Lb-Lra-x)·Nb+ N(x)·La0]- [(Lb-Lra)·Nb + La0·Na0] Klammer auflösen

D(x)= Lb·Nb-Lra·Nb-x·Nb+N(x)·La0-Lb·Nb+Lra·Nb-La0·Na0 zusammen

D(x)= -x·Nb+N(x)·La0 -La0·Na0 N(x) einsetzen

D(x)= -x·Nb+La0·Na0·e-x/La0 -La0·Na0

Um die Kampfkraft ausrechnen zu können könnte man K(x)=gAa(x)·D(x) verwenden. gAa(x) ist eine monoton fallende Funxion und D(x) ist für große x linear. Je mehr Leben man einsetzt, desto weniger Kampfkraft erhält man. Das stimmt aber nicht. Für jedes eingesetzte Leben muss die Kampfkraft aber steigen. Deshalb wird zu jeder unendlich kleinen Lebendifferenz ein Angriff zugeordnet und multipliziert. Diese Produkte werden dann alle aufsummiert. D’(x) ist die Veränderung der eingesetzten Leben über die Schussrunden x.

D’(x)= -Nb+(La0/-La0)·Na0·e-x/La0

D’(x)= -Nb- Na0·e-x/La0

K(x)=∫ D’(x)·gAa(x)

K(x)=∫ (-Nb- Na0·e-x/La0)· Aa· e-x/La0 Klammer auflösen

K(x)=∫ -Nb·Aa·Na0·e-x/La0 - ∫Aa·Na0²· e-2x/La0 integrieren

K(x)=Nb·Aa·Na0·La0·e-x/La0 + Aa·Na0²·La0·0,5· e-2x/La0

Diese Funxion beschreibt die übrige Kampfkraft zu jeder Schussrunde x. Gesucht ist die Kampfkraft, bei der die Gruppe B die ganze Zeit rechteckig kämpft, während Gruppe A dreieckig kämpft. Gruppe B beginnt mit Lb-Lra Leben und endet mit Ldb Leben.

x=(Lb-Lra)-Ldb

x= Lrb-Lra

K= K(0)-K(Lrb-Lra) e0=1

K= Nb·Aa·Na0·La0+ Aa·Na0²·La0·0,5 ausklammern

-Nb·Aa·Na0·La0·e-(Lrb-Lra)/La0 - Aa·Na0²·La0·0,5·e-2(Lrb-Lra)/La0

K= Nb·Aa·La0·(Na0-Na0· e-(Lrb-Lra)/La0)+ Aa·Na0·La0·0,5·(Na0-Na0· e-2(Lrb-Lra)/La0)

Damit ist die erste Teilkampfkraftgleichung gefunden.

Damit die Gleichung einfacher aussieht, wird Na1= Na0· e-x/La0 eingesetzt

Na1= Na0· e-(Lrb-Lra)/La0

K= Nb·Aa·La0·(Na0-Na1)+ Aa·Na0·La0·0,5·(Na0-Na1²/Na0)

Da das Minus in Na1 so störend aussieht, wird es durch Umformung entfernt

Na1= Na0· e(Lra-Lrb)/La0

### H Herleitung der zweiten Teilkampfkraftgleichung

Diese Gleichung beschreibt den Kampf, wenn beide Gruppen dreieckig kämpfen. Verliert die eine Gruppe an Einheiten, so fallen mehr Schüsse auf die andere. Dabei wexelwirken beide Gruppen miteinander. Bei der Iteration sind dafür unendlich^2 Iterationsschritte notwendig. Der Kampf sieht nach einiger Zeit so aus, dass eine Gruppe fast verschwunden ist.

Der Gesamtangriff zu jeder Schussrunde x ist

gAa(x)= Aa·Na1· e-x/La0

gAb(x)= Ab·Nb1· e-x/Lb0

Dabei sind

Na1 die Anzahl der Einheiten aus Gruppe A im Rechenschritt 1

Nb1 die Anzahl der Einheiten aus Gruppe B im Rechenschritt 1

Die Funxion der eingesetzten Leben D(x) ist

D(x)= gL(x)-gL0

gL0= La0·Na1+Lb0·Nb1

gL(x)= La0·Na1·e-x/La0+Lb0·Nb1·e-x/Lb0

D(x)= La0·Na1·e-x/La0+Lb0·Nb1·e-x/Lb0 -La0·Na1-Lb0·Nb1

D’(x)= La0/(-La0)·Na1·e-x/La0+Lb0/(-Lb0)·Nb1·e-x/Lb0

D’(x)= -Na1·e-x/La0 -Nb1·e-x/Lb0

Nun kann auch schon die Kampfkraft berechnet werden

Ka(x)= ∫ D’(x)·gAa(x)

Kb(x)= ∫ D’(x)·gAb(x)

Ka(x)= ∫ (Aa·Na1· e-x/La0)· (-Na1·e-x/La0 -Nb1·e-x/Lb0) Klammer auflösen

Ka(x)= ∫Aa·Na1· e-x/La0 · -Na1·e-x/La0 +∫Aa·Na1· e-x/La0 · -Nb1·e-x/Lb0 Zusammen

x/Lb0+x/La0= x·(1/Lb0+1/La0) Einsetzen

Ka(x)= -∫Aa·Na1²· e-2x/La0 -∫Aa·Na1·Nb1·e-x·(1/Lb0+1/La0) integrieren

Ka(x)= Aa·Na1²·La0·0,5· e-2x/La0+ Aa·Na1·Nb1·e-x·(1/Lb0+1/La0)/(1/Lb0+1/La0)

Ka= K(0)-K(∞) e∞=0

Ka= K(0) e0=1

Ka= Aa·Na1²·La0·0,5· 1+ Aa·Na1·Nb1·1/(1/Lb0+1/La0)

Ka= Aa·Na1²·La0/2+ Aa·Na1·Nb1/(1/Lb0+1/La0)

Für Gruppe B ist die Gleichung identisch

Kb(x)= ∫Ab·Nb1· e-x/Lb0 · -Na1·e-x/La0 +∫Ab·Nb1· e-x/Lb0 · -Nb1·e-x/Lb0

Kb(x)= Ab·Nb1²·e-2x/Lb0·Lb0/2+Ab·Na1·Nb1·e-x·(1/Lb0+1/La0)/(1/Lb0+1/La0)

Kb= Ab·Nb1²·Lb0/2+ Ab·Na1·Nb1/(1/Lb0+1/La0)

### H Die Summe aller Teilkampfkräfte

Der Kampf wird in einer Tabelle dargestellt

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | N | gL | v. Leben | L | gA | A | K | Kampf |
| Start | Nb Na | gLb gLa | 0 | Lb La | gAb gAa | Ab Aa | Gruppe B Gruppe A | rechteckig rechteckig |
| Lra | Nb Na | (Lb-Lra)·Nb Na·Lad | Lra·N | Lb-Lra Lad | gAb gAa | Ab Aa | K1 K2 | rechteckig rechteckig |
| Lrb-Lra | Nb1 Na1 | Lbd·Nb Lad·Na1 | Lrb·Nb-Lra·Nb+ Na·Lad-Lad·Na1 | Lbd Lad | gAb Na1·Aa | Ab Aa | K3 K4 | reckteckig dreieckig |
| ∞ | 0 0 | 0 0 | Lbd·Nb+ Lad·Na1 | Lbd Lad | 0 0 | Ab Aa | K5 K6 | dreieckig dreieckig |

Nun werden die Teilkampfkräfte von K1 bis K6 berechnet.

K1 und K2 sind rechteckige Teilkampfkräfte. Es finden Lra Schussrunden statt, sodass eine Gruppe danach dreieckig kämpfen wird. Diese Gruppe wird Gruppe A genannt. Es entsteht ein Schaden (verbrauchte Leben) von Lra·N Leben im nullten Rechenschritt.

K= verbrauchte Leben·Angriff= D0·gA

K1= (Lra·N)·gAb

K2= (Lra·N)·gAa

Im ersten Rechenschritt werden soviele Schussrunden durchlaufen, bis Gruppe B auch dreieckig kämpft. Das ist Lrb-Lra. Die verbrauchten Leben im ersten Rechenschritt sind

D1= (Lb-Lra)·Nb+Na·Lad- Lbd·Nb- Lad·Na1 Klammer auflösen

D1= Lb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lbd·Nb-Lad·Na1 Zusammenfassen

D1= Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1

K3= gAb·D1

K3= gAb·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1)

K4= erste Teilkampfkraftgleichung

K4= Nb·Aa·La0·(Na0-Na1)+ Aa·Na0·La0·0,5·(Na0-Na1²/Na0)

Für den zweiten Rechenschritt gilt die zweite Teilkampfkraftgleichung

K5= Ab·Nb1²·Lb0/2+ Ab·Na1·Nb1/(1/Lb0+1/La0)

K6= Aa·Na1²·La0/2+ Aa·Na1·Nb1/(1/Lb0+1/La0)

Nun können alle Summanden zu der nichtlinearen Mischformel zusammengetragen werden. Dabei ist

La0= Lad

Lb0= Lbd

Na0= Na

Nb1=Nb

K=Lra·N·gAb+ Lra·N·gAa

+gAb·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1)

+Nb·Aa·Lad·(Na-Na1)+ Aa·Na·Lad·0,5·(Na-Na1²/Na)

+Ab·Nb²·Lbd/2+ Ab·Na1·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

+Aa·Na1²·Lad/2+ Aa·Na1·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

Es kann noch zusammengefasst werden

K=Lra·N·(gAb+gAa)

+gAb·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1)

+Nb·Aa·Lad·(Na-Na1)+ Aa·Na·Lad·0,5·(Na-~~Na1²/Na~~)

+Ab·Nb²·Lbd/2+ (Ab+Aa)·Na1·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

+~~Aa·Na1²·Lad/2~~

mit Na1= Na·e(Lra-Lrb)/Lad

Die Formel kann noch weiter vereinfacht werden. Dazu wird Na im dritten Summand in die Klammer geholt. Dann kann zusammengefasst werden.

K=Lra·N·(gAb+gAa) nichtlineare Mischformel

+gAb·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1)

+Nb·Aa·Lad·(Na-Na1)+ Aa·Lad·0,5·Na²

+Ab·Nb²·Lbd/2+ (Ab+Aa)·Na1·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

mit Na1= Na·e(Lra-Lrb)/Lad

Der Vorteil an der Gleichung ist, dass man nicht mehr zwischen 2 Fälle unterscheiden muss.

Entpackt man die Gleichung, so sieht sie so aus:

Lda= La·(2-2·fa)

Lra= La·(2·fa-1)

Ldb= Lb·(2-2·fb)

Lrb= Lb·(2·fb-1)

Na1= Na·e^((La·(2·fa-1)-Lb·(2·fb-1))/La·(2-2·fa))

dekomprimierte Schreibweise

K=La\*(2\*fa-1)\*(Na+Nb)\*(Nb\*Ab+Na\*Aa)

+Nb\*Ab\*( Lb\*(2\*fb-1)\*Nb- La\*(2\*fa-1)\*Nb+Na\* La\*(2-2\*fa)- La\*(2-2\*fa)\*Na\*e^((La\*(2\*fa-1)-Lb\*(2\*fb-1))/La\*(2-2\*fa)))

+Nb\*Aa\* La\*(2-2\*fa)\*(Na- Na\*e^((La\*(2\*fa-1)-Lb\*(2\*fb-1))/La\*(2-2\*fa)))+ Aa\*Na^2\*La\*(2-2\*fa)\*0,5

+Ab\*Nb^2\* Lb\*(2-2\*fb)/2+ (Ab+Aa)\* Na\*e^((La\*(2\*fa-1)-Lb\*(2\*fb-1))/La\*(2-2\*fa))\*Nb/(1/( Lb\*(2-2\*fb))+1/ (La\*(2-2\*fa)))

## G Vergleich der Mischformeln

Da es eine große Anzahl an Formeln für ein und denselben Sachverhalt gibt, werden die Formeln in diesem Kapitel verglichen. Die Ursachen für die verschiedenen Formeln liegt im jeweils verwendeten Modell. Es gibt daher 6 Möglichkeiten. Diese sind:

1. lineare Mischformel
2. nichtlineare Mischformel
3. lineares Tabellenverfahren
4. nichtlineares Tabellenverfahren
5. verbessertes nichtlineares Tabellenverfahren
6. Simulation

Die erste und zweite Lösung können nur für 2 Gruppen in einer Reihe angewendet werden.

Für 2 Gruppen liefern die lineare Mischformel und das lineare Tabellenverfahren gleiche Ergebnisse. Dasselbe gilt für die nichtlineare Mischformel und das nichtlineare Tabellenverfahren, wenn beim nichtlinearen Tabellenverfahren sehr viele winzige Rechenschritte gerechnet werden.

An folgendem Beispiel werden alle 6 Lösungsmöglichkeiten durchgerechnet.

Es kämpfen 20 gepanzerte Kriegsschiffe zusammen mit 35 schlagkräftigen Zerstörern. Die Kriegsschiffe halten 5,458kl aus und haben eine Kanone mit 1ka. Die Zerstörer können nur 2,456kl einstecken, haben dafür aber 2 Kanonen. Der Gegner verursacht einen Schaden von 0,5 bis 1,5kl. Die Zerstörer bekommen den Buchstaben a, weil sie weniger aushalten. Für die Formeln wird später noch geprüft, ob der Buchstabe richtig gewählt wurde.

Admiralsfleed.wmf

A= 35

B= 20

La= 2,456

Lb= 5,458

Aa= 2ka

Ab= 1ka

geS= 1ka

geD= 0,5

### R Vorbereitung

Zuerst werden Lebenschadenverhältnis s, Überschaden U, um den Überschaden vergrößerte Leben Lu und Kampfbeiwert fu benötigt. Die Zahlen des Rechenbeispiels wurden einfach gewählt, sodass L=s und Lu= Ganzzahlig.

Lebenschadenverhältnis s

sa= La/geS= 2,456kl/1kl

sa= 2,456

sb= Lb/geS= 5,458kl/1kl

sb= 5,458

Überschadenverhältnis u und Überschaden U

ua= Überschaden(sa;geD) = Überschaden(2,456=L;0,5=D)

ua= 0,544

Ua= ua·geS= 0,544·1kl

Ua= 0,544 kl

ub= Überschaden(sb;geD) = Überschaden(5,458=L;0,5=D)

ub= 0,542

Ub= ub·geS= 0,542·1kl

Ub= 0,542 kl

Die Leben Lu werden um den Überschaden vergrößert

Lau= La+Ua= 2,456kl+0,544kl

Lau= 3kl

Lbu= Lb+Ub= 5,458kl+0,542kl

Lbu= 6kl

Kampfbeiwert f

fau= Kampfbeiwert(A, sa, geD, ua)

fau= Kampfbeiwert(35=N, 2,456=L, 0,5=D, 0,544=U)

fau= 0,6882

fbu= Kampfbeiwert(B, sb, geD, ub)

fbu= Kampfbeiwert(20=N, 5,458=L, 0,5=D, 0,542=U)

fbu= 0,7735

Für das verbesserte nichtlineare Tabellenverfahren wird für beide Gruppen der genaue Kampfverlauf benötigt. Für diesen müssen eine weitere Reihe an Kenngrößen ermittelt werden.

Angriffssteigung mu im Ursprung

1/mua= Letzter(A, La, geD)+u= Letzter(35=N, 2,456=L, 0,5=D)+u

1/mua= 0,7218+0,544= 1,2658

1/mub= Letzter(B, Lb, geD)+u= Letzter(20=N, 5,458=L, 0,5=D)+u

1/mub= 1,1662+0,542= 1,7082

mua= 1/(geA·1/mua)= 1/(1·1,2658)

mua= 0,79

mub= 1/(geA·1/mub)= 1/(1·1,7082)

mub= 0,5854

Kampfkräfte

Ka= fau·Lau·Aa·A²

Ka= 0,6882·3·2·352= 5058 Mal

Kb= fbu·Lbu·Ab·B²

Kb= 0,7735·6·1·202= 1856 Mal

In der genauen Kampfkraftformel ist der Parameter c enthalten. Dieser muss so geraten werden, dass die genaue Kampfkraftformel die bereits errechnete Kampfkraft ergibt.

K=

gLd=

Folgende Gleichung muss gelöst werden:

0= 0,5·gLd+ geA·m·c·gLd- geA²·m·c²·ln(gLd/geA+c)+geA²·m·c²·ln(c)+ (gL-gLd)·N-K/A

Nach vielen probieren ist für Gruppe a ca=89,8 gefunden

ca= 89,8

gLad= = 85,01

5058=

5058 = (42,51+6030,78-6370,59·ln(174,81)+6370,59·ln(89,8)+699,65)·2

5058 = 5059

Nach vielen probieren ist für Gruppe b cb=59 gefunden

cb= 59

gLbd= 76,498

Da der c nun bestimmt wurde, kann die Kampfverlaufsfunxion aufgestellt werden:

N(x)= 0,5 +geA·mu·c-geA·mu·c²/(x/geA+c)

A(x)= 0,5 +1·0,79·89,8-1·0,79·89,8²/(x/1+89,8)

B(x)= 0,5 +1·0,5854·59-1·0,5854·59²/(x/1+59)

Zusammenfassung der Werte

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hauptwerte | Flotte A | Flotte B |  | Nebenwerte | Flotte A | Flotte B |
| geA | 1 | 1 |  | Lu | 3 | 6 |
| Anzahl N | 35 | 20 |  | gLu | 105 | 120 |
| Leben L | 2,456 | 5,458 |  | Ku | 5058,3742 | 1856,3174 |
| Angriff A | 2 | 1 |  | gLd | 65,475022 | 54,368258 |
| Kampfbeiwert fu | 0,6882142 | 0,7734656 |  | gLd\_hyp | 85,009098 | 76,498451 |
| Überschaden U | 0,544 | 0,542 |  | c | 89,8 | 59 |
| letzte Leben mu | 0,790026 | 0,5854156 |  | K\_hyp | 5058,8971 | 1856,2003 |

### 1. lineare Mischformel

Die lineare Mischformel führt sofort zum Ziel. Die Gruppe mit den größeren Leben erhält den Buchstaben B. Die Buchstaben wurden zum Anfang richtig verteilt. Zuerst prüft man, ob die rechteckigen Leben der Gruppe B größer sind als die Leben der Gruppe A.

Lbur= 6·(2·fub-1)

Lbur= 6·(2·0,7735-1)= 3,282

Lua= 3

Da die rechteckigen Leben der Gruppe B größer sind als die Leben der Gruppe A, wird die kurze Mischformel verwendet.

K= fua·Lua·(a+b)·a·Aa+ (a·Lau+ fub·b·Lub)·b·Ab kurze Mischformel

K= 0,6882·3·(35+20)·35·2+(35·3+0,7734·20·6)·20·1= 11905 Mal

### 2. nichtlineare Mischformel

Die nichtlineare Mischformel ist eine Lösung, die mit einer Formel zum Ziel führt. Sie liefert genauere Ergebnisse, ist aber anfällig für Tippfehler. Die Definition von a und b sind anders.

a= Anzahl der Schiffe mit der geringeren rechteckigen Leben

b= Anzahl der Schiffe mit der höheren rechteckigen Leben

Es muss Lurb > Lura gelten. Die Gruppe, die die geringeren rechteckigen Leben hat, bekommt den Buchstaben A.

Luda= La·(2-2·fa)

Luda= 3·(2-2·0,6882)= 1,8708

Lura= La·(2·fa-1)

Lura=3·(2·0,6882-1)= 1,1292

Ludb= Lb·(2-2·fb)

Ludb=6·(2-2·0,7734)= 2,7192

Lurb= Lb·(2·fb-1)

Lurb=6·(2·0,7734-1)= 3,2808

Prüfung

Lurb= 3,2808 > 1,1292 = Lura

Die Buchstaben wurden richtig vergeben.

Hilfswert

Na1= a·e(Lura-Lurb)/Luda

Na1= 35·e(1,1292-3,2808)/1,8708

Na1= 11,081

Nichtlineare Mischformel

K=Lura·(a+b)·(gAb+gAa)+gAb·(Lurb·b-Lura·b+a·Luad-Luad·Na1)

+b·Aa·Luad·(a-Na1)+ Aa·a·Luad·0,5·(a-Na1²/a)

+Ab·b²·Lubd/2+ (Ab+Aa)·Na1·b/(1/Lubd+1/Luad)+Aa·Na1²·Luad/2

K=1,1292·(35+20)·(20+70)+20·(3,2808·20-1,1292·20+35·1,8708-1,8708·11,081)

+20·2·1,8708·(35-11,081)+ 2·35·1,8708·0,5·(35-11,081²/35)

+1·20²·2,7192/2+ (1+2)·11,081·20/(1/2,7192+1/1,8708)+2·11,081²·1,8708/2

K=5589+5607+1511= 12707 Mal

Um die Formel mit dem nichtlinearen Tabellenverfahren vergleichen zu können, wurden die Bestandteile der Formel markiert. Im gelben Teil kämpfen beide Gruppen rechteckig. Der grüne Formelteil beschreibt den Kampfteil, wo Gruppe B noch rechteckig kämpft. Im cyanen Teil werden beide Gruppen besiegt.

### 3. lineares Tabellenverfahren

Wie das lineare Tabellenverfahren geführt wird, wurde im Kapitel Mehrere Gruppen in einer Mischarmee bereits vorgeführt. Hier werden nur die Ergebnisse gezeigt.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | gLa | gLb | S | A | B | gAa | gAb | tKa | tKb | ggL | ggA |
|  | 105 | 120 |  | 35 | 20 | 70 | 20 |  |  | 225 | 90 |
| 1,1293 | 65,475 | 97,414 | 62,111 | 35 | 20 | 70 | 20 | 4347,7 | 1242,2 | 162,89 | 90 |
| 1,8707 | 0 | 60 | 102,89 | 0 | 20 | 0 | 20 | 3601,1 | 2057,8 | 60 | 20 |
| 0,2816 | 0 | 54,368 | 5,6317 | 0 | 20 | 0 | 20 | 0 | 112,63 | 54,368 | 20 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 543,68 | 0 | 0 |

K= 11905

### 4. nichtlineares Tabellenverfahren

Auch hier werden nur die Ergebnisse aus dem Rechner entnommen. Das verbesserte nichtlineare Tabellenverfahren wird danach dokumentiert. Um den Rechengang des nichtlinearen Tabellenverfahrens verstehen zu können, reicht es aus, wenn man das lineare Tabellenverfahren und das verbesserte nichtlineare Tabellenverfahren einmal gerechnet hat.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | gLa | gLb | S | A | B | gAa | gAb | tKa | tKb | ggL | ggA |
|  | 105 | 120 |  | 35 | 20 | 70 | 20 |  |  | 225 | 90 |
| 1,1293 | 65,475 | 97,414 | 62,111 | 35 | 20 | 70 | 20 | 4347,7 | 1242,2 | 162,89 | 90 |
| 0,1794 | 59,197 | 93,827 | 9,8647 | 31,644 | 20 | 63,289 | 20 | 657,43 | 197,29 | 153,02 | 83,289 |
| 0,1794 | 53,522 | 90,24 | 9,2628 | 28,61 | 20 | 57,221 | 20 | 558,13 | 185,26 | 143,76 | 77,221 |
| 0,1794 | 48,39 | 86,653 | 8,7187 | 25,867 | 20 | 51,735 | 20 | 474,97 | 174,37 | 135,04 | 71,735 |
| 0,1794 | 43,751 | 83,066 | 8,2267 | 23,387 | 20 | 46,774 | 20 | 405,2 | 164,53 | 126,82 | 66,774 |
| 0,1794 | 39,556 | 79,478 | 7,7819 | 21,145 | 20 | 42,29 | 20 | 346,54 | 155,64 | 119,03 | 62,29 |
| 0,1794 | 35,764 | 75,891 | 7,3797 | 19,118 | 20 | 38,235 | 20 | 297,12 | 147,59 | 111,65 | 58,235 |
| 0,1794 | 32,335 | 72,304 | 7,0161 | 17,285 | 20 | 34,569 | 20 | 255,4 | 140,32 | 104,64 | 54,569 |
| 0,1794 | 29,235 | 68,717 | 6,6873 | 15,627 | 20 | 31,255 | 20 | 220,09 | 133,75 | 97,951 | 51,255 |
| 0,1794 | 26,432 | 65,13 | 6,3901 | 14,129 | 20 | 28,258 | 20 | 190,15 | 127,8 | 91,561 | 48,258 |
| 0,1794 | 23,897 | 61,543 | 6,1214 | 12,774 | 20 | 25,549 | 20 | 164,69 | 122,43 | 85,44 | 45,549 |
| 0,1794 | 21,606 | 57,955 | 5,8784 | 11,55 | 20 | 23,099 | 20 | 142,99 | 117,57 | 79,562 | 43,099 |
| 0,1794 | 19,535 | 54,368 | 5,6587 | 10,442 | 20 | 20,885 | 20 | 124,45 | 113,17 | 73,903 | 40,885 |
| 0,25 | 16,924 | 49,368 | 7,6106 | 9,0468 | 18,161 | 18,094 | 18,161 | 148,32 | 145,21 | 66,292 | 36,254 |
| 0,25 | 14,662 | 44,828 | 6,8019 | 7,8378 | 16,491 | 15,676 | 16,491 | 114,85 | 117,85 | 59,49 | 32,166 |
| 0,25 | 12,703 | 40,705 | 6,0821 | 6,7904 | 14,974 | 13,581 | 14,974 | 88,97 | 95,685 | 53,408 | 28,555 |
| 0,25 | 11,005 | 36,962 | 5,4411 | 5,8829 | 13,597 | 11,766 | 13,597 | 68,957 | 77,728 | 47,967 | 25,363 |
| 0,25 | 9,5346 | 33,563 | 4,87 | 5,0968 | 12,346 | 10,194 | 12,346 | 53,471 | 63,171 | 43,097 | 22,54 |
| 0,25 | 8,2604 | 30,476 | 4,3608 | 4,4156 | 11,211 | 8,8313 | 11,211 | 41,482 | 51,365 | 38,737 | 20,042 |
| 0,25 | 7,1565 | 27,673 | 3,9067 | 3,8255 | 10,18 | 7,6511 | 10,18 | 32,195 | 41,784 | 34,83 | 17,831 |
| 0,25 | 6,2001 | 25,128 | 3,5014 | 3,3143 | 9,2438 | 6,6286 | 9,2438 | 24,999 | 34,005 | 31,328 | 15,872 |
| 0,25 | 5,3715 | 22,817 | 3,1395 | 2,8714 | 8,3937 | 5,7427 | 8,3937 | 19,42 | 27,686 | 28,189 | 14,136 |
| 0,25 | 4,6537 | 20,719 | 2,8163 | 2,4876 | 7,6217 | 4,9753 | 7,6217 | 15,092 | 22,552 | 25,373 | 12,597 |
| 0,25 | 4,0318 | 18,814 | 2,5273 | 2,1552 | 6,9208 | 4,3104 | 6,9208 | 11,734 | 18,377 | 22,845 | 11,231 |
| 0,25 | 3,493 | 17,083 | 2,269 | 1,8672 | 6,2843 | 3,7344 | 6,2843 | 9,1268 | 14,981 | 20,576 | 10,019 |
| 0,25 | 3,0262 | 15,512 | 2,0379 | 1,6177 | 5,7064 | 3,2353 | 5,7064 | 7,1017 | 12,218 | 18,538 | 8,9417 |
| 0,25 | 2,6218 | 14,086 | 1,831 | 1,4015 | 5,1816 | 2,8029 | 5,1816 | 5,528 | 9,968 | 16,707 | 7,9845 |
| 0,25 | 2,2714 | 12,79 | 1,6458 | 1,2142 | 4,7051 | 2,4284 | 4,7051 | 4,3048 | 8,1356 | 15,062 | 7,1334 |
| 0,25 | 1,9678 | 11,614 | 1,4798 | 1,0519 | 4,2724 | 2,1038 | 4,2724 | 3,3534 | 6,6425 | 13,582 | 6,3762 |
| 0,25 | 1,7049 | 10,546 | 1,3311 | 0,9113 | 3,8795 | 1,8227 | 3,8795 | 2,6132 | 5,4253 | 12,251 | 5,7021 |
| 0,25 | 1,477 | 9,5761 | 1,1977 | 0,7896 | 3,5227 | 1,5791 | 3,5227 | 2,0372 | 4,4328 | 11,053 | 5,1018 |
| 0,25 | 1,2796 | 8,6954 | 1,0781 | 0,684 | 3,1987 | 1,3681 | 3,1987 | 1,5886 | 3,623 | 9,9751 | 4,5668 |
| 0,25 | 1,1086 | 7,8957 | 0,9707 | 0,5926 | 2,9045 | 1,1852 | 2,9045 | 1,2392 | 2,9622 | 9,0044 | 4,0898 |
| 0,25 | 0,9605 | 7,1696 | 0,8743 | 0,5134 | 2,6374 | 1,0269 | 2,6374 | 0,967 | 2,4226 | 8,1301 | 3,6643 |
| 0,25 | 0,8321 | 6,5103 | 0,7877 | 0,4448 | 2,3949 | 0,8896 | 2,3949 | 0,7548 | 1,982 | 7,3424 | 3,2845 |
| 0,25 | 0,7209 | 5,9115 | 0,7099 | 0,3854 | 2,1746 | 0,7707 | 2,1746 | 0,5894 | 1,622 | 6,6324 | 2,9454 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 2,5559 | 7,2116 | 0 | 0 |

K= 12645

### 5. verbessertes nichtlineares Tabellenverfahren

Für ein besseres Verständnis dieses Verfahrens wird gezeigt, wie die einzelnen Schritte gerechnet wurden. Hier sind erstmal die Ergebnisse:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | gLa | gLb | S | A | B | gAa | gAb | tKa | tKb | ggL | ggA |
|  | 105 | 120 |  | 35 | 20 | 70 | 20 |  |  | 225 | 90 |
| 0,5712 | 85,009 | 108,58 | 31,414 | 35 | 20 | 70 | 20 | 2199 | 628,29 | 193,59 | 90 |
| 0,1337 | 80,331 | 105,9 | 7,3512 | 33,998 | 20 | 67,996 | 20 | 507,22 | 147,02 | 186,23 | 87,996 |
| **0,1337** | **75,787** | **103,23** | **7,2173** | **32,97** | **20** | **65,941** | **20** | **483,33** | **144,35** | **179,02** | **85,941** |
| 0,1337 | 71,38 | 100,56 | 7,08 | 31,918 | 20 | 63,837 | 20 | 459,41 | 141,6 | 171,94 | 83,837 |
| 0,1337 | 67,114 | 97,884 | 6,9394 | 30,844 | 20 | 61,687 | 20 | 435,53 | 138,79 | 165 | 81,687 |
| 0,1337 | 62,991 | 95,211 | 6,7957 | 29,748 | 20 | 59,497 | 20 | 411,77 | 135,91 | 158,2 | 79,497 |
| 0,1337 | 59,015 | 92,538 | 6,6493 | 28,634 | 20 | 57,268 | 20 | 388,2 | 132,99 | 151,55 | 77,268 |
| 0,1337 | 55,188 | 89,864 | 6,5004 | 27,504 | 20 | 55,008 | 20 | 364,92 | 130,01 | 145,05 | 75,008 |
| 0,1337 | 51,512 | 87,191 | 6,3494 | 26,361 | 20 | 52,722 | 20 | 342,01 | 126,99 | 138,7 | 72,722 |
| 0,1337 | 47,988 | 84,518 | 6,1966 | 25,208 | 20 | 50,416 | 20 | 319,55 | 123,93 | 132,51 | 70,416 |
| 0,1337 | 44,619 | 81,845 | 6,0425 | 24,049 | 20 | 48,099 | 20 | 297,64 | 120,85 | 126,46 | 68,099 |
| 0,1337 | 41,405 | 79,172 | 5,8876 | 22,888 | 20 | 45,776 | 20 | 276,35 | 117,75 | 120,58 | 65,776 |
| 0,1337 | 38,346 | 76,498 | 5,7324 | 21,729 | 20 | 43,458 | 20 | 255,76 | 114,65 | 114,84 | 63,458 |
| 0,2 | 34 | 72,498 | 8,3458 | 19,984 | 19,543 | 39,968 | 19,543 | 348,13 | 165,01 | 106,5 | 59,51 |
| **0,2** | **30,003** | **68,59** | **7,9053** | **18,267** | **19,068** | **36,534** | **19,068** | **302,38** | **152,61** | **98,593** | **55,602** |
| 0,2 | 26,35 | 64,776 | 7,467 | 16,594 | 18,576 | 33,189 | 18,576 | 260,31 | 140,54 | 91,126 | 51,764 |
| 0,2 | 23,031 | 61,061 | 7,034 | 14,981 | 18,066 | 29,962 | 18,066 | 222,1 | 128,87 | 84,092 | 48,028 |
| 0,2 | 20,035 | 57,448 | 6,6094 | 13,441 | 17,54 | 26,881 | 17,54 | 187,85 | 117,67 | 77,483 | 44,421 |
| 0,2 | 17,346 | 53,94 | 6,1961 | 11,985 | 16,996 | 23,971 | 16,996 | 157,54 | 106,99 | 71,286 | 40,967 |
| 0,2 | 14,949 | 50,541 | 5,7963 | 10,625 | 16,436 | 21,25 | 16,436 | 131,06 | 96,892 | 65,49 | 37,686 |
| 0,2 | 12,824 | 47,254 | 5,4122 | 9,3655 | 15,861 | 18,731 | 15,861 | 108,19 | 87,398 | 60,078 | 34,592 |
| 0,2 | 10,951 | 44,082 | 5,0452 | 8,2113 | 15,27 | 16,423 | 15,27 | 88,679 | 78,531 | 55,033 | 31,693 |
| 0,2 | 9,309 | 41,027 | 4,6963 | 7,1636 | 14,667 | 14,327 | 14,667 | 72,206 | 70,298 | 50,336 | 28,994 |
| 0,2 | 7,8762 | 38,094 | 4,3661 | 6,2207 | 14,051 | 12,441 | 14,051 | 58,437 | 62,693 | 45,97 | 26,493 |
| 0,2 | 6,6321 | 35,284 | 4,0544 | 5,3792 | 13,426 | 10,758 | 13,426 | 47,031 | 55,701 | 41,916 | 24,184 |
| 0,2 | 5,5563 | 32,599 | 3,761 | 4,6338 | 12,792 | 9,2676 | 12,792 | 37,659 | 49,302 | 38,155 | 22,06 |
| 0,2 | 4,6295 | 30,04 | 3,4852 | 3,9781 | 12,153 | 7,9562 | 12,153 | 30,014 | 43,469 | 34,67 | 20,109 |
| 0,2 | 3,8339 | 27,61 | 3,2262 | 3,4048 | 11,511 | 6,8097 | 11,511 | 23,819 | 38,172 | 31,444 | 18,32 |
| 0,2 | 3,1529 | 25,308 | 2,9831 | 2,9064 | 10,868 | 5,8128 | 10,868 | 18,827 | 33,379 | 28,46 | 16,681 |
| 0,2 | 2,5716 | 23,134 | 2,7549 | 2,4751 | 10,228 | 4,9502 | 10,228 | 14,825 | 29,059 | 25,706 | 15,179 |
| 0,2 | 2,0766 | 21,088 | 2,5407 | 2,1035 | 9,5947 | 4,207 | 9,5947 | 11,633 | 25,182 | 23,165 | 13,802 |
| 0,2 | 1,6559 | 19,169 | 2,3396 | 1,7845 | 8,9701 | 3,5691 | 8,9701 | 9,0966 | 21,717 | 20,825 | 12,539 |
| 0,2 | 1,299 | 17,375 | 2,1509 | 1,5116 | 8,3577 | 3,0232 | 8,3577 | 7,0897 | 18,635 | 18,674 | 11,381 |
| 0,2 | 0,9967 | 15,704 | 1,9739 | 1,2788 | 7,7607 | 2,5575 | 7,7607 | 5,5078 | 15,908 | 16,7 | 10,318 |
| 0,2 | 0,7409 | 14,152 | 1,8079 | 1,0806 | 7,1819 | 2,1611 | 7,1819 | 4,2654 | 13,507 | 14,893 | 9,343 |
| 0,2 | 0,5248 | 12,715 | 1,6525 | 0,9122 | 6,6239 | 1,8244 | 6,6239 | 3,293 | 11,407 | 13,24 | 8,4483 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 12,078 | 43,851 | 0 | 0 |

K=12713

**Startwerte ermitteln**

gLua0= Lua·a= 3·35= 105 kl

gLub0= Lub·b= 6·20= 120 kl

S0= 0

a0= a= 35

b0= b= 20

gAa0= Aa·a0= 2·35= 70

gAb0= Ab·b0= 1·20= 90

tKa0=0

tKb0=0

ggLu0= gLua0+ gLub0= 105+120= 225 kl

ggA0= gAa0+gAb0= 70+20=90

**Schusszeiten festlegen**

Die erste Schusszeit wird so festgelegt, dass die erste Gruppe dreieckig kämpft. Die zweite Schusszeit wird so gewählt, dass die nächste Gruppe dreieckig kämpft. Man fährt fort, bis alle Gruppen dreieckig kämpfen. Dann teilt man jede Schusszeit außer der ersten in mehrere kleinere Schusszeiten auf, damit keine Gruppen besiegt werden. In diesem Beispiel gibt es nur 2 Gruppen. Die erste Schusszeit bleibt erhalten und die zweite Schusszeit wird in 12 kleinere Schusszeiten aufgeteilt. Da zuletzt alle Gruppen dreieckig kämpfen, werden kleine Schusszeiten so gewählt, dass keine Gruppe besiegt wird.

Da Gruppe a aus den kleineren Schiffen besteht, wird diese zuerst dreieckig kämpfen. Die erste Schusszeit ist also

x1= Lura = Lua-gLuda/a

x1= = 0,5712

Wichtig ist hier, dass hier die dreieckigen Gesamtleben des genauen Kampfverlaufes verwendet werden. Also 85,0091 und nicht 65,475. Für Gruppe b muss bis zu ihrem dreieckigen Kampf die Schusszeit Lurb vergangen sein. Die zweite Schusszeit ist also

x2= Lurb- Lura = Lurb -x1= Lub-gLudb/b -x1

x2= = 1,6039

Die zweite Schusszeit wird in 12 kleinere Schusszeiten aufgeteilt

x2…x13= x2/12= 1,6039/12

x2…x13= 0,13366

Zuletzt wird für jede weitere Schusszeit 0,2 gewählt, bis die Berechnung keine nennenswerte Teilkampfkraft mehr bringt.

x14= 0,2

**Die Berechnung**

Der erste Rechenschritt ist mit dem linearen Tabellenverfahren identisch. Deshalb wird der dritte Rechenschritt gezeigt.

x3= 0,13366 kl

Die Schiffe werden beschossen. Im Gegensatz zum linearen Verfahren wird hier die Anzahl aus dem vorherigen Rechenschritt verwendet.

gLua3= gLua2-x3·a2

gLua3= 80,331-0,13366·33,99= 75,79 kl

gLub3= gLub2-x3·b2

gLub3= 105,903-0,13366·20= 103,23 kl

S3= gLua2+gLub2-gLua3-gLub3

S3=80,331+105,903-75,787-103,23= 7,217 kl

Für die Anzahl wird die Formel des genauen Kampfverlaufes verwendet.

ai=

a3= = 32,97

bi=

b3= 20

gAa3= Aa·a3= 2·32,97= 65,94 ka

gAb3= Ab·b3= 1·20= 20 ka

Nun schießen die Zerstörer und Schlachtschiffe zurück.

tKa3= S3·(gAa3+gAa2)/2

tKa3= 7,217·(65,94+67,99)/2= 483,3 Mal

tKb3= S3·(gAb3+gAb2)/2

tKb3= 7,217·(20+20)/2= 144,34 Mal

und zuletzt noch die Diagrammpunkte

ggLu3= gLua3+gLub3

ggLu3= 75,79+103,23= 179,02 kl

ggA3= gAa3+ gAb3

ggA3= 65,94+20= 85,94 ka

Das war der dritte Rechenschritt. Beispielhaft wird noch der 15te Rechenschritt gezeigt. Da kämpfen beide Gruppen dreieckig. An den Formeln hat sich nichts geändert.

x15= 0,2 kl

gLua15= gLua14-x15·a14

gLua15= 33,999-0,2·19,98= 30,003 kl

gLub15= gLub14-x15·b14

gLub15= 72,498-0,2·19,54= 68,59 kl

S15= gLua14+gLub14-gLua15-gLub15

S15= 33,999+72,498-30,003-68,59= 7,905 kl

ai=

a15= = 18,267

bi=

b15= = 19,067

gAa15= Aa·a15= 2·18,267= 36,534 ka

gAb15= Ab·b15= 1·19,067= 19,067 ka

tKa15= S15·(gAa15+gAa14)/2

tKa15= 7,905·(36,534+39,967)/2= 302,27 Mal

tKb15= S3·(gAb15+gAb14)/2

tKb15= 7,905·(19,067+19,543)/2= 152,606 Mal

und zuletzt noch die Diagrammpunkte

ggLu15= gLua15+gLub15

ggLu15= 30,003+68,59= 98,593 kl

ggA15= gAa15+ gAb15

ggA15= 36,534+19,067= 55,601 ka

Die Berechnung wird im 36ten Rechenschritt beendet, obwohl beide Gruppen noch über restliche Leben verfügen. Die restlichen Leben werden abschließend in eine Teilkampfkraft umgerechnet.

tK37= ggLu36·ggA36/2

tK37= 13,24·8,448/2= 55,926 Mal

Zuletzt werden alle Teilkampfkräfte zu K= 12712 aufsummiert.

### 6. Simulation

Der Kampf wird simuliert. Dazu wurde ein Makro geschrieben, das dem Makro Massenschlacht ähnelt.

Das Makro lautet:

Sub Einzelschlacht()

Dim Ws As Worksheet

Dim Kämpfe As Integer

Dim Zähler%, Zählerrr%, Anzahl%, Getroffen%, Zahl As Byte

Dim Lebende%, Toter As Byte

Dim LebenA#, Schuss#, rSchuss#, Streuung#, gL#, AngriffA#, gA As Double

Dim LebenB#, AngriffB#, AnzahlB#, AnzahlA As Double

Dim Teilkampfkraft#, Teilkampfukraft#, Kampfkraft#, Kampfukraft#, Mittelwertf#, Mittelwertfu As Double

Dim SoldatL() As Double

Dim SoldatA() As Double

Dim MittlereSterbezeit() As Double

Dim MittlereSterbezeitA() As Double

Dim Zeit As Single

Dim OrtX%, OrtY As Integer

Dim Überschaden As Double

Set Ws = Application.ActiveWorkbook.ActiveSheet

OrtX = Selection.Row

OrtY = Selection.Column

Kämpfe = 20000

AnzahlA = 35

LebenA = 2.456

AngriffA = 2

AnzahlB = 20

LebenB = 5.458

AngriffB = 1

Streuung = 5 'zehnfach

Anzahl = AnzahlA + AnzahlB

ReDim SoldatL(Anzahl)

ReDim Friedhof(Anzahl)

ReDim MittlereSterbezeit(Anzahl)

ReDim MittlereSterbezeitA(Anzahl)

ReDim SoldatA(Anzahl)

For Zählerrr = 1 To Kämpfe

gL = LebenA \* AnzahlA + LebenB \* AnzahlB

gA = AngriffA \* AnzahlA + AngriffB \* AnzahlB

For Zähler = 1 To Anzahl

If Zähler < AnzahlA + 1 Then

SoldatL(Zähler) = LebenA

SoldatA(Zähler) = AngriffA

Else

SoldatL(Zähler) = LebenB

SoldatA(Zähler) = AngriffB

End If

Next

Lebende = Anzahl

Teilkampfkraft = 0

Teilkampfukraft = 0

While Lebende > 0

Schuss = 1 - Streuung / 10 + 0.2 \* Streuung \* Rnd

Getroffen = Round(0.5 + Lebende \* Rnd)

If Getroffen = 0 Then Getroffen = 1 'verhindert Disintegration

SoldatL(Getroffen) = SoldatL(Getroffen) - Schuss

If SoldatL(Getroffen) <= 0 Then

Toter = SoldatA(Getroffen)

rSchuss = SoldatL(Getroffen) + Schuss

Überschaden = Überschaden - SoldatL(Getroffen)

gL = gL - rSchuss

gA = gA - SoldatA(Getroffen)

MittlereSterbezeit(Lebende) = MittlereSterbezeit(Lebende) + gL / Kämpfe

MittlereSterbezeitA(Lebende) = MittlereSterbezeitA(Lebende) + gA / Kämpfe

SoldatL(Getroffen) = SoldatL(Lebende)

SoldatA(Getroffen) = SoldatA(Lebende)

SoldatL(Lebende) = 0

SoldatA(Lebende) = 0

Lebende = Lebende - 1

Else

rSchuss = Schuss

gL = gL - Schuss

Toter = 0

End If

Teilkampfkraft = rSchuss \* (gA + Toter) / Kämpfe

Kampfkraft = Kampfkraft + Teilkampfkraft

Teilkampfukraft = Schuss \* (gA + Toter) / Kämpfe

Kampfukraft = Kampfukraft + Teilkampfukraft

Wend

Next

Mittelwertf = Kampfkraft / ((AngriffA \* AnzahlA + AngriffB \* AnzahlB) \* (LebenA \* AnzahlA + LebenB \* AnzahlB)) 'Mittelwert f

Mittelwertfu = Kampfukraft / ((AngriffA \* AnzahlA + AngriffB \* AnzahlB) \* (LebenA \* AnzahlA + LebenB \* AnzahlB)) 'Mittelwert f\*u

Überschaden = Überschaden / Kämpfe

Überschaden = Überschaden / Anzahl

For Zahl = 1 To Anzahl

Ws.Cells(OrtX - 2, OrtY + Zahl) = MittlereSterbezeit(Zahl) + Überschaden \* (Zahl - 1)

Ws.Cells(OrtX - 1, OrtY + Zahl) = MittlereSterbezeitA(Zahl)

Next

Ws.Cells(OrtX - 2, OrtY + Zahl) = (LebenA + Überschaden) \* AnzahlA + (LebenB + Überschaden)\*AnzahlB

Ws.Cells(OrtX - 1, OrtY + Zahl) = AngriffA \* AnzahlA + AngriffB \* AnzahlB

Ws.Cells(OrtX, OrtY - 1) = LebenA

Ws.Cells(OrtX + 1, OrtY - 1) = AnzahlA

Ws.Cells(OrtX + 2, OrtY - 1) = AngriffA

Ws.Cells(OrtX + 3, OrtY - 1) = LebenB

Ws.Cells(OrtX + 4, OrtY - 1) = AnzahlB

Ws.Cells(OrtX + 5, OrtY - 1) = AngriffB

Ws.Cells(OrtX + 6, OrtY - 1) = Streuung / 10

Ws.Cells(OrtX, OrtY) = Kampfkraft

Ws.Cells(OrtX + 1, OrtY) = Kampfukraft

Ws.Cells(OrtX + 2, OrtY) = Überschaden

Ws.Cells(OrtX, OrtY + 1) = Mittelwertf

Ws.Cells(OrtX + 1, OrtY + 1) = Mittelwertfu

End Sub

Ergebnis

K=12644

### G Zusammenfassung

Die Kampfkräfte der einzelnen Lösungsmöglichkeiten werden in dieser Liste nochmal zusammengetragen:

1. lineare Mischformel K= 11905 Mal
2. nichtlineare Mischformel K= 12707 Mal
3. lineares Tabellenverfahren K= 11905 Mal
4. nichtlineares Tabellenverfahren K= 12645 Mal
5. verbessertes nichtlineares Tabellenverfahren K= 12712 Mal
6. Simulation K= 12644 Mal

Außerdem werden die Diagrammpunkte in den Diagrammen aufgetragen

Zusammenfassung der Mischkampfverläufe nach unterschiedlichen Modellen G

Die nichtlineare Mischformel hat keine Diagrammpunkte.

Bei den Diagrammen wurde aufgeteilt, wie viel Angriff welche Schiffsgruppe in den Kampf bringt. Die Simulation hat nicht nach Schiffe unterschieden. Die rote Fläche sind die gepanzerten Schlachtschiffe, die nur eine Kanone haben. Die nichtlinearen Tabellenverfahren beschreiben korrekt, dass bis zum Ende des Kampfes beide Schiffsgruppen existieren. Besonders realitätsnah ist das verbesserte nichtlineare Tabellenverfahren, bei dem man zusätzlich sehen kann, dass am Ende des Kampfes die Anzahl der Schlachtschiffe die Anzahl der kleineren Zerstörer weit übersteigt. Außerdem ist die Form der Kampfverlaufsfläche mit der Form von der Simulation sehr ähnlich.

Wie stark die einzelnen Lösungen vom exakten Wert abweichen, ist vom gewählten Rechenbeispiel abhängig. Das nichtlineare Tabellenverfahren trifft zufällig die Simulation. Variiert man die Anzahl der Rechenschritte, so weicht das Ergebnis wieder ab. Eine Abweichung von 100 Mal ist bei jedem Modell zu erwarten. Die Simulation selbst bei gleichbleibenden Eingangswerten geringfügige Abweichungen von 2 Mal. Die lineare Mischformel hat die größten Abweichungen.

Eine andere Möglichkeit, wie man die Genauigkeit beurteilt, sind die Kampfverlaufsdiagramme. Hier ist das verbesserte nichtlineare Tabellenverfahren sehr dicht an der Simulation. Das nichtlineare Tabellenverfahren hat zwar den gleichen Flächeninhalt, der aber dadurch zustande kommt, dass am Kampfanfang zu viele Einheiten am Leben sind und am Ende zu wenig.

## G Die optimale Mischarmee

Optimierung einer Mischarmee G

So wie man zweiheitliche Armeen optimieren kann, so kann man auch Mischarmeen optimieren. Dieses Thema ist besonders interessant, weil Mischarmeen in einfachen Spielen häufiger vorkommen, als Armeen, die in unterschiedlichen Reihen kämpfen. Eine optimale Mischarmee ist baubar, wenn beide Gruppen etwa gleich viel aushalten und die eine kaum Schaden macht und wenig Rohstoffe benötigt. Diese schwachen Einheiten dienen als Kugelfänger und lassen die Damagedealer länger leben. Wie viele muss man von welcher Sorte bauen?

Merksatz:

Ist Gruppe A genauso stark wie Gruppe B, so befindet sich das Optimum genau in der Mitte.

Der Merksatz ist mit der zweiheitlichen Optimierungsformel identisch. Der mathematische Beweis dieses Satzes ist trivial. Die optimale Kampfkraft in Abhängigkeit von einer Anzahl ist eine Parabel. Sind der linke und der rechte Punkt auf derselben Höhe, dann liegt der Scheitelpunkt der Parabel genau dazwischen.

### H Herleitungen

Der allgemeine Lösungsweg zum Finden der Optimierungsformeln lautet folgendermaßen:

Zuerst wird die Zielfunxion gewählt. Dies ist für dieses Beispiel die Mischformel. Es gibt 3 Mischformeln, also auch 3 Herleitungen. Die Zielfunxion berechnet die Kampfkraft in Abhängigkeit der Anzahl zweier Größen. Die beiden Größen sind hier die Anzahl der Einheiten aus Gruppe a und Gruppe b.

K= f(a;b)

Anzahl a und Anzahl b müssen so gewählt werden, dass die Kampfkraft maximal wird. Je größer Anzahl a, desto größer die Kampfkraft. Je größer die Anzahl b, desto größer die Kampfkraft. Die Anzahl, wie viele man bauen kann, wird durch die Rohstoffbedingung begrenzt.

W= Wb·b+Wa·a

Die Rohstoffbedingung wird nach der Anzahl a umgestellt.

a=

Anschließend wird in der Zielfunxion die Variable a durch diesen Ausdruck ersetzt. Damit entsteht eine Funxion, die nur noch von b anhängig ist.

K(b)= f(b)

Danach wird die Veränderung der Kampfkraft in Abhängigkeit der Anzahl b gebildet.

K'(b)=f'(b)

Die Kampfkraft hat ihr Extremwert erreicht, wenn keine Veränderung mehr gibt.

0=f'(b)

Die Gleichung 0=f'(b) wird nach b umgestellt. Die optimale Anzahl b ist gefunden und der Term rechts von der Gleichung ist die gesuchte Optimierungsformel.

b= gesuchte Formel

Da diese Prozedur so aufwändig ist, wird das Dokument mit sehr vielen inhaltslosen Herleitungsseiten aufgeblasen.

Und so benutzt man eine Optimierungsformel:

Zuerst wird die Anzahl b mit der Optimierungsformel berechnet.

Dann berechnet man die Anzahl a wird über die Rohstoffbedingung.

Zuletzt prüft man, ob a und b positiv sind und ob die Optimierungsformel auch wirklich das Maximum und nicht das Minimum gefunden hat.

### H Herleitung der nichtlinearen Optimierungsformel

Diese Formel hat keine Fallunterscheidung.

Die Zielfunxion ist:

K=Lra·N·(gAb+gAa)

+gAb·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1)

+Nb·Aa·Lad·(Na-Na1)+ Aa·Na·Lad·0,5·(Na-Na1²/Na)

+Ab·Nb²·Lbd/2+ (Ab+Aa)·Na1·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

+Aa·Na1²·Lad/2

mit Na1= Na·e(Lra-Lrb)/Lad

Dort ist eine Variable zu viel drin. Über eine Nebenbedingung muss sie entfernt werden. Die Nebenbedingung ist der Rohstoffverbrauch.

W= Wb·Nb+Wa·Na

und nach a umgestellt:

Na= =

Na²=

Bevor die Nebenbedingung eingesetzt wird, wird erstmal geschaut, wo überall die Anzahl drinsteckt

K=Lra·N·(gAb+gAa)

+gAb·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1)

+Nb·Aa·Lad·(Na-Na1)+ Aa·Na·Lad·0,5·(Na-Na1²/Na)

+Ab·Nb²·Lbd/2+ (Ab+Aa)·Na1·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

+Aa·Na1²·Lad/2

mit Na1= Na·e(Lra-Lrb)/Lad

Dazu wird die Formel so umgeformt, dass die Anzahl direkt sichtbar ist. gA= N·A; N=Na+Nb und Na1 wird eingesetzt

K=Lra·(Na+Nb)·(Nb·Ab+Na·Aa)

+Nb·Ab·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na·e(Lra-Lrb)/Lad)

+Nb·Aa·Lad·(Na- Na·e(Lra-Lrb)/Lad)+ Aa·Na·Lad·0,5·(Na- Na·e2·(Lra-Lrb)/Lad)

+Ab·Nb²·Lbd/2+ (Ab+Aa)·Na·e(Lra-Lrb)/Lad ·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

+Aa·Na²·e2(Lra-Lrb)/Lad·Lad/2

Nun muss die Anzahl noch in die richtige Position gebracht werden. Dazu wird Na in der dritten Zeile ausgeklammert

K=Lra·(Na+Nb)·(Nb·Ab+Na·Aa)

+Nb·Ab·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na·e(Lra-Lrb)/Lad)

+Nb·Aa·Lad·Na·(1 - e(Lra-Lrb)/Lad)+ Aa·Na²·Lad·0,5·(1 - e2·(Lra-Lrb)/Lad)

+Ab·Nb²·Lbd/2+ (Ab+Aa)·Na·e(Lra-Lrb)/Lad ·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

+Aa·Na²·e2(Lra-Lrb)/Lad·Lad/2

Nun kann die Nebenbedingung eingesetzt werden. Jeder Summand bekommt jetzt seine eigene Zeile.

K(Nb)= 1

+ 2

+ 3a

+ 3b

+Ab·Nb²·Lbd/2 4a

+ 4b

+ 5

Jetzt muss die Gleichung so vorbereitet werden, sodass sie abgeleitet werden kann. Dazu wird Schritt für Schritt jeder einzelne Term umgeformt.

Zeile 1:

Klammer auflösen

Es sind 4 Summanden entstanden

Zeile 2:

Nb einmultiplizieren

Klammer auflösen

Ab·(Lrb·Nb²-Lra·Nb²+ Lad·Nb·W/Wa- Lad·Nb²·Wb/Wa

-e(Lra-Lrb)/Lad·Lad·Nb·W/Wa + Lad·Nb²·(Wb/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad)

Zusammenfassen

Ab·(Lrb·Nb²-Lra·Nb²+ Nb·Lad·(W/Wa)·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)+ Nb²·Lad·(Wb/Wa)·(e(Lra-Lrb)/Lad -1))

Auch hier sind 4 Summanden entstanden

Zeile 3a:

Nb einmultiplizieren

Zeile 3b:

Fertig

Zeile 4a:

Ab·Nb²·Lbd/2 Fertig

Zeile 4b:

Nb einmultiplizieren

Zeile 5:

Fertig

So sieht die Funxion aus, die die Kampfkraft in Abhängigkeit von der Anzahl Nb. Der Term aus Zeile 5 wird in den Term aus Zeile 3b zusammengefasst.

K(Nb)=

+

Ab·(Lrb·Nb²-Lra·Nb²+ Nb·Lad·(W/Wa)·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)+ Nb²·Lad·(Wb/Wa)·(e(Lra-Lrb)/Lad -1))

+

+

+Ab·Nb²·Lbd/2

+

Jetzt kann die Ableitung dieser Funxion gebildet werden. Dies ist besonders leicht, da es sich hier nur um einfache Parabeln handelt. Die Ableitung von x² ist 2x; Die Ableitung von x ist 1 und die Ableitung einer Konstanten ist 0. Nur die roten Formelzeichen werden bearbeitet.

K’(Nb)=

+

Ab·[Lrb·2·Nb -Lra·2·Nb +Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa +2·Nb·Lad·(e(Lra-Lrb)/Lad -1)·Wb/Wa]

+

+

+Ab·2·Nb·Lbd/2

+

Um das Optimum zu berechnen, muss K’(Nb)=0 sein. Außerdem werden erstmal einige Klammern aufgelöst. Jeder Summand bekommt eine eigene Zeile.

0=

+

+Ab·Nb·(Lrb·2 -Lra·2 +2·Lad·(e(Lra-Lrb)/Lad -1)·Wb/Wa)

+Ab·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa

+Aa·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa

- Nb·Aa·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·Wb·2/Wa

+ Aa·Lad·0,5·Wb²·2·Nb/Wa²

- Aa·Lad·0,5·2·W·Wb/Wa²

+Ab·2·Nb·Lbd/2

+(Ab+Aa)·(W/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad /(1/Lbd+1/Lad)

-(Ab+Aa)·(2·Wb·Nb/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad /(1/Lbd+1/Lad)

Nun wird ein bisschen zusammengefasst und Nb ganz nach vorne geschrieben

0=

+ Nb·

+ Nb·Ab·[Lrb·2 -Lra·2 +2·Lad·(e(Lra-Lrb)/Lad -1)·Wb/Wa]

+Ab·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa

+Aa·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa

- Nb·Aa·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·Wb·2/Wa

+ Nb·Aa·Lad·Wb²/Wa²

- Aa·Lad·W·Wb/Wa²

+ Nb·Ab·Lbd

+(Ab+Aa)·(W/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad /(1/Lbd+1/Lad)

- Nb·(Ab+Aa)·(2·Wb/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad /(1/Lbd+1/Lad)

Alle Terme, die kein Nb enthalten, werden auf die andere Seite der Gleichung geschoben. Nb wird ausgeklammert.

-Ab·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa

-Aa·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa

+Aa·Lad·W·Wb/Wa²

-(Ab+Aa)·(W/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad /(1/Lbd+1/Lad)

=Nb·(

+

+Ab· (Lrb·2 -Lra·2 +2·Lad·(e(Lra-Lrb)/Lad -1)·Wb/Wa)

-Aa·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·Wb·2/Wa

+Aa·Lad·Wb²/Wa²

+Ab·Lbd

-(Ab+Aa)·(2·Wb/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad /(1/Lbd+1/Lad))

Nun wird der ganze Roman hinter dem Nb auf die andere Seite dividiert. Und so sieht die optimale Anzahl der Einheiten aus Gruppe B aus:

-Ab·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa

-Aa·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·W/Wa

+Aa·Lad·W·Wb/Wa²

-(Ab+Aa)·(W/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad /(1/Lbd+1/Lad)

Nb =~~-~~

+

+Ab·(Lrb·2 -Lra·2 +2·Lad·(e(Lra-Lrb)/Lad -1)·Wb/Wa)

-Aa·Lad·(1-e(Lra-Lrb)/Lad)·Wb·2/Wa

+Aa·Lad·Wb²/Wa²

+Ab·Lbd

-(Ab+Aa)·(2·Wb/Wa)·e(Lra-Lrb)/Lad /(1/Lbd+1/Lad)

Die nichtlineare Optimierungsformel lässt sich noch deutlich zusammenfassen.

Nb =

mit

e= e(Lra-Lrb)/Lad

Lra= La·(2·fa-1)

Lrb= Lb·(2·fb-1)

Lad= La·(2-2·fa)

Lbd= Lb·(2-2·fb)

e= e^((La\*(2\*fa-1)- Lb\*(2\*fb-1))/(La\*(2-2\*fa)))

dekomprimierte Schreibweise

Nb = (La\*fa\*Aa\*Wb\*W-0,5\*(Aa+Ab)\*W\*Wa\*(La+e^((La\*(2\*fa-1)-Lb\*(2\*fb-1))/(La\*(2-2\*fa)))\*(1/(1/(Lb\*(2-2\*fb))+1/(La\*(2-2\*fa)))-La\*(2-2\*fa))))/(La\*fa\*Aa\*Wb^2+Lb\*fb\*Ab\*Wa^2+(Aa+Ab)\*Wb\*Wa\*(e^((La\*(2\*fa-1)-Lb\*(2\*fb-1))/(La\*(2-2\*fa)))\*(La\*(2-2\*fa)-1/(1/(Lb\*(2-2\*fb))+1/(La\*(2-2\*fa))))-La))

### H Herleitung der kurzen Optimierungsformel

In Ergänzung zu der nichtlinearen Mischformel werden auch die beiden Optimierungsformeln der linearen Mischformel hergeleitet.

Die Zielfunxion ist:

K= fa·La·(a+b)·a·Aa+ (a·La+ fb·b·Lb)·b·Ab kurze Mischformel

Die Klammern werden aufgelöst

K=

Die Rohstoffbedingung lautet

a= ; a²=

und wird in die kurze Mischformel eingesetzt

K(b)= b einmultiplizieren

K(b)=

Jetzt wird die Veränderung der Kampfkraft nach b gebildet. Dies ist einfach, da es nur Parabeln sind. b² wird zu 2·b und b wird zu 1 und Terme ohne b verschwinden.

K’(b)= Klammern auflösen

K’(b)= fa·La·2·Wb²·b·Aa/Wa² -fa·La·2·W·Wb·Aa/Wa² +fa·La·Aa·W/Wa

-fa·La·Aa·2·Wb·b/Wa +W·La·Ab/Wa -2·Wb·b·La·Ab/Wa +2·fb·Lb·b·Ab nach b sortieren

K’(b)= fa·La·2·Wb²·b·Aa/Wa² -fa·La·Aa·2·Wb·b/Wa -2·Wb·b·La·Ab/Wa +2·fb·Lb·b·Ab

+W·La·Ab/Wa +fa·La·Aa·W/Wa -fa·La·2·W·Wb·Aa/Wa² b ausklammern

K’(b)= b·(fa·La·2·Wb²·Aa/Wa² -fa·La·Aa·2·Wb/Wa -2·Wb·La·Ab/Wa +2·fb·Lb·Ab)

+W·La·Ab/Wa +fa·La·Aa·W/Wa -fa·La·2·W·Wb·Aa/Wa²

Für das Maximum muss K‘(b) 0 werden

0= b·(fa·La·2·Wb²·Aa/Wa² -fa·La·Aa·2·Wb/Wa -2·Wb·La·Ab/Wa +2·fb·Lb·Ab)

+W·La·Ab/Wa +fa·La·Aa·W/Wa -fa·La·2·W·Wb·Aa/Wa² Umstellen

b·(-fa·La·2·Wb²·Aa/Wa² +fa·La·Aa·2·Wb/Wa +2·Wb·La·Ab/Wa -2·fb·Lb·Ab)

=W·La·Ab/Wa +fa·La·Aa·W/Wa -fa·La·2·W·Wb·Aa/Wa² dividieren

b=

Die Formel kann noch stark gekürzt werden. Dabei werden Wa, La und 2 weggekürzt und sich wiederholende Formelteile ausgeklammert.

b= kurze Optimierungsformel

Um zu überprüfen, ob die Optimierungsformel eine maximale Kampfkraft findet, muss die zweite Veränderung nach b negativ werden. Sie wird gebildet, indem von K‘(b) das b vor der Klammer wegfällt und die zweite Zeile wird gelöscht.

K‘‘(b)= fa·La·2·Wb²·Aa/Wa² -fa·La·Aa·2·Wb/Wa -2·Wb·La·Ab/Wa +2·fb·Lb·Ab

0< fa·La·2·Wb²·Aa/Wa² -fa·La·Aa·2·Wb/Wa -2·Wb·La·Ab/Wa +2·fb·Lb·Ab

0< fa·Wb·Aa/Wa -fa·Aa -Ab +fb·Lb·Ab·Wa/(La·Wb)

Eine Optimierung hat höhere Erfolgschancen, wenn die Kampfkräfte einer reinen Armee aus Einheit a oder Einheit b ähnlich groß sind.

Ka= fa·La·Aa·a² es wird nur Einheit a gebaut

Kb= fb·Lb·Ab·b² es wird nur Einheit b gebaut

### H Herleitung der langen Optimierungsformel

Die Zielfunxion ist:

K= fa·La·n·gAa + n·(La-Lrb)·0,5·(gAb+ gAb·(Lb-La)/Lbd)+

Lbr·n·gAb + Ab·(Lb-La)²·b²/(Lbd·2) lange Mischformel

Alle Formelzeichen, die die Anzahl beinhalten werden eingesetzt.

K= fa·La·(a+b)·a·Aa + (a+b)·(La-Lrb)·0,5·b·Ab·(1+(Lb-La)/Lbd)+

Lbr·(a+b)·b·Ab + Ab·(Lb-La)²·b²/(Lbd·2) Sortieren

K= (a+b)·a·fa·La·Aa+(a+b)·b·(La-Lrb)·0,5·Ab·(1+(Lb-La)/Lbd)

+(a+b)·b·Lbr·Ab +b²·Ab·(Lb-La)²/(Lbd·2)

Um die Formel zwischendurch kurz zu halten, wird der Term (La-Lrb)·0,5·Ab·(1+(Lb-La)/Lbd) durch j ersetzt und Ab·(Lb-La)²/(Lbd·2) durch p.

j= (La-Lrb)·0,5·Ab·(1+(Lb-La)/Lbd)

p= Ab·(Lb-La)²/(Lbd·2)

K= (a+b)·a·fa·La·Aa+(a+b)·b·j

+(a+b)·b·Lbr·Ab +b²·p Klammern auflösen

K= b·a·fa·La·Aa +a²·fa·La·Aa +a·b·j +b²·j

+b²·Lbr·Ab +a·b·Lbr·Ab+b²·p

Nun wird die Rohstoffbedingung eingesetzt

K(b)=

+ b einmultiplizieren

K(b)=

+

Jetzt wird die Veränderung der Kampfkraft nach b gebildet.

K’(b)=

+ Klammern auflösen

K‘(b)= W·fa·La·Aa/Wa -2·Wb·b·fa·La·Aa/Wa

-2·W·Wb·fa·La·Aa/Wa² +2·Wb²·b·fa·La·Aa/Wa²

+ W·j/Wa -2·Wb·b·j/Wa +2·b·j +2·b·Lbr·Ab

+W·Lbr·Ab/Wa -2·Wb·b·Lbr·Ab/Wa+2·b·p nach b Sortieren

K‘(b)= -2·Wb·b·fa·La·Aa/Wa+2·b·p-2·Wb·b·Lbr·Ab/Wa

+2·Wb²·b·fa·La·Aa/Wa²-2·Wb·b·j/Wa +2·b·j +2·b·Lbr·Ab

+W·Lbr·Ab/Wa + W·j/Wa+ W·fa·La·Aa/Wa-2·W·Wb·fa·La·Aa/Wa² b ausklammern

K‘(b)= b·(-2·Wb·fa·La·Aa/Wa+2·p-2·Wb·Lbr·Ab/Wa

+2·Wb²·fa·La·Aa/Wa²-2·Wb·j/Wa +2·j +2·Lbr·Ab)

+W·Lbr·Ab/Wa + W·j/Wa+ W·fa·La·Aa/Wa-2·W·Wb·fa·La·Aa/Wa²

Für das Maximum muss K‘(b) 0 werden

0= b·(-2·Wb·fa·La·Aa/Wa+2·p-2·Wb·Lbr·Ab/Wa

+2·Wb²·fa·La·Aa/Wa²-2·Wb·j/Wa +2·j +2·Lbr·Ab)

+W·Lbr·Ab/Wa + W·j/Wa+ W·fa·La·Aa/Wa-2·W·Wb·fa·La·Aa/Wa² subtrahieren

b·(2·Wb·fa·La·Aa/Wa-2·p+2·Wb·Lbr·Ab/Wa

-2·Wb²·fa·La·Aa/Wa²+2·Wb·j/Wa -2·j -2·Lbr·Ab)

=W·Lbr·Ab/Wa + W·j/Wa+ W·fa·La·Aa/Wa-2·W·Wb·fa·La·Aa/Wa² dividieren

b =

Auch in dieser Formel kann noch gekürzt werden

b =

zuletzt werden noch j und p eingesetzt und ein Term zusammengefasst

(2·Wb+Lbr·Ab) + (-2·Lbr·Ab·Wa)= 2·Lrb·Ab·(Wb-Wa) der Term

b = lange Optimierungsformel

Sollten über dem Bruchstrich nur 2 Zeilen zu lesen sein, dann muss der Zoomfaktor in Word geändert werden.

dekomprimierte Schreibweise

b = (W\*(2\*fb-1)\*Lb\*Ab + W\*(La-(2\*fb-1)\*Lb)\*0,5\*Ab\*(1+(Lb-La)/(Lb\*(2-2\*fb)))+ fa\*La\*Aa\*(W-2\*W\*Wb/Wa))/((2\*(2\*fb-1)\*Lb\*Ab\*(Wb-Wa) +2\*Wb\*fa\*La\*Aa\*(1-Wb/Wa)+ (La-(2\*fb-1)\*Lb)\*Ab\*(1+(Lb-La)/(Lb\*(2-2\*fb)))\*(Wb-Wa) -Wa\*Ab\*(Lb-La)^2/(Lb\*(2-2\*fb))))

### R die stärkste Mischarmee erstellen

Zu bauen gibt es Legionäre mit 35 Leben und 3 Angriff, es gibt starke Prätorianer mit 40 Leben und 5 Angriff und schwache Hilfstruppen mit 30 Leben und einen Angriff. Eine Legion benötigt 5 Bauernhöfe, ein Prätorianer 7 Bauernhöfe und ein Hilfstrupp nur 3 Bauernhöfe. Rom hat 210 Bauernhöfe. Wie viele von welcher Einheit müssen gebaut werden, damit die Kampfkraft maximal wird?

Lösung:

Zuerst berechnet man die Kampfkräfte reiner Armeen. Dann kombiniert man mit der Mischoptimierungsformel 2 Einheiten. Alle 3 Typen zu bauen ist sinnlos. Es müssen 6 Kampfkräfte berechnet werden

1. Legion
2. Prätorianer
3. Hilfstruppen
4. Legion - Prätorianer
5. Legion - Hilfstruppe
6. Prätorianer - Hilfstruppe

**1. Legion**

K= = 148176

**2. Prätorianer**

K= = 144000

**3. Hilfstruppe**

K= = 117600

Die Hilfstruppen scheinen mit ihrer niedrigen Kampfkraft ziemlich nutzlos zu sein.

Übersicht

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Legion | Prätorianer | Hilfstruppe |
| W | 5 | 7 | 3 |
| N | 42 | 30 | 70 |
| f | 0,8 | 0,8 | 0,8 |
| A | 3 | 5 | 1 |
| L | 35 | 40 | 30 |
| K | 148176 | 144000 | 117600 |

**4. Legion - Prätorianer**

Zuerst muss geprüft werden, ob die Bedingung für die kurze Mischformen La < Lrb erfüllt ist. Die Prätorianer sind b, weil sie mehr Leben haben

Lb= 40

Lrb= Lb·(2·f-1)= 40·(2·0,8-1)= 24

Ldb= Lb-Lrb= 40-24= 16

La= 35

(24 > 35) = Falsch

Es wird die lange Mischformel verwendet. Als Alternative kann natürlich auch immer die nichtlineare Mischformel verwendet werden, doch sie ist einfach zu riesig. Die richtige Anzahl erhält man mit der langen Optimierungsformel.

b =

Zum Einsetzen in lange Formeln eignet sich am Besten „Suchen und ersetzen“, wobei man beachten muss, dass a, b und W als letztes ersetzt werden.

b=

b= = 8,943 Prätorianer

Die Kampfkraft berechnet sich mit K(b)

K(b)= ·fa·La·Aa +·fa·La·Aa +·j +b²·j

+b²·Lbr·Ab +·Lbr·Ab+b²·p

oder man rechnet die Anzahl der Legionäre aus und nutzt dann die lange Mischformel

a=

a= = 29,48 Legionäre

Sowohl die Anzahl der Legionäre, als auch die Anzahl der Prätorianer sind positiv und damit ist das Optimum baubar.

K= fa·La·(a+b)·a·Aa+(a+b)·(La-(2·fb-1)·Lb)·0,5·(b·Ab+(Ab·b·(Lb-La))/(Lb·(2-2·fb)))+(2·fb-1)·Lb·(a+b)·b·Ab+( Ab·(Lb-La)²·b²)/(Lb·(2-2·fb)·2)

K= = 149095

Prätorianer mit Legionäre zu kombinieren ergibt eine größere Kampfkraft.

**5. Legion - Hilfstruppe**

Es ist der gleiche Lösungsweg wie im Beispiel vorher. Die Legionäre sind diesmal b, weil sie mehr Leben haben. Dann kommt die lange Mischformel zum Einsatz. Mit der langen Mischoptimierungsformel wird b ausgerechnet.

b= 35,637

a= 10,606

Das Optimum ist baubar.

K= 149183

Auch hier ergibt sich eine höhere Kombinationskampfkraft

**6. Prätorianer - Hilfstruppe**

Es ist der gleiche Lösungsweg wie im Beispiel vorher. Die Prätorianer sind b, weil sie mehr Leben haben. Dann kommt die lange Mischformel zum Einsatz. Mit der langen Mischoptimierungsformel wird b ausgerechnet.

b= 19,305

a= 24,955

K= 155691

Prätorianer mit Hilfstruppen zu kombinieren ist die beste Lösung.

**Zusammenfassung**

42 Legionäre K= 148176

30 Prätorianer K= 144000

70 Hilfstruppen K= 117600

29,48 Legionäre + 8,943 Prätorianer K= 149095

35,637 Legionäre + 10,606 Hilfstruppen K= 149183

19,305 Prätorianer + 24,955 Hilfstruppen K= 155691

Es ist meistens selten, dass Mischarmeen eine größere Kampfkraft ergeben als reine Armeen. Dass Prätorianer und Hilfstruppen gut zusammen passen, liegt daran, dass die Prätorianer einen hohen Angriff haben und die Hilfstruppen haben ähnlich viele Leben, einen geringen Angriff und wenig Rohstoffverbrauch. Die Hilfstruppen fangen im Kampf die meisten Schläge für wenig Rohstoffe ab und lassen so die schlagkräftigen Prätorianer länger leben.

### H Ab wann nützt die Optimierungsformel?

Ganz einfach, wenn K‘‘(b)<0.

K‘‘(b) ist aber unbequem und nicht praxistauglich. Man muss wesentlich mehr rechnen, als wenn man die reinen Kampfkräfte mit der optimierten Kampfkraft überprüft.

Gegeben ist eine Gruppe B mit Lb Leben, Ab Angriff, Wb Rohstoffverbrauch und sie kämpft fb. Zu dieser Gruppe soll eine Gruppe A untersucht werden, ob mit dieser die Kampfkraft optimierbar ist. Über Gruppe a ist nur die Kampfweise bekannt und dass die Leben nur so groß sind, dass die kurze Mischformel zum Einsatz kommt.

Gegeben

b= Gruppe B a= ?

Lb= Lb La= ?

Ab= Ab Aa= ?

fb= fb fa= fa

Wb= Wb Wa= ?

W=W

Hier sind 4 Unbekannte. Diese sind der Name von Gruppe A, deren Leben, Angriff und Rohstoffverbrauch. Der Name ist von den Werten La und Aa abhängig und wird nicht berechnet, sondern passend vergeben.

Eine weitere Unbekannte bekommt man weg, indem man festlegt, dass beide Einheiten gleich stark sein sollen.

Kb= Ka

Mit dieser Gleichung kann z.B. der Rohstoffverbrauch berechnet werden.

Kb= fb·Lb·Ab·(W/Wb)²

Ka= fa·La·Aa·(W/Wa)² Einsetzen

fb·Lb·Ab·W²/Wb²= fa·La·Aa·W²/Wa² W² kürzen

fb·Lb·Ab/Wb²= fa·La·Aa/Wa² Umstellen

Wa²=

Wa=

Mit der Optimierungsformel kann nun die optimale Anzahl der Einheiten aus Gruppe B berechnet werden. Da Kb = Ka gilt der Merksatz, dass das Optimum genau in der Mitte ist. Die optimale Anzahl ist ohne Berechnung schon gefunden.

b= W/(2·Wb)

b= 0,5 für W=1 und Wb =1

a= W/(2·Wa)

Um das Ganze zu veranschaulichen, werden alle bekannten Großen festgelegt. Die optimale Anzahl a berechnet sich mit

a= W/(2·Wa)

a= 1/(2·Wa)= 0,5/Wa

a=

Zusammenfassung

b= 1 Wb= 1

Lb= 1 La= ?

Ab= 10/9 Aa= ?

fb= 0,9 fa= 0,75

a= Wa=

W=1

Zuerst werden die Kampfkräfte reiner Gruppen berechnet.

Kb= fb·Lb·Ab·b²

Kb= 0,9·10/9·1·1² =1

Ka= Kb= 1

Sollte die Optimierung eine Kampfkraft ergeben, die größer als 1 ist, ist es ein Maximum, andersherum ist es ein Minimum.

Nun können die Werte in die kurze Mischformel eingesetzt werden.

K= fa·La·(a+b)·Aa·a+ (La·a+ fb·b·Lb)·b·Ab

a= Werte einsetzen

a= 0,5·(0,9·1·10/9/(0,75·La·Aa·1²))0,5 Zusammenfassen

a= 1/(3·La·Aa)0,5 a Einsetzen

K(La;Aa)= ausrechnen

K(La;Aa)= Kürzen

K(La;Aa)= Klammer auslösen

K(La;Aa)= Zusammenfassen

Damit ergibt sich diese Funxion:

K(La;Aa)=

und die ist gültig für Aa>0 und 0<La<0,8.

3D Diagramm, ab wann die Mischoptimierungsformel ein Optimum bringt

G

3D Diagramm, ab wann die Mischoptimierungsformel ein Optimum bringt mit logarithmischer Skalierung

G

# R zusammengesetzte Aufgaben

In diesem Kapitel sind Rechenbeispiele, die sich aus mehreren Themen zusammensetzen.

## R Die stärkste Einheit finden

Ein neues mittelalterliches Spiel kommt raus. Prachtvolles Design und viel Reklame. Es gibt viele verschiedene Einheiten, Erfahrungspunkte, Ausrüstung und Technologien und verspricht jede Menge Taktik. Als 16/6 Gamer stellt sich ihm die Frage, welche Einheit ist die stärkste?

So geht man vor. Man sucht sich die maßgebenden Highend-Typen raus und berechnet die reinen Kampfkräfte. Dann berechnet man Kombinationen aus denen.

Im Spiel kann man seine Soldaten leicht, mittel und schwer ausrüsten. Bei der leichten Ausrüstung schwingt der Soldat eine beidseitige Axt und verursacht großen Schaden. Ein schwer ausgerüsteter Soldat sticht mit einem kleinen Schwert zu und schützt sich mit einem Turmschild. Die mittlere Ausrüstung besteht aus einem Schild und einem langem Schwert und stellt damit eine gute Balance zwischen Austeilen und Einstecken dar. Die Taktik des Gamers liegt darin, Offensive und Defensive für maximalen Erfolg auf dem Schlachtfeld zu kombinieren. Für Premiumnutzer gibt es noch einen Bogen. Dadurch ergeben sich völlig neue taktische Möglichkeiten.

Im späten Spiel kann man bis zu 40 Soldaten anführen und diese Werte haben die Soldaten:

* Der Bogenschütze verursacht 9 bis 13 Schaden, hält 186 Schaden aus und kostet 360 Gold.
* Die offensiven Axtkämpfer hacken mit 13 bis 21 Schaden zu, können nur 171 Schaden einstecken und kosten je 420 Gold.
* Soldaten mit mittlerer Ausrüstung teilen 10 bis 16 Schaden aus, halten 226 aus und kosten 290 Gold. Die Rüstung mindert den Schaden um 20%. Da dieser Einheitentyp so oft gebaut wird, wird er oft als Normalo bezeichnet. Der Preis wurde später auf 580 erhöht.
* Schwer gepanzerte Soldaten verursachen 8 bis 10 Schaden, stecken 210 Schaden ein und kosten 330 Gold. Die schwere Rüstung mindert den Schaden um 40%. Die Langlebigkeit dieses Typs hat ihn den Namen Deffer eingebracht.

Alle Einheiten attackieren mit gleicher Geschwindigkeit.

Die maximale Anzahl der Soldaten wird durch den Rohstoff „maximale Anzahl der Soldaten“ begrenzt. Auch wenn es trivial ist, jeder Soldat kostet ein Soldat. Dadurch können von jeder Sorte 40 Soldaten ausgebildet werden. Gold gibt es genug im Spiel, sodass das Limit schnell erreicht ist.

Der Rüstungsbonus wird in zusätzliche Leben umgerechnet. Beispiel für die defensiven Einheiten:

L= 210/0,6= 350 L

Der Angriff ist die Mitte zwischen maximalen und minimalen Schaden.

Für jeden Soldatentyp müssen nun Überschaden und Kampfbeiwert berechnet werden. Die Berechnung dieser Werte ist sehr lang. Die Berechnung ist hier nicht möglich, weil der Gegner nicht bekannt ist. Deshalb kann man diese Werte nur schätzen. Ein Überschaden wird hier jetzt nicht berücksichtigt. Schaut man sich das Lebenschadenverhältnis an, dann ist es in einem Kampf zwischen offensiven Einheiten bei 10. 10 ist ein großer Wert. Für Kämpfe zwischen andere Typen ist das Lebenschadenverhältnis noch größer. Deshalb wird der Kampfbeiwert nicht mit 0,8, sondern größer geschätzt.

Nun können auch schon die reinen Kampfkräfte berechnet werden.

K= f·L·A·N²

K= 0,86·186·11·402= 2815296 Bogenschützen

K= 0,85·171·17·402= 3953520 Axtkämpfer

K= 0,88·282,5·13·402= 5170880 Normalo

K= 0,9·350·9·402= 4536000 Deffer

Zusammenfassung

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Bogenschütze | Axtkämpfer | Normalo | Deffer |
| W | 1 | 1 | 1 | 1 |
| N | 40 | 40 | 40 | 40 |
| f | 0,86 | 0,85 | 0,88 | 0,9 |
| A | 11 | 17 | 13 | 9 |
| L | 186 | 171 | 282,5 | 350 |
| K | 2815296 | 3953520 | 5170880 | 4536000 |

Die Kampfkräfte sehen schon man nicht ausgewogen aus. Die Normalos sind stark. Der kostenpflichtige Bogenschütze ist alleine sehr schwach, verspricht in Kombination mit einer anderen Einheit aber sehr sinnvoll zu sein. Reine Kampfkräfte dürfen fehlbalanciert sein, um Mischarmeen für das Spiel Interessanter zu machen.

Anschließend werden die Kombinationen aus 2 Typen berechnet. Es gibt insgesamt 6 Möglichkeiten. Bei den Möglichkeiten muss man beachten, dass man die richtige Formel verwendet. Kämpfen beide Gruppen in einer Reihe, dann nimmt man die Mischformel. Gibt es 2 Reihen, dann nimmt man die zweiheitliche Formel. Bogenschützen sind Fernkämpfer und können daher eine zweite Reihe bilden.

Möglichkeiten:

1. Axtkämpfer + Normalos (Mischformel)
2. Axtkämpfer + Deffer (Mischformel)
3. Normalos + Deffer (Mischformel)
4. Axtkämpfer + Bogenschützen (zweiheitliche Formel)
5. Normalos + Bogenschützen (zweiheitliche Formel)
6. Deffer + Bogenschützen (zweiheitliche Formel)

Offensive Soldaten mit defensiven zu kombinieren scheint sehr sinnvoll zu sein.

Auch die Bogenschützen hinter einer defensiven Reihe zu stellen hat den Anschein richtig Sinn zu machen.

Ob dies auch tatsächlich so ist, zeigen die Optimierungsformeln. Aber zuerst werden die Kampfkräfte für Halbe-Halbe berechnet.

erste Möglichkeit: 20 offensive Axtkämpfer mit 20 Normalos

Die Soldaten mit mehr Leben erhalten den Buchstabe b und es muss überprüft werden, ob La < Lbr.

b=20 a=20

Lb= 282,5 La=171

Ab= 13 Aa= 17

fb= 0,88 fa=0,85

Lbr= (2·fb-1)·Lb = (2·0,88-1)·282,5

Lbr= 214,7

Da die rechteckigen Leben der Gruppe b größer sind als die Leben der Gruppe a, so ist die kurze Mischformel anzuwenden.

K= fa·La·n·gAa+ (gLa+ fb·gLb)·gAb kurze Mischformel

K1= 0,85·171·(20+20)·20·17+(20·171+0,88·20·282,5)·20·13

K1= 4158680

zweite Möglichkeit: 20 offensive Axtkämpfer mit 20 Deffer

Da die defensiven Einheiten mehr Leben haben, als die mittleren Soldaten, leuchtet ein, dass hier wieder die kurze Mischformel benutzt wird.

K2= 0,85·171·(20+20)·20·17+(20·171+0,9·20·350)·20·9= 3726360

K2= 3726360

dritte Möglichkeit: 20 Normalos mit 20 Deffer

Die defensiven Einheiten erhalten den Buchstabe B und es muss überprüft werden, ob La < Lbr.

a=20 b=20

La= 282,5 Lb=350

Aa= 13 Ab= 9

fa= 0,88 fb=0,9

Lbr= (2·fb-1)·Lb = (2·0,9-1)·350

Lbr= 280

Lbd= L-Lbr= 350-280= 70

gAa= 13·20= 260

gAb= 9·20= 180

Da Lbr < La, wird die lange Mischformel verwendet

K= fa·La·n·gAa + n·(La-Lrb)·0,5·(gAb+ gAb·(Lb-La)/Lbd)+

Lbr·n·gAb + Ab·(Lb-La)²·b²/(Lbd·2) lange Mischformel

K3=

K3= 4736279

vierte Möglichkeit: 20 offensive Axtkämpfer mit 20 Bogenschützen

Die Bogenschützen stehen in zweiter Reihe und sind die Austeiler.

K= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ a·e·Le·Aa zweiheitliche Formel

K4= 0,86·186·11·20²+0,85·171·17·20²+20·20·171·11

K4= 2444604

fünfte Möglichkeit: 20 Normalos mit 20 Bogenschützen

K5= 0,86·186·11·20²+0,88·282,5·13·20²+20·20·282,5·11

K5= 3239544

sechste Möglichkeit: 20 Deffer mit 20 Bogenschützen

K6= 0,86·186·11·20²+0,9·350·9·20²+20·20·350·11

K6= 3377824

Trägt man die reinen Kampfkräfte und den Zwischenpunkt in einem Optimierungsdiagramm auf und legt eine Parabel durch die 3 Punkte, dann ergibt sich dieses Schreckensbild:

Auswertung der Kampfkräfte anhand der Anzahl G

Aufgetragen ist die Kampfkraft (Einheit: Megaangriffsleben) in Abhängigkeit von der Anzahl a. b oder e ist dann die übrige Anzahl des anderen Einheitentyps.

Der üble Verdacht lässt sich durch Auswerten der Optimierungsformeln bestätigen.

Beispielhaft wird jetzt nur die erste und die vierte Möglichkeit die Berechnung dokumentiert. Für die anderen Möglichkeiten erscheint nur das Ergebnis.

1.Moglichkeit

Die Optimierungsformel liefert die Anzahl der Einheiten der Gruppe b

b= kurze Optimierungsformel

b= = 4,9157 Normalos

Die Anzahl a wird über die Rohstoffbedingung berechnet

a= = = 35,0843 Axtkämpfer

Das Optimum ist baubar und die Kampfkraft beträgt

K1= 0,85·171·40·35,0843·17+(35,0843·171+0,88·4,9157·282,5)·4,9157·13

K1= 3929142

Die Kampfkraft ist kleiner als die reinen Kampfkräfte und ist damit ein Minimum.

14,3 Deffer +25,7 Axtkämpfer

K2= 3685455 (Minimum)

47,1 Deffer -7,1Normalos

K3= 4521258 (Minimum)

4.Möglichkeit

e= zweiheitliche Optimierungsformel

Da We=1 und Wa=1, wird die Formel erstmal vereinfacht

e=

e= = 13,9444 Axtkämpfer

a= = = 26,0556 Bogenschützen

K= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ a·e·Le·Aa zweiheitliche Formel

K4= 0,86·186·11·26,0556²+0,85·171·17·13,9444²+26,0556·13,9444·171·11

K4= 2358445

Auch hier handelt es sich um ein Minimum.

4,4Normalos + 35,6 Bogenschützen

K5= 2779321 (Minimum)

-8,8 Deffer+ 48,8 Bogenschützen

K6= 2756479 (Minimum)

Zusammenfassung der Optimierung

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Mög. | 100%+0% | K(100%) | K(50%-50%) | Pessimum | K(Pessimum) | K(0%) | 0%+100% |
| 1 | Axtkämpfer | 3953520 | 4158680 | 35,1Axt+4,9 Norm | 3929142 | 5170880 | Normalos |
| 2 | Axtkämpfer | 3953520 | 3726360 | 25,7Axt+14,3 Deff | 3685455 | 4536000 | Deffer |
| 3 | Normalos | 5170880 | 4736279 | -7,1Norm+ 47,1Deff | 4521258 | 4536000 | Deffer |
| 4 | Axtkämpfer | 3953520 | 2444604 | 13,9Axt+ 26,1 Bogen | 2358445 | 2815296 | Bogen |
| 5 | Normalos | 5170880 | 3239544 | 4,4Norm+ 35,6 Bogen | 2779321 | 2815296 | Bogen |
| 6 | Deffer | 4536000 | 3377824 | -8,8Deff+ 48,8 Bogen | 2756479 | 2815296 | Bogen |

Das Spiel ist die reinste Katastrophe. Die Soldaten sind völlig unausgewogen. Jeder Spieler rennt nur mit Normalos rum. Ein monotoner Einheitentyp dominiert das Spiel. Die 16/6 Gamer verschwinden vor Langeweile, die paar 24/7 Zocker haben ihre Freude daran Anfänger zu knechten und die Premiumnutzer fühlen sich total verarscht. Die versprochene Taktik der Bogenschützen geht nach hinten los, da die schwachen Bogenschützen alleine stärker sind als mit Unterstützung. Egal was man kombiniert, es wird nur schlechter. Damit das Spiel Spaß macht, muss beim Kombinieren mindestens irgendwo ein Optimum sein.

## R Den unbesiegbaren 24/7 Zocker in den Rücken fallen

In einem gut ausbalancierten Spiel kann man in seiner Stadt diverse Einheiten bauen. Ein 16/6 Spieler Namens Genghis Khan hat nun die Samuraikämpfer erforscht, besitzt aber noch eine Baracke Horde Schurken. Seine erfahrenen Schurken sollen durch den neuen Soldatentyp ersetzt werden. Das Gold dafür ist schon in der Kasse seiner Ally Fight-Club gesammelt. Die Schurken zu entlassen ist irgendwie auch schade. Am besten ist es ja, dass diese für ein waghalsiges Manöver geopfert werden.

Ein paar Felder weiter steht die stark befestigte Stadt des Schlächters, der zur gefürchteten Ally Namens Rage gehört. Dieser 24/7 Gamer sich diesem Namen gemacht, weil er Angst und Schrecken verbreitet. Seine unbesiegbare Armee ist so erfahren, sodass diese jeden überrennt, ohne dass er auch nur eine einzige Einheit verliert. Er meuchelt zum Spaß, um seine Truppen zu leveln. Viele Spieler schicken alle ihre kampffähigen Einheiten aus der Stadt, sodass der Schlächter sie widerstandlos ausrauben kann. Es gibt Berichte, dass der Schlächter einfach durchgelaufen ist, ohne auch nur einen Klumpen Gold zu stehlen. Aber hinter der Stadt findet er manchmal, was er sucht. Seine Alliierten, die auch kein Reallife haben, sind genauso gefürchtet. Auch im Forum ist die Rage mit Bannern, Posts, Kampfverläufen und konstruktiven Beiträgen vertreten.

Die Rage startet einen Teamangriff auf eine Stadt des Fight-Clubs. Es verteidigen 4 Spieler dort und 4 Angreifer sind unterwegs. Genghis Khan hat die Idee, mit seinen Schurken einen Rage in den Rücken zu fallen und ihn so zu schwächen, sodass er nicht weiter zum Teamkampf vorrückt. Er versteckt sich in den Wäldern und lauert auf den richtigen Moment. Der Schlächter zieht vorbei und es kommt zu einer Schlacht zwischen den beiden Spielern. Wird der Schlächter Genghis Khan schlachten?

Finale.wmf

Im Kampf sind diese Einheitentypen beteiligt

* Kompositbogenschützen mit 25 Leben, 2 bis 8 Schaden, verbraucht 4 Barackenplätze und schießt 1,5mal pro Sekunde.
* Schildträger mit 60 Leben, 5 bis 7 Schaden und verbraucht 5 Barackenplätze. Seine schwere Rüstung reduziert den Schaden um 1/3, aber lässt ihn nur jede zweite Sekunde zu hauen.
* Schurken mit 40 Leben, 3,5 bis 6,5 Schaden und verbraucht 4 Barackenplätze. Der hat im Wald eine Ausweichchance von 20%. Er kämpft im Nahkampf mit Dolche und im Fernkampf mit Wurfsterne.
* Samurai mit 75 Leben, 5 bis 9 Schaden und verbraucht 7 Barackenplätze. Seine Rüstung reduziert den Schaden um 1/4.

Zusätzlich haben die Spieler ihre Einheiten gelevelt. Ein Level erhöht das Attribut um 10%. Der Schlächter hat seine Schildträger 5 mal auf Leben gelevelt und seine Bogenschützen 5 mal auf Angriff. Genghis Khan hat bei seinen Schurken zweimal den Angriff und einmal die Leben gesteigert. Bei den Samuraikämpfern hat er den Startpunkt auf Leben vergeben.

Genghis Khan führt 38 Schurken und 4 Samuraikämpfer und hat 180 Barackenplätze. Der Schlächter füllt seine 200 Barackenplätze mit 28 Schildträger und 15 Bogenschützen.

Lösungsweg

1. Fremde Größen wie Angriffstempo und Rüstung in Leben und Angriff umrechnen.
2. Streuung und Lebenschadenverhältnis berechnen
3. Überschaden berechnen
4. Kampfbeiwert berechnen
5. überprüfen, ob die Einheitenkonstellation sinnvoll ist.  
   Reine Kampfkräfte berechnen  
   kombinierte Kampfkräfte berechnen
6. Kampfkräfte der beiden Spieler berechnen

### R Fremde Größen umrechnen

Den Einheiten werden diese Indizes zugeordnet:

ge a= Kompositbogenschützen Austeiler

ge e= Schildträger Einstecker

a= Schurken Einheiten mit kleinere Leben

b= Samurai Einheiten mit größere Leben

Der Angriff wird definiert als Schaden pro Sekunde.

geAa= 0,5·(2+8)·1,5= 7,5 a

geAe= 0,5·(5+7)·0,5= 3 a

Aa= 0,5·(3,5+6,5)·1= 5 a

Ab= 0,5·(5+9)·1= 7 a

Der Schaden ist unabhängig von der Zeit

geSa= 0,5·(2+8)= 5 L

geSe= 0,5·(5+7)= 6 L

Sa= 0,5·(3,5+6,5)= 5 L

Sb= 0,5·(5+9)= 7 L

In die Leben werden Rüstung und Ausweichen eingerechnet. Da die Schurken aus dem Wald kommen, wirkt dieser Bonus.

geLa= 25 L

geLe= 60/(1-1/3)= 90 L

La= 40/(1-0,2)= 50 L

Lb= 75/(1-1/4)= 100 L

Die Skillpunkte erhöhen die Attribute der Spieler und erhalten den Index v für verbessert.

vgeLa= 25 L

vgeLe= 90·1,5= 135 L

vLa= 50·1,1= 55 L

vLb= 100·1,1= 110 L

vgeAa= 7,5·1,5= 11,25 a

vgeAe= 3 a

vAa= 5·1,2= 6 a

vAb= 7 a

Übersicht

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Bogen. | Schildträger | Schurke | Samurai | v.Bogen. | v.Schildträger | v.Schurke | v.Samurai |
| Index | ge a | ge e | a | b | vge a | vge e | v a | v b |
| W | 4 | 5 | 4 | 7 | 4 | 5 | 4 | 7 |
| N | 50 | 40 | 50 | 200/7 | 50 | 40 | 50 | 200/7 |
| A | 7,5 | 3 | 5 | 7 | 11,25 | 3 | 6 | 7 |
| L | 25 | 90 | 50 | 100 | 25 | 135 | 55 | 110 |
| S | 5 | 6 | 5 | 7 | 7,5 | 6 | 6 | 7 |

Die Anzahl ist auf 200 Barackenplätze bezogen. Es wird später berücksichtigt, dass die Spieler unterschiedlichen Platz haben.

### R Streuung und Lebenschadenverhältnis berechnen

An sich ist dies Problematisch, da der Gegner keine einheitliche Armee hat. Der Schaden, den die Bogenschützen und Schildträger machen, wird hier gemittelt und gilt gleichermaßen für Schurken und Samurai. Es geht ein bisschen Genauigkeit verloren.

Bei dem Schaden wird die Anzahl der Einheiten und die Anzahl der Schüsse im Mittelwert berücksichtigt

geS=

geS= = 5,38 L

S= = 5,19 L

Für den Kampf sind die verbesserten Werte entscheidend

vgeS= = 6,92 L

vS= = 6,095 L

Für die Streuung wird die maximale Streubreite der beiden Einheiten genommen. Die Schildträger machen 5 bis 7 Schaden und die Kompositbogenschützen 2 bis 8. Also macht der Gegner 2 bis 8 Schaden pro Treffer. Die Schurken machen 3,5 bis 6,5 und die Samurais 5 bis 9 Schaden. Also ist der Schaden 3,5 bis 9.

geS= 2…8

S= 3,5…9

vgeS= 3…12

vS= 4,2…9

Streuungen

geD= = = 0,557

D= (9-3,5)/(2·5,19)= 0,53

**vgeD**= (12-3)/(2·6,92)= 0,65

**vD**= (9-4,2)/(2·6,1)= 0,394

Lebenschadenverhältnisse

gesa= geLa/S = 25/5,19= 4,82

gese= geLe/S= 90/5,19= 17,34

sa= La/geS= 50/5,38= 9,29 (falscher Wert)

sb= Lb/geS= 100/5,38= 18,59

Das Lebenschadenverhältnis der Schurken wurde falsch berechnet. Rüstung erhöht die Leben, weil der Schaden reduziert wird. Ausweichen erhöht die Leben, weil Treffer verfehlen. Für das Lebenschadenverhältnis hingegen wird in die Leben nur die Rüstung berücksichtigt, aber nicht das Ausweichen. Wenn der Schurke getroffen wird, dann richtig heftig.

sa= 40/5,38= 7,43 (korrekter Wert)

verbesserte Lebenschadenverhältnisse

**vgesa**= 25/6,095= 4,101

**vgese**= 135/6,095= 22,15

**vsa**= 44/6,92= 6,354

**vsb**= 110/6,92= 15,89

### R Überschaden berechnen

Für den Überschaden wird die Trefferformel verwendet. Alternativ kann auch die Überschadensformel benutzt werden. Man beachte, dass in die Formeln für den Überschaden und den Kampfbeiwert nicht die Leben für L eingesetzt werden, sondern das Lebenschadenverhältnis.

geua= Trefferformel(gesa=L;D=D)

geua= Trefferformel(4,82;0,53)

Zuerst wird bestimmt, mit wie vielen Treffern die Einheit besiegt ist.

min T= 1+Int(L/(1+D)) minimale Trefferanzahl

max T= 1+Int(L/(1-D)) maximale Trefferanzahl

Hier wurde gegen die Randbedingung verstoßen, dass der Gegner eine einheitliche Truppe haben muss. Es gilt nicht mehr maxS= 1+D und minS=1-D. Die Trefferformel und die Überschadensformel wurden aber für diese Randbedingung hergeleitet und können auch nur so benutzt werden

min T= = 4

max T= = 11

Es wird eine 4 bis 11 Trefferformel erstellt. Die maximale Dimension ist

max Q= max T -1= 11-1

max Q =10

Es werden 11 Hypertetraederobjekte V(0) bis V(10) erstellt.

Das Volumen jedes Hypertetraederobjektes ist 1, dessen Dimension kleiner ist als die minimale Trefferanzahl.

Q < min T

Q < 4

Es sind 4 Hypertetraederobjekte betroffen, nämlich V(0), V(1), V(2) und V(3)

Für die anderen Hypertetraederobjekte wird ermittelt, wie viele Hypertetraeder darin enthalten sind.

max m(Q)=

max m(4)= Int((4,82-4·(1-0,53))/(2·0,53))= 2

max m(5)= Int((4,82-5·(1-0,53))/(2·0,53))= 2

max m(6)= Int((4,82-6·(1-0,53))/(2·0,53))= 1

max m(7)= Int((4,82-7·(1-0,53))/(2·0,53))= 1

max m(8)= Int((4,82-8·(1-0,53))/(2·0,53))= 1

max m(9)= Int((4,82-9·(1-0,53))/(2·0,53))= 0

max m(10)= Int((4,82-10·(1-0,53))/(2·0,53))= 0

Es müssen 14 gestutzte Hypertetraeder berechnet werden.

Das Volumen eines gestutzte Hypertetraeder berechnet sich mit:

Vm(Q)= gestutze Hypertetraederformel

V0(4)= ((4,82-4·(1-0,53))/(2·0,53)-0)4/((4-0)!·0!)= 2,46578

V1(4)= ((4,82-4·(1-0,53))/(2·0,53)-1)4/((4-1)!·1!)= 1,64914

V2(4)= ((4,82-4·(1-0,53))/(2·0,53)-2)4/((4-2)!·2!)= 0,008953

V0(5)= ((4,82-5·(1-0,53))/(2·0,53)-0)5/((5-0)!·0!)= 0,5725

V1(5)= ((4,82-5·(1-0,53))/(2·0,53)-1)5/((5-1)!·1!)= 0,17352

V2(5)= ((4,82-5·(1-0,53))/(2·0,53)-2)5/((5-2)!·2!)= 0,00033

V0(6)= ((4,82-6·(1-0,53))/(2·0,53)-0)6/((6-0)!·0!)= 0,06266

V1(6)= ((4,82-6·(1-0,53))/(2·0,53)-1)6/((6-1)!·1!)= 0,00405

V0(7)= ((4,82-7·(1-0,53))/(2·0,53)-0)7/((7-0)!·0!)= 0,00259

V1(7)= ((4,82-7·(1-0,53))/(2·0,53)-1)7/((7-1)!·1!)= 4,7E-6

V0(8)= ((4,82-8·(1-0,53))/(2·0,53)-0)8/((8-0)!·0!)= 0,000025

V1(8)= ((4,82-8·(1-0,53))/(2·0,53)-1)8/((8-1)!·1!)= 3E-127

V0(9)= ((4,82-9·(1-0,53))/(2·0,53)-0)9/((9-0)!·0!)= 1,4E-8

V0(10)= ((4,82-10·(1-0,53))/(2·0,53)-0)10/((10-0)!·0!)= 9,5E-17

Das Volumen des Hypertetraederobjektes ist sie Summe aller Hypertetraeder

V(Q)= V(Q)-V1(Q)+V2(Q)-V3(Q)+V4(Q)… +Vmax m(Q)

Die Summe aller Hypertetraederobjekte ist der durchschnittliche Schaden

S= V(0)+V(1)+V(2)…V(max Q)

Der Überschaden ist die Differenz zwischen den Schaden und den Leben

U= V(0)+V(1)+V(2)…V(Q)-L

U= = = 0,5467

Die Trefferformel gibt ein Überschadenverhältnis von u=0,5467 zurück. Dieses Ergebnis wird mit der vereinfachten Überschadensformel überprüft. Die vereinfachte Überschadensformel ist von den Leben unabhängig und gilt für große Lebenschadensverhältnisse.

u= 0,5+D²/6= 0,5+0,53²/6= 0,5468

Wegen der hohen Genauigkeit der vereinfachten Überschadensformel wird für die anderen 7 Fälle auf den genauen Rechenweg verzichtet.

geua= 0,5+D²/6= 0,5+0,53²/6= 0,5468

geue= 0,5+D²/6= 0,5+0,53²/6= 0,5468

ua= 0,5+geD²/6= 0,5+0,557²/6= 0,5517

ub= 0,5+geD²/6= 0,5+0,557²/6= 0,5517

vgeua= 0,5+vD²/6= 0,5+0,394²/6= 0,5258

vgeue= 0,5+vD²/6= 0,5+0,394²/6= 0,5258

vua= 0,5+vgeD²/6= 0,5+0,65²/6= 0,5704

vub= 0,5+vgeD²/6= 0,5+0,65²/6= 0,5704

Zuletzt wird das Überschadenverhältnis in einen Überschaden umgerechnet, der auf die Leben hinzu addiert werden kann. U= u·geS

geUa= geua·S= 0,5468·5,19= 2,838

geUe= geue·S= 0,5468·5,19= 2,838

Ua= ua·geS= 0,5517·5,38= 2,968

Ub= ub·geS= 0,5517·5,38= 2,968

vgeUa= vgeua·vS= 0,5258·6,095= 3,205

vgeUe= vgeue·vS= 0,5258·6,095= 3,205

vUa= vua·vgeS= 0,5704·6,92= 3,937

vUb= vub·vgeS= 0,5704·6,92= 3,937

Leben mit Überschaden

geLua= geLa+geUa= 25+2,838= 27,838

geLue= geLe+geUe= 90+2,838= 92,838

Lua= La+Ua/Ausweichen= 50+2,968/0,8= 53,713

Lue= Le+Ue= 100+2,968= 102,968

vgeLua= vgeLa+vgeUa= 25+3,205= 28,205

vgeLue= vgeLe+vgeUe= 135+3,205= 138,205

vLua= vLa+vUa/Ausweichen= 55+3,937/0,8= 59,936

vLue= vLe+vUe= 110+3,937= 113,937

### R Kampfbeiwert berechnen

Die Nahkämpfer greifen ihren Gegner nicht zufällig an, sondern jede Einheit behält ihren Gegner bei, bis diese oder er besiegt ist. Dadurch ist die Randbedingung für die Kampfbeiwertformel verletzt und ist nicht mehr exakt gültig.

Die Formel für den Kampfbeiwert fu lautet:

a.wmf

fu= fu =

fu=

fu= Max(fu;fd)

Da der Überschaden mit der Näherungsformel so präzise berechnet wurde, besteht keine Chance, dass die Prüfung bestanden wird. dennoch wird für die Kompositbogenschützen die Prüfung mal durchgerechnet.

Int(L)·(1+D)-L = Int(4,82)·(1+0,53)-4,82= 1,3 <0 => FALSCH

L-(1+Int(L))·(1-D)= 4,82-(1+Int(4,82))·(1-0,53)= 2,47<0 => FALSCH

Falsch und Falsch ergibt Falsch und damit wird immer der zweite Teil angewendet. Die Kampfbeiwertformel vereinfacht sich damit zu

fu=

+

Log(L+U) ist der natürliche Logarithmus.

Es sind folgende Werte in die Formel ein zu setzen:

fu= Kampfbeiwert(s,geD,N,u)

gefua= Kampfbeiwert(4,816=L; 0,53=d; 50=N; 0,5467=U)

gefue= Kampfbeiwert(17,33=L; 0,53=d; 40=N; 0,5467=U)

fua= Kampfbeiwert(7,43=L; 0,557=d; 50=N; 0,5518=U)

fub= Kampfbeiwert(18,57=L; 0,557=d; 200/7=N; 0,5518=U)

vgefua= Kampfbeiwert(4,101=L; 0,394=d; 15=N; 0,5467=U)

vgefue= Kampfbeiwert(22,18=L; 0,394=d; 28=N; 0,5467=U)

vfua= Kampfbeiwert(6,354=L; 0,65=d; 38=N; 0,5518=U)

vfub= Kampfbeiwert(15,89=L; 0,65=d; 4=N; 0,5518=U)

Für die verbesserten Kampfbeiwerte wird nicht die maximale Anzahl eingesetzt, sondern die tatsächlich geführte Anzahl.

gefua=

+

Damit ergeben sich diese Kampfbeiwerte

gefua= 0,7532

gefue= 0,8642

fua= 0,7936

fub= 0,8697

vgefua= 0,7538

vgefue= 0,8824

vfua= 0,7779

vfub= 0,8902

### R sinnvolle Einheitenkombinationen berechnen

Die vorher berechneten Kenngrößen werden für jede Einheit übersichtlich in einer Tabelle gesammelt.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Bogen  ge a | Schild  ge e | Schurke  a | Samurai  b | v.Bogen  vge a | v.Schild  vge e | v.Schurke  va | v.Samurai  vb |
| W Rohstoffverbrauch | 4 | 5 | 4 | 7 | 4 | 5 | 4 | 7 |
| N Anzahl | 50 | 40 | 50 | 28,5714 | 50 | 40 | 50 | 28,5714 |
| fu Kampfbeiwert | 0,75325 | 0,86419 | 0,7936 | 0,86967 | 0,75384 | 0,8824 | 0,77795 | 0,89021 |
| A Angriff | 7,5 | 3 | 5 | 7 | 11,25 | 3 | 6 | 7 |
| Lu=L+U | 27,8381 | 92,8381 | 53,713 | 102,97 | 28,2051 | 138,205 | 59,9371 | 113,95 |
| K reine Kampfkraft | 393172 | 385101 | 532831 | 511716 | 598001 | 585371 | 699418 | 579652 |
| L Leben | 25 | 90 | 50 | 100 | 25 | 135 | 55 | 110 |
| u Überschadenv. | 0,54678 | 0,54678 | 0,55175 | 0,55175 | 0,52584 | 0,52584 | 0,57038 | 0,57038 |
| s Lebenschadenv. | 4,81651 | 17,3394 | 7,43003 | 18,5751 | 4,10156 | 22,1484 | 6,3541 | 15,8853 |
| S Schaden | 5,38356 | 5,38356 | 5,19048 | 5,19048 | 6,92466 | 6,92466 | 6,09524 | 6,09524 |
| D Streuung | 0,55725 | 0,55725 | 0,52982 | 0,52982 | 0,64985 | 0,64985 | 0,39375 | 0,39375 |

Zuerst werden die reinen Kampfkräfte berechnet.

K= fu·Lu·A·N²

geKa= 0,7532·27,838·7,5·502= 393172

Dann werden die Einheiten kombiniert. Es sind diese Kombinationen möglich:

Bogenschützen und Schildträger im zweiheitlichen Kampf

Bogenschützen und Schurken im zweiheitlichen Kampf

Bogenschützen und Samurais im zweiheitlichen Kampf

Schildträger und Schurken im zweiheitlichen Kampf

Schildträger und Samurai im Mischkampf

Schurken und Samurais im zweiheitlichen Kampf

Es ist nicht verpflichtend, dass Fernkämpfer in zweiter Reihe kämpfen müssen. Fernkämpfer können auch mit Nahkämpfern in derselben Reihe kämpfen. Kämpfen Nahkämpfer in zweiter Reihe, dann verursachen sie solange keinen Schaden, bis sie an der Reihe sind. In der zweiheitlichen Formel wird der Teamanteil zu 0.

Diese Tabelle listet die Kombinationen und Kampfkräfte auf.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.Einheit | 2.Einheit | Kampftyp | Einheiten | 1.Einheit | Kampfkraft | 2.Einheit |
| Bogen | Schild | Mischkampf | 24+20 | 393172 | 314950 | 385101 |
| Bogen | Schurke | Mischkampf | 44+6 | 393172 | 390409 | 532831 |
| Bogen | Samurai | Mischkampf | 32+10 | 393172 | 343242 | 511716 |
| Schild | Schurke | Mischkampf | 37+3 | 385101 | 384409 | 532831 |
| Schild | Samurai | Mischkampf | -12+37 | 385101 | 518752 | 511716 |
| Schurke | Samurai | Mischkampf | 22+16 | 532831 | 470989 | 511716 |
| Bogen | Schild | zweiheitlich | 25+20 | 393172 | 542738 | 385101 |
| Bogen | Schurke | zweiheitlich | -18+68 | 393172 | 543395 | 532831 |
| Bogen | Samurai | zweiheitlich | 10+23 | 393172 | 519746 | 511716 |
| Schild | Schurke | zweiheitlich | -263+378 | 385101 | 983789 | 532831 |
| Schild | Samurai | zweiheitlich | 20-14 | 385101 | 224204 | 511716 |
| Schurke | Samurai | zweiheitlich | 23-15 | 532831 | 444652 | 511716 |

Massenauswertung der Kampfkräfte anhand der Anzahl G

Es gibt also 5 Kombinationen, bei der die Kampfkraft maximal wird. 2 davon sind baubar. Die Kombination Schildträger und Samuraikämpfer im Mischkampf ist sehr dich an einem baubaren Optimum. Mit den richtigen Erfahrungspunkten können die beiden zum Optimum geführt werden. Die Kombination Schildträger und Samurai ist sinnvoll, weil die billigen Schildträger die schlagkräftigen Samurai länger am Leben lassen. Allerdings bringt die Optimierung kaum mehr als die reinen Kampfkräfte.

Der Klassiker Bogenschützen und Schildträger klappt hier sehr gut. Allerdings ist deren Kampfkraft kaum höher als einer reinen Samuraiarmee. Die Schurken haben scheinbar eine sehr hohe reine Kampfkraft. Diese haben sie aber nur mit ihrem Waldbonus. Auf dem Feld sind sie kaum stärker als reine Schildträgertruppen.

Es werden nur die beiden Rechenwege dokumentiert, die auch von den beiden Spielern verwendet werden. Die anderen 10 Optimierungsberechnungen wurden ohne Rechenweg in die Tabelle eingetragen.

Optimierung zwischen Schurken und Samurai.

Genghis Khan setzt sie in Mischformation ein.

Einzusetzende Größen

Wa= 4

Wb= 7

W=200 (180 wird eingesetzt, wenn die Genghis Khans Kampfkraft berechnet wird.

Aa= 5

Ab= 7

Lua= 53,713

Lub= 102,97

fua= 0,7936

fub= 0,8697

fubr= (2·fub-1)·Lub= (2·0,8697-1)·102,97

fubr= 76,136 > Lua?

fubr > Lua => kurze Mischformel

b= kurze Optimierungsformel

b= = 15,77 Samurai

a= = = 22,4 Schurken

K= fa·La·n·gAa+ (gLa+ fb·gLb)·gAb

K= 0,7936·53,713·(15,77+22,4)·22,4·5+(22,4·53,713+0,8697·15,77·102,97)·15,77·7

K= 470989

Die von Genghis Khan gewählte Kombination führt zu einer minimalen Kampfkraft. Genghis Khan hat sich für diese Kombination entschieden, weil seine Schurken allmählich durch Samurai ersetzt werden sollen. Durch die Erfahrung sind seine Schurken noch etwas stärker als Samuraikämpfer. Doch schon bei der nächsten großen Schlacht werden die Samuraikämpfer aufholen.

Optimierung zwischen Kompositbogenschützen und Schildträgern.

geWa= 4

geWe= 5

W=200

geAa= 7,5

geAe= 3

geLua= 27,838

geLue= 92,838

gefua= 0,7533

gefue= 0,8642

geNe= zweiheitliche Optimierungsformel

geNe= = 19,737 Schildträger

geNa= = = 25,328 Kompositbogenschützen

geK= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ a·e·Le·Aa

geK= 0,7533·27,838·7,5·25,328²+0,8642·92,838·3·19,737²+25,328·19,737·92,838·7,5

geK = 542738

Für ein Optimum muss so ziemlich Halbe-Halbe gebaut werden. Der Schlächter verwendet aber 28 Schildträger und nur 15 Bogenschützen. Hat er etwa das Optimum verfehlt? Im Forum kann man lesen, dass er für Samuraifavoriten eine optimale Kombination aus Samurai und Bogenschützen berechnet hat. Er hat auch Genghis Khan empfohlen, dass er (nachdem der Schlächter an seiner Armee trainiert hat) zu seiner zukünftigen Samuraiarmee noch ein paar Bogenschützen hinzunehmen soll. Der Schlächter kennt also die Optimierungsformeln. Aber seine Truppe hat er nicht auf maximale Kampfkraft optimiert, sondern auf effizientes Abschlachten gegnerischer Armeen. Und es lässt sich besser metzen, wenn man zwischen den Kämpfen nicht so viel heilen muss. Bei einer größeren Menge an Schildträgern gibt es bei einem halb so starken Gegner kaum Tote.

### R Kampfkräfte der beiden Spieler berechnen

Die Kampfkraft von Genghis Khans Truppe berechnet sich mit der kurzen Mischformel

K= fa·La·n·gAa+ (gLa+ fb·gLb)·gAb

K= 0,7936·53,713·(4+38)·38·5+(38·53,713+0,8697·4·102,97)·4·7

K= 407341

Durch die Kampferfahrung verbessern sich die Werte der verwendeten Einheiten. Die Schurken haben 2 Upgrades in Angriff und ein in Leben und die Samurai ein Upgrade in Leben. Damit ergibt sich eine höhere Kampfkraft

vK= vfau·vLau·n·vgAa+ (vgLa+ vfub·vgLub)·vgAb

vK= 0,7779·59,94·(38+4)·38·6+(38·59,937+0,8902·4·113,95)·4·7

vK= 521643

Die Kampfkraft ist um 30% erhöht. Jedes Upgrade bringt 10% und die in der Anzahl dominierenden Schurken haben 3 Upgrades.

Die Kampfkraft des Schlächters berechnet sich mit der zweiheitlichen Formel.

geK= fa·La·Aa·a² +fe·Le·Ae·e²+ a·e·Le·Aa

geK= 0,7533·27,838·7,5·15²+0,8642·92,838·3·28²+15·28·92,838·7,5

geK = 516525

Das sind nur 95% der optimalen Kampfkraft. Der Schlächter verschenkt also 5%, um gegen schwache Gegner weniger Verluste zu haben.

Da der Schlächter viel Kampferfahrung hat, hat auch er eine bessere Kampfkraft. Seine Bogenschützen haben 5 Upgrades in Angriff und seine Schildträger 5 Upgrades in Leben.

vgeK= vgefua·vgeLua·vgeAa·geNa² +vgefue·vgeLue·vgeAe·geNe²+ geNa·geNe·vgeLue·vgeAa

vgeK= 0,7538·28,21·11,25·15²+0,8824·138,21·3·28²+15·28·138,205·11,25

vgeK= 993671

Halleluja… das ist ja fast das Doppelte. Deshalb ist der Schlächter unbesiegbar. Obwohl jede Einheit nur 5 Upgrades hat und jedes Upgrade 10% bringt, sind mehr als 50% bei rausgekommen. Dass die Steigerung größer als 50% ist liegt am zweiheitlichen Kampf. Im Teamterm können werden die Upgrades beider Einheiten addiert und nicht wie im Mischkampf gemittelt. Darin liegt das Geheimnis der unaufhörlichen Siege des Schlächters.

der Kampfverlauf des Progamers G

Doch Genghis Khan fällt dem Schlächter nachts um 4 Uhr in dem Rücken. Dadurch werden im Teamterm a und e getauscht.

vgeK= vgefua·vgeLua·vgeAa·geNa² +vgefue·vgeLue·vgeAe·geNe²+ geNa·geNe·vgeLua·vgeAe

vgeK= 0,7538·28,21·11,25·15²+0,8824·138,21·3·28²+15·28·28,21·3

vgeK= 376191

der Kampfverlauf des Progamers von hinten G

Doch auch der 24/7 Gamer hat sich nachts den Wecker gestellt, um seine Armee sicher zur epischen Schlacht zu führen. Doch nicht der Kaffee hält ihm wach, sondern der Schock auf dem Bildschirm, als er den Tab im Browser wexelt. Der Super GAU ist eingetreten: gegnerische Nahkämpfer in seine Bogenschützen. Ein Angriff von hinten. Er kann seine Armee nicht mehr neu formieren. Er löst die zweiheitliche Formation auf und zieht die Schildträger in die erste Reihe, damit sie wenigstens noch ein bisschen blocken.

vgeK= vgefua·vgeLua·n·vggeAa+ (vggeLa+ vgefue·vggeLue)·vggeAe

vgeK= 0,7538·28,21·(15+28)·15·11,25+(15·28,21+0,8824·28·138,21)·28·3

vgeK= 476655

der Kampfverlauf des Progamers als Mischkampf G

Da die kurze Mischformel in der Genauigkeit schwächelt, wird hier die nichtlineare Mischformel ausprobiert. Bei der nichtlinearen Mischformel sind a und b etwas anders definiert. B hat die größeren rechteckigen Leben als a. Da dies der Fall ist, ändert sich an der Definition nichts. Die Einstecker erhalten den Buchstaben b.

K=Lra·N·(Nb·Ab+Na·Aa) nichtlineare Mischformel

+Nb·Ab·(Lrb·Nb-Lra·Nb+Na·Lad-Lad·Na1)

+Nb·Aa·Lad·(Na-Na1)+ Aa·Na·Lad·0,5·(Na-Na1²/Na)

+Ab·Nb²·Lbd/2+ (Ab+Aa)·Na1·Nb/(1/Lbd+1/Lad)

+Aa·Na1²·Lad/2

mit

Na1= Na·e(Lra-Lrb)/Lad

Lda= La·(2-2·fa)

Lra= La·(2·fa-1)

Ldb= Lb·(2-2·fb)

Lrb= Lb·(2·fb-1)

Nebengrößen ausrechnen

Lda= 28,21·(2-2·0,7538)= 13,89

Lra= 28,21·(2·0,7538-1)= 14,32

Ldb= 138,21·(2-2·0,8824)= 32,51

Lrb= 138,21·(2·0,8824-1)= 105,7

Na1= 15·e(14,32-105,7)/13,89= 0,021

Kampfkraft berechnen

K=14,32·(15+28)·(28·3+15·11,25)

+28·3·(105,7·28-14,32·28+15·13,89-13,89·0,021)

+28·11,25·13,89·(15-0,021)+ 11,25·15·13,89·0,5·(15-0,021²/15)

+3·28²·32,51/2+ (3+11,25)·0,021·28/(1/32,51+1/13,89)

+11,25·0,021²·13,89/2

K=155633+ 232403+ 83118+ 38313+ 0,034

K= 509467

der Kampfverlauf des Progamers als nichtlinearer Mischkampf G

Es kommt zu einem ausgeglichenen Kampf. Wer gewinnen wird, das hängt vom Modell und vor allem vom Glück ab.

Im Forum jammert der Schlächter, dass die verlorene Erfahrung nach einer Niederlage eine totale Spaßbremse ist.

der simulierte Kampfverlauf des Progamers G

# zeitliche Entwicklung der Kampfkrafttheorie

Eine chronologische Abfolge, wann ich ungefähr welche Formel entdeckt habe

1. zweiheitliche Formel; mehrheitliche Formel
2. diverse Tabellenverfahren für mehrheitliche Flotten
3. K= f·L·A·N²; Zweiteilung des Kampfes; Kampfbeiwert=0,8  
    ein Flashfilm angefangen  
    linearer Mischkampf
4. zweitheitliche Optimierungsformel  
    nichtlinearer Mischkampf  
    nichtlineare Mischoptimierungsformel  
    Flashfilm weiter gemacht, aber nie zu Ende gebracht  
    Exceltabelle für Kampfkraft
5. Makro Massenschlacht lieferte einen gigantischen Datenberg
6. Überlegungen, zu Kampfbeiwertformel, Schadensbeiwertformel und genauer Kampf
7. WoT-WMF
8. WMFzerleger -> viele einfache Grafiken für KKT  
    Modell zum Überschaden  
    empirische Kampfkraftformel  
    Leben des Letzten Überlebenden  
    genauer Kampfverlauf; getreppter Kampfverlauf
9. viele Grafiken und Rechenbeispiele  
    großer Ausbau des Dokumentes
10. Bauteiloptimierungsformel  
     exakte Überschadensformel  
     exakte Kampfbeiwertformel für D=0  
     lineare Mischoptimierungsformel
11. Kunstwerke

# Abbildungsverzeichnis

Die WMF-Grafiken wurden alle mit den WMFzerleger erstellt. Die EMF stammt aus Flash und die Bitmaps vom Untersuchungsmakrozubehör.

Grafik 1 mögliche Schlachtfelder 7

Grafik 2 Aufteilung des Kampfes 14

Grafik 3 verschiedene Kämpfe mit unterschiedlichen Parametern 16

Grafik 4 Kampfverlauf mit idealisiertem Dreieck-Rechteck 16

Grafik 5 rechteckiger Kampfverlauf 16

Grafik 6 dreieckiger Kampfverlauf 16

Grafik 7 trapeziger Kampfverlauf 17

Grafik 8 Definition des Kampfbeiwertes 17

Grafik 9 Rechenbeispiel zur Ermittlung des Kampfbeiwertes 18

Grafik 10 Rechenbeispiel zur Ermittlung des Kampfbeiwertes für N=3, L=2 19

Grafik 11 Rechenbeispiel zur Ermittlung des Kampfbeiwertes für N=4, L=2 20

Grafik 12 Kampfkraftsubtraxion 21

Grafik 13 Kampfsubtraxion mit Überprüfung 22

Grafik 14 Leben pro Einheit für den idealisierten Kampf 23

Grafik 15 Kampfkraftdiagramme zum Rechenbeispiel - unbeschädigt 23

Grafik 16 Kampfkraftdiagramme zum Rechenbeispiel - beschädigt 25

Grafik 17 ausgeglichener Kampf 26

Grafik 18 Aufteilung des Kampfverlaufpolygons in Trapeze 27

Grafik 19 Rechenbeispiel zur Teilkampfkraftformel 28

Grafik 20 Beispiel Teilkampfkraftformel: Deckchins gegen Zekkadauria 29

Grafik 21 Sofortvernichtung oder Beschwörung 31

Grafik 22 6 Fälle zur Verstärkung in einer anderen Reihe 31

Grafik 23 verspätete Verstärkung 32

Grafik 24 gegnerische Einheit bekehren 32

Grafik 25 Auswirkung von Einheit bekehren 33

Grafik 26 Angriff verändern 34

Grafik 27 Angriff in Verteidigung umwandeln oder umgekehrt 34

Grafik 28 Zufallsschaden ohne Flächenschaden 35

Grafik 29 Zufallsschaden mit Flächenschaden 35

Grafik 30 Teilflächenschaden 35

Grafik 31 Heilung und Reincarnation 36

Grafik 32 Einheiten zerteilen 36

Grafik 33 Bewegungstempo 37

Grafik 34 Möglichkeiten der Glückswirkung 37

Grafik 35 Glück wirkt bei kleinen Armeen stärker 38

Grafik 36 Glück beim dreieckigen Kampf 38

Grafik 37 gekoppeltes Glück 38

Grafik 38 Kampfverlauf der Dörfer mit Zaubersprüche 41

Grafik 39 Kampfkraft in Abhängigkeit den Panzerungen 45

Grafik 40 Optimierung der Skillpunktvergabe 47

Grafik 41 Einbauteile für Raumschiffe 49

Grafik 42 mögliche Kombinationen 50

Grafik 43 3D Diagramm Überschaden 54

Grafik 44 Überschaden mit der empirischen Überschadensformel 55

Grafik 45 Abweichung von zwischen Formel und Orginal 55

Grafik 46 Leben+ Überschaden ohne Streuung 56

Grafik 47 Überschaden für nicht streuende Treffer 56

Grafik 48 Leben + Überschaden mit Streuung 56

Grafik 49 Überschaden für nicht streuende Treffer 57

Grafik 50 Kriterium für vorhersagbare Trefferanzahl 57

Grafik 51 parabolischer Zusammenhang zwischen Streuung und Überschaden 58

Grafik 52 linearer Überschaden bei dreieckigen Leben 59

Grafik 53 Hilfsterm für spätere Formeln 60

Grafik 54 Methode zum Spitzen abrunden 60

Grafik 55 Methode zum Spitzen abrunden für verschiedene Exponenten 61

Grafik 56 Gültigkeitsbereich der Dreitrefferformel 62

Grafik 57 Gültigkeitsbereich der Zweitrefferformel 62

Grafik 58 Gültigkeitsbereich der 2-3Trefferformel 64

Grafik 59 Wahrscheinlichkeit, ab wann 2 Treffer die Einheit oft besiegen 64

Grafik 60 Wahrscheinlichkeit, ab wann 2 Treffer die Einheit selten besiegen 65

Grafik 61 Gültigkeitsbereich der 1-3Trefferformel 67

Grafik 62 Wahrscheinlich mit wie vielen Treffern eine Einheit besiegt ist 68

Grafik 63 Flussdiagramm, ab wann man welche Trefferformel nimmt 70

Grafik 64 Aufteilung der Wahrscheinlichkeiten in Trefferflächen 72

Grafik 65 Aufteilung der beiden Möglichkeiten der 2-3Trefferformel 73

Grafik 66 Wahrscheinlichkeitswürfel aus 3 Treffer 73

Grafik 67 Aufteilung der Trefferwahrscheinlichkeiten in geometrische Körper 74

Grafik 68 Gültigkeitsbereich der Viertrefferformel 74

Grafik 69 6 Formel zur 4 Trefferformel 75

Grafik 70 Tetraeder stutzen 76

Grafik 71 Gültigkeitsbereich der 1-n Trefferformel 77

Grafik 72 dreieckiger Kampf mit Treppe 85

Grafik 73 getreppter Kampf für verschiedene Anzahlen 85

Grafik 74 trapeziger Kampfverlauf mit Treppe 86

Grafik 75 Der Überschaden wird auf die dreieckigen Leben hinzuaddiert 87

Grafik 76 Kampfverlauf mit Leben des letzten Überlebenden 94

Grafik 77 Aufteilung eines Würfels in Flächen 95

Grafik 78 Aufteilung eines Tesseraktes in Würfel 95

Grafik 79 alternative Aufteilung eines Tesseraktes in Würfel 96

Grafik 80 Palette 96

Grafik 81 Diagramm Leben des letzten Überlebenden in Graustufen 97

Grafik 82 Diagramm Leben des letzten Überlebenden in 3D 98

Grafik 83 Wirkungsweise der Näherungsforme 100

Grafik 84 LdlÜ Schnitt entlang der Anzahl für L=3 101

Grafik 85 LdlÜ Schnitt entlang der Anzahl für D=0,5 102

Grafik 86 LdlÜ Schnitt entlang der Anzahl für große Werte 102

Grafik 87 LdlÜ Schnitt entlang der Leben für N=10 103

Grafik 88 Vergleich zwischen LdlÜ und Überschaden 103

Grafik 89 Spitzenabrunden für Lebenreduxion wiederverwerten 104

Grafik 90 genauer Kampfverlauf 105

Grafik 91 genauer Kampfverlauf mit Vermaßung 106

Grafik 92 durchschnittliche Leben jeder Einheit im genauen Kampf 108

Grafik 93 Rechenbeispiel zum genauen Kampf 110

Grafik 94 Ermittlung eines Kampfbeiwertes nach der Herzchenmethode 113

Grafik 95 6 mögliche Kampfverläufe 114

Grafik 96 Kampfverlauf ohne und mit Überschaden 118

Grafik 97 Vergleich der Kampfbeiwertformel mit gemessenen Werten 122

Grafik 98 Vergleich der Kampfbeiwertformel für alle gemessenen Werte 123

Grafik 99 Kampfverläufe der Banditen 127

Grafik 100 Banditen kämpfen mit Zaubersprüche 129

Grafik 101 Kampfverläufe der beiden Armeen 133

Grafik 102 Vermaßung des zweiheitlichen Kampfes 135

Grafik 103 Vermaßung des zweiheitlichen Kampfes bei schlechter Teamwirkung 136

Grafik 104 Optimierung einer zweiheitlichen Armee 137

Grafik 105 Definition der verlustfreien Kampfkraft 140

Grafik 106 3D Diagramm, ab wann die Optimierungsformel ein Optimum bringt 144

Grafik 107 Optimierungsformel mit logarithmischer Skalierung 144

Grafik 108 zweiheitliche Pessimierung Rechenbeispiel Kampfverlauf 146

Grafik 109 zweiheitliche Pessimierung Rechenbeispiel Kampfkraft 147

Grafik 110 zweiheitliche Optimierung Rechenbeispiel Kampfverlauf 148

Grafik 111 zweiheitliche Optimierung Rechenbeispiel Kampfkraft 148

Grafik 112 Truppen aufteilen 149

Grafik 113 Optimierungsresistente Berzerker 151

Grafik 114 Vermaßung des dreiheitlichen Kampfverlauf 152

Grafik 115 Beispiel des dreiheitlichen Kampfverlauf 156

Grafik 116 3 Entscheidungen, wie der Kampf verlaufen kann 158

Grafik 117 Übersicht der Mischformeln 160

Grafik 118 Diagrammpunkte der Mischformeln 161

Grafik 119 gemischter Kampf Beispiel 1 163

Grafik 120 gemischter Kampf Beispiel 2 164

Grafik 121 gemischter Kampf Beispiel 3 164

Grafik 122 gemischter Kampf Beispiel 4 mit erstem Fehler 166

Grafik 123 gemischter Kampf Beispiel 4 mit zweitem Fehler 167

Grafik 124 gemischter Kampf Beispiel 4 korrekt 167

Grafik 125 Flussdiagramm zu den Mischformeln 168

Grafik 126 Übereck aneinandergereihte Kampfverläufe für kurze Mischformel 169

Grafik 127 verlängertes Durchhaltevermöge mit Vermaßung 169

Grafik 128 die zu integrierenden Flächen der kurzen Mischformel 170

Grafik 129 Übereck aneinandergereihte Kampfverläufe für lange Mischformel 171

Grafik 130 vermaßtes Durchhaltevermögen für lange Mischformel 172

Grafik 131 die zu integrierenden Flächen der langen Mischformel 174

Grafik 132 Übereck aneinandergereihte Kampfverläufe für die dritte Mischformel 174

Grafik 133 verlängertes Durchhaltevermögen für die lange Mischformel 175

Grafik 134 verlängertes Durchhaltevermögen bezogen auf eine Einheit 176

Grafik 135 die zu integrierenden Flächen der dritten Mischformel 177

Grafik 136 Kampfverlauf mit 3 Gruppen in einer Reihe 186

Grafik 137 Mischkampfverläufe nach 6 Modelle 203

Grafik 138 Optimierung einer Mischarmee 204

Grafik 139 ab wann die Mischoptimierungsformel ein Optimum bringt 216

Grafik 140 Mischoptimierungsformel mit logarithmischer Skalierung 216

Grafik 141 Auswertung der Kampfkräfte anhand der Anzahl 220

Grafik 142 Massenauswertung der Kampfkräfte anhand der Anzahl 229

Grafik 143 der Kampfverlauf des Progamers 231

Grafik 144 der Kampfverlauf des Progamers von hinten 231

Grafik 145 der Kampfverlauf des Progamers als Mischkampf 232

Grafik 146 der Kampfverlauf des Progamers als nichtlinearer Mischkampf 233

Grafik 147 der simulierte Kampfverlauf des Progamers 233

Die Gemälde habe ich mit AutoCAD gezeichnet und mit dem WMFzerleger nachbearbeitet.

Bild 1 Raumschlacht im Weltall 23

Bild 2 Raumschlacht am Heimatplanni 24

Bild 3 Schiff und dessen Einbauteile 44

Bild 4 ausgerüstetes Schiff 45

Bild 5 Panzer gegen Infanterie 130

Bild 6 Panzer haben Infanterie besiegt 134

Bild 7 Burg plündern 154

Bild 8 Admiralsflotte 194

Bild 9 Feldschlacht 222